最小造波抵抗の圧力分布

1. 目的

長方形水線面（長さ2、幅2λ；λ=B/L）上の圧力分布を有限級数で表わして、造波抵抗が最も小さくなる分布形状を求める。

2. 圧力分布

圧力をpとして次の級数で表わされるものとする。

$$p = A\sum_{n,m} a_{n,m}\sin n\phi \sin m\varphi \qquad (1)$$

ここにAは定数、$x=\cos\phi$, $y=\lambda\cos\varphi$ とする。

排水量 $W=\rho g\nabla$（∇：排水容積）は

$$W=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\lambda}^{\lambda}p(x,y)\,dx\,dy \qquad (2)$$

であるから(1)を代入して

$$W = A\lambda\frac{\pi^2}{4}a_{11}, \quad 即ち \quad A=\frac{4W}{\pi^2\lambda a_{11}}=\frac{32\rho g\delta}{\pi^2\lambda a_{11}} \qquad (3)$$

但し $\delta=\frac{\nabla}{L^3}=\frac{\nabla}{8}$、で以下 $a_{11}=1$ とする。 (4)

3 造波抵抗 Rw

$$R_W=\frac{K^2}{\pi\rho U^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}|H|^2\sec^5\theta\,d\theta, \qquad (5)$$

$$H=\iint p\,e^{ik(x\sec\theta+y\sec^2\theta\sin\theta)}dx\,dy, \qquad (6)$$

$$K=\frac{gL}{2U^2}=g=\frac{1}{2F^2}$$

(1)を(6)に代入して.

$$\int_0^{\pi} e^{iz\cos\varphi}\cos n\varphi\, d\varphi = \pi i^n J_n(z)$$

$$\int_0^{\pi} e^{iz\cos\varphi}\sin n\varphi \sin\varphi\, d\varphi = \frac{\pi n}{z} i^{n-1} J_n(z) \quad , \quad \cdots (7)$$

なるベッセル関数を導入すれば

$$H = \frac{\pi^2 A}{K^2}\frac{\cos^3\theta}{\sin\theta}\sum_{n,m} i^{n+m-2}(n \times m)\, a_{n,m} J_n(K\lambda\sec\theta) J_m(K\lambda\sec^2\theta\sin\theta)$$

(8)

なお, 前後左右対称な圧力分布のみ考える事にするので右辺の級数は n, m の奇数項のみ考えるものとする.

(5)を無次元化して次の ε_w, C_{DW} を定義する

$$\varepsilon_w = \frac{R_w}{\rho g V} = \frac{\delta}{\lambda F_r^2} C_{DW} \quad , \quad (9)$$

(8)を(5)に代入すると

$$C_{DW} = \sum_{n,m,\nu,\mu} a_{n,m} a_{\nu,\mu} I_{n,m;\nu,\mu} \quad \cdots (10)$$

$$(-1)^{\frac{n+m+\nu+\mu}{2}}$$

$$I_{n,m;\nu,\mu} = \frac{64\, n\cdot m\cdot \nu\cdot \mu}{\pi\lambda K^2}(i)^{n+m+\nu+\mu} \times$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} J_n(K\lambda\sec\theta) J_m(K\lambda\sec^2\theta\sin\theta) J_\nu(K\lambda\sec\theta) J_\mu(K\lambda\sec^2\theta\sin\theta)\frac{\cos\theta\, d\theta}{\sin^2\theta} ,$$

(11)

4. 最小値問題

(10) を最小にするには、$\frac{\partial C_{DW}}{\partial a_{n,m}} = 0$ となるよう $a_{n,m}$ を定めればよく、また $a_{11}=1$ としたから、この条件は、

$$\sum_{\nu,\mu=3} a_{\nu,\mu} I_{n,m;\nu,\mu} = - I_{n,m;1,1} \quad , \quad n,m \geq 3 \qquad (12)$$

この聯立方程式をといて $a_{n,m}$ を求めればよい。

[n,m を 3 までとれば、(未知)係数は 3ケ

$a_{11}=1$, a_{13}, a_{31}, a_{33}

5 までとれば未知係数は 8ケ

$a_{11}=1$, a_{13}, a_{15}, a_{31}, a_{33}, a_{35}, a_{51}, a_{53}, a_{55}]

このようにして得られた $a_{n,m}$ を (10) に代入すれば $\mathrm{Min}(C_{DW})$ が得られる。

この時 (12) の条件があるので

$$\mathrm{Min.}(C_{DW}) = a_{11} \sum_{\nu,\mu=1} a_{\nu,\mu} I_{1,1;\nu,\mu} = \sum_{\nu,\mu=1} a_{\nu,\mu} I_{\nu,\mu;1,1} \quad , \qquad (13)$$

$$I_{n,m;\nu,\mu} = I_{\nu,\mu;n,m} \quad , \quad a_{11} = 1 .$$

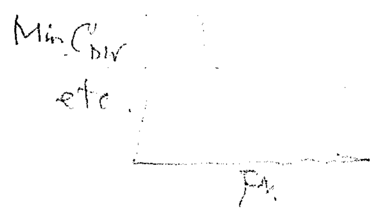
5. 計算

$$Fr = \frac{1}{2K} = 0.5(0.1)1.5 \qquad 11\ \text{case}.$$

$$\lambda = 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.5,\ 1.0,\ 2.0 \qquad 7\ \text{case}.$$

