No.
Date 63. 7. 29

細長回転体の頭部形状について

要約： 細長回転体形状、特に頭部形状について
3種類のものの形状を比較する。
また細長体近似とも比較する。

A. 回転楕円体の速度ポテンシャル等

B. Ovoid の 〃

C. Cocoonoid の 〃

D. 流線追跡法

ellipsoid, ovoid, cocoonoid

細長回転体の頭部形状について

2重吹出し $\mu(x)$ が x軸上 ±1 の間に分布する時の速度ポテンシャルは

$$\phi(x,y,0) = \int_{-1}^{1} \mu(\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}\frac{1}{R}\,d\xi , \qquad (1)$$

$$R^2=(x-\xi)^2+y^2$$

細長体近似では断面積 $A(x)$, 半径 $r(x)$ とすると

$$\mu(x) = \frac{1}{4\pi}A(x) = \frac{1}{4}r^2(x) , \qquad (2)$$

対応する流れ関数は

$$\psi(x,y,0) = -y^2\int_{-1}^{1}\frac{\mu(\xi)}{R^3}\,d\xi = y\frac{\partial}{\partial y}\int_{-1}^{1}\frac{\mu(\xi)}{R}\,d\xi , \qquad (3)$$

与えられた $\mu(x)$ に対する回転形状を求めるには ϕ から速度成分を求め ルンゲ・クッタ法で流線追跡しても良いが、回転体の場合普通は流れ関数を使って次の積分方程式をとく。

$$\frac{1}{2}r^2(x) = -\left[y\frac{\partial}{\partial y}\int_{-1}^{1}\frac{\mu(\xi)}{R}\,d\xi\right]_{y=r(x)} , \qquad (4)$$

この内流線追跡法は(1)の積分を数値的に行う場合細長体では特異積分に近く大変精度が悪いようである。

から，(4)の方が一般的には望ましい。

なお，得られた回転体の体積を V_T とすると(2)式による近似的体積 V_0 との間には次の関係がある。

$$V_0 = \int_{-1}^{1} A(x)\,dx = (1+k_x)V_T, \qquad \cdots (5)$$

ここに k_x は x 軸方向の附加質量係数である。

さて主題はこのような回転体の頭部形状と $\mu(x)$ の端点附近の値との関係如何と言う事であって，以下3つの場合を具体的に考えよう。

i) ellipsoid

その場合

$$\left.\begin{aligned} \mu(x) &= \alpha(1-x^2) \\ \alpha &= \frac{3}{16\pi}V_0, \end{aligned}\right\} \qquad (6) \quad [L=2]$$

つまり，端点で μ が0となる。

ii) Rankine's Ovoid，端点で μ が有限，

$$\left.\begin{aligned} \mu(x) &= \alpha \ ;\ \text{const.} \\ \alpha &= \frac{1}{8\pi}V_0 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

iii) Cocoonoid（繭型），端点で μ が無限大，

$$\left.\begin{aligned} \mu(x) &= \frac{\alpha}{\sqrt{1-x^2}}, \\ \alpha &= \frac{1}{4\pi^2}V_0 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

$V_0 = \frac{\pi}{4} D_E^2 L_0 = \frac{\pi}{4}$ [illegible]