結果は 表、図にする。

Fr \ λ	0.1 〜 2.0
0.5	$Min[C_{DW}]$
〜	$Min\frac{[C_{DW}]}{\lambda Fr^2} = \frac{E_W}{\delta}$
1.5	$a_{n,m}$



n, m, 3まで　n, m 5までの 2通り

(11)の積分は 0〜$\frac{\pi}{2}$ を 360分割位すればよいらしい。

6. 高速における造波抵抗の極小値

造波抵抗の下限値は明らかに 0 であるが一般には極小値は存在しないと考えられる。

しかし特別な場合には極小値問題の解が存在する。

その内で今は幅が小さくなつた極限（細長船）（又は縦線分布）と長さが小さくなつた極限（横線分布）の高速における極小値の近似値をあげてみよう。

i) 縦線分布

$$\left.\begin{array}{l}\frac{E_w}{\delta} \fallingdotseq \frac{128}{\pi K} = \frac{256}{\pi} F_r^2 = 81.5 F_r^2 , \\ C_p = .589 , \quad p \propto \left(\sin\phi - \frac{1}{3}\sin 3\phi\right), \ x = \cos\phi \end{array}\right\} \quad (14)$$

ii) 横線分布

$$\left.\begin{array}{l}\frac{E_w}{\delta} \fallingdotseq \frac{4}{\pi \lambda^2 F_r^2} = \frac{1.273}{\lambda^2 F_r^2} \\ p \propto (\sin\phi)\end{array}\right\} \cdots (15)$$

で~~此~~の造波抵抗は翼の誘導抵抗に等しい。

iii) これに対し長方形水線面上で縦も横も楕円分布とした計算値では（$C_p = .7854$）(14), (15)よりかなり小さい。

No.

Date

最適船型

1) 飛沫抵抗をなくする為に圧力は周辺で有限又は0とならればならない。

しかし有限では底面の曲率が大きくなるので具合が悪い。

2) 造波抵抗は圧力分布の前後対称なものが小さい。

3) 造波抵抗の最小値は0であるから極小値はない。

4) 結局矩形圧力面で横方向楕円分布とし縦方向の分布を考えればよく、その最適分布は逆楕円に近づくと考えられる。(Min. Wave. Res. の結論より)

なおアスペクト比は小さいものと考え、$F_{n,L}=0.5\sim1.0$ 程度を考えている。

5) この速度では(波長が船長より長いので) Transverse wave 解消するのは大変困難である。

6) $F_n \lesssim 1$ では長さが長い方がよさそうである。

No.

Date

$$R_W = \frac{K^2}{\pi\rho U^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} |H|^2 \sec^5\theta\, d\theta$$

$$H = \iint p\, e^{iK\sec^2\theta(x\cos\theta + y\sin\theta)}\, dx\, dy$$

$$\iint p\, dx\, dy = L \quad , \; p = \rho U^2 A \frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l}\frac{\sqrt{b^2 - y^2}}{b}$$

$$\int \sqrt{l^2 - x^2}\, dx = l^2 \int_0^{\pi} \sin^2\theta\, d\theta = \frac{\pi}{2} l^2$$

$$L = \rho U^2 A \frac{\pi^2}{4} l b$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{\rho}{2} U^2 \cdot b \cdot l \times 4} = \frac{\pi^2}{8} A \quad , \quad A = \frac{8}{\pi^2} C_L$$

$$H = \rho U^2 \frac{8}{\pi^2} C_L l b \int_0^{\pi} \sin^2\varphi\, e^{i K l \sec\theta\cos\varphi}\, d\varphi \int_0^{\pi} \sin^2\psi\, e^{i K b \cos\psi \sec\ldots}\, d\psi$$

$$\sin^2\varphi = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{iz\cos\varphi} \cos n\varphi\, d\varphi = i^n J_n(z) \quad , \quad J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2n}{z} J_n$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{iz\cos\varphi} \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}\, d\varphi = \frac{J_0(z) + J_2}{2} = \frac{J_1(z)}{z}$$

$$L = 2\rho U^2 l b \cdot C_L$$

$$H = \rho U^2\, 8 l b C_L \frac{J_1(K l \sec\theta)\, J_1(K b \sec^2\theta \sin\theta)}{K l \sec\theta\, K b \sec^2\theta \sin\theta}$$

$$\sec^3\theta \sin\theta$$

$$R_W = \frac{64 \rho U^2}{\pi K^2} C_L^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_1^2(K l \sec\theta)\, J_1^2(K b \sec^2\theta \sin\theta)\, \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\, d\theta$$

$$\frac{R_W}{L} = \frac{32}{\pi}\frac{C_L}{K^2 l b} I$$

$$\frac{R_w}{W} = J C_L = J\,\frac{2de}{L}\,\frac{gL}{V^2} = 4J\,\frac{gl}{V^2}\cdot\frac{de}{L}$$

$\nabla = 4lbde$

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho l b V^2} \simeq \frac{\rho g \nabla}{\frac{1}{2}\rho l b V^2} = \frac{2gde}{V^2}$$

Date

$$= (4Kl J)\,\frac{de}{L}$$

$$\frac{R_w}{W} = \frac{128}{\pi}\,\frac{C_L}{(KL)^2}\times\frac{L}{B}\ I.$$

$d\theta = \cos^2\theta\, dv$

$$\frac{\cos^3\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{v^2\sqrt{1+v^2}}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_1^2(Kl\sec\theta)\,J_1^2(Kb\sec^2\theta\sin\theta)\,\frac{\cos^3\theta\, d\theta}{\sin^2\theta}$$

$\tan\theta = v$, $\sec^2\theta\, d\theta = dv$.

$$I = \int_0^{\infty} J_1^2(Kl\sqrt{1+v^2})\,J_1^2(Kb\,v\sqrt{1+v^2})\,\frac{dv}{v^2\sqrt{1+v^2}}$$

$\cancel{Kb}\ v\sqrt{1+v^2} = u$

$\left(\frac{Kb}{2}\right)^2$

$J_1(x) \doteqdot \frac{x}{2}$

$$J = \frac{32}{\pi K^2 l b}\int_0^{\frac{\pi}{2}} J_1^2(Kl\sec\theta)\,J_1^2(Kb\sec^2\theta\sin\theta)\,\frac{\cos^3\theta\, d\theta}{\sin^2\theta}$$

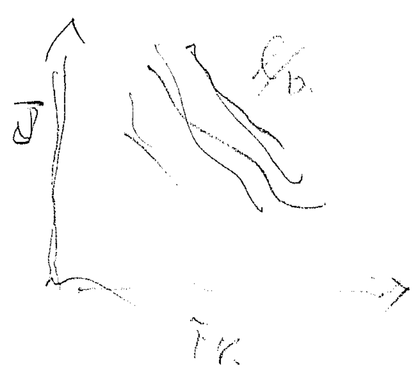
$\theta \sim \boxed{\left(\frac{Kl}{2}\right)^2\left(\frac{Kb}{2}\right)^2}$ $\quad J_1^2 = \left(\frac{Kb}{2}\sec^2\theta\sin\theta\right)^2$

$(l/b) = 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 \quad = 10\,(1)\,3$

$Kl = \frac{1}{2F_r^2}$ $\qquad F_r = 0.5, .6, .7, .8, .9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3$

$F_r = 0.5\,(0.1)\,1.5$

$J = O\left[Kl, Kb\right]$



Fr.

$(Kl)^2\,\overline{(Kb)^2}$

$\frac{(Kl)^4}{16}\left(\frac{b}{l}\right)^2$

$\lambda = .1, .2, .3, .5, 1, 2$

$\frac{B}{L} = \lambda.$

No.

Date

$$\frac{D}{W} = J\,C_L \quad , \quad C_L = \frac{2g\nabla}{LBV^2} = \frac{2g\nabla^{\frac{1}{3}}}{V^2}\left(\frac{\nabla^{\frac{2}{3}}}{L^2}\right)\times\frac{L}{B}$$

$$F_\nabla = \frac{V}{\sqrt{g\nabla^{\frac{1}{3}}}} \quad , \quad F_L = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad , \quad F_\nabla = F_L \times \left(\frac{L}{\nabla^{\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad //$$

$$\frac{D}{W} = J\times 2\left(\frac{l}{b}\right)\cdot\left(\frac{\nabla}{L^3}\right)^{\frac{2}{3}} \div F_\nabla^{\,2}$$

C_{DP} $$\frac{D}{W} = (4Kl J)\times\frac{d_e}{L} = (4Kl J)\times\left(\frac{l}{b}\right)\cdot\left(\frac{\nabla}{L^3}\right)$$

$$\frac{d_e}{L} = \frac{\nabla}{A_W L} = \frac{\nabla}{L^3}\times\frac{L}{B} = \frac{\delta}{\lambda}$$

$A_W \to LB$

~~$d_e \Rightarrow d_M$~~

$(A_W = LB)$

$$\frac{\nabla}{L^3} =$$

$$l = \frac{L}{2}$$

$$C_L = \frac{2}{F_\nabla^{\,2}}\frac{\delta}{\lambda}$$

~~$C_{DP} = 2J$~~

$$\varepsilon = 2J\frac{\delta}{F_\nabla^{\,2}\lambda} \quad //$$