No.

Date H.2.8.31

浅吃水船理論における不変な型

目次

1. 水面変位の補助関数による表現

圧力分布を $p(x,y)$，水面変位を $\zeta(x,y)$ とすると

$$\zeta(x,y) = -\iint_S p(\xi,\eta)\, T_z(x-\xi,\, y-\eta,\, 0)\, d\xi\, d\eta \,, \qquad (1.1)$$

$$T(x,y,z) = -\frac{1}{4\pi^2} \lim_{\mu\to+0} \int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty} \frac{e^{-kz+ik(x\cos u+y\sin u)}\, dk\, du}{k\cos^2 u - K + \mu i\cos u} \,, \qquad (1.2)$$

なので

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + K\frac{\partial}{\partial z}\right) T(x,y,z) = -\frac{z}{2\pi r^3} \,, \quad r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \,, \qquad (1.3)$$

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - K^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) T = \left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right] T(x,y,z)$$

$$= \left[K\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right] \frac{z}{2\pi r^3} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} - K\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\frac{1}{r}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} + K\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right]\frac{1}{r} \,, \qquad (1.4)$$

∵ $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) T(x,y,z) = 0$

今

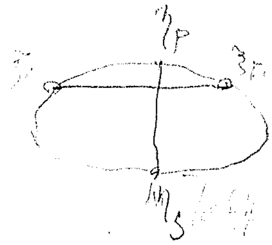
$$L(x,y) \equiv \frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \,, \qquad (1.5)$$

なる演算子を定義して

$$p(x,y) = L\, m(x,y) \,, \qquad (1.6)$$

なる補助関数 m を導入すると附録 A の所に見るように適当な境界条件の下に与えられた p に対し，一意的に定まる故 p の替りに m で考えても一般性を損わない。

(1.1) に (1.6) を代入して部分積分すると



$$\zeta(x,y) = -\iint_S \{ L_{\xi\eta}\, m(\xi,\eta) \} T_z (x-\xi, y-\eta, 0)\, d\xi\, d\eta$$

$$= -\iint_S m(\xi,\eta)\, L_{\xi\eta} T_z (x-\xi, y-\eta, 0)\, d\xi\, d\eta$$

$$+ \int \left[\begin{array}{l} m(\xi,\eta)\, T_{z\xi\xi\xi} (x-\xi, y-\eta, 0) - m_\xi(\xi,\eta)\, T_{z\xi\xi}(x-\xi, y-\eta, 0) \\ - m_{\xi\xi\xi}\, T_z \qquad\qquad + m_{\xi\xi}\, T_{z\xi} \end{array} \right]_{\xi_A}^{\xi_F} d\eta$$

$$+ K^2 \int \left[m T_{z\xi} - m_\xi T_z - m_\xi T_z + m T_{z\xi} \right]_{\xi_A}^{\xi_F} d\eta$$

$$+ K^2 \int \left[m T_{z\eta} - m_\eta T_z - T_z m_\eta + m T_{z\eta} \right]_{\eta_S}^{\eta_F} d\xi \quad , \qquad (1.7)$$

右辺の [ ] は夫々前後左右の値の差を意味するものとする。

(1.4) より

$$L\, T_z(x,y,z) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial z^2} \frac{1}{r} - K \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{z}{r^3} \right] , \quad (1.8)$$

であるから右辺第1項の内 部積分が一部出て.

$$-\iint_S L m\, T_z\, d\xi\, d\eta = -K \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) m(x,y)$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \iint m(\xi,\eta) \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \frac{1}{R}\, d\xi\, d\eta , \quad (1.9)$$

$$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$$

結局(1.7)は

$$\zeta(x,y) = -\int \Big[m T_{\xi xxx} + m_\xi T_{\xi xx} + m_{\xi\xi} T_{\xi x} + m_{\xi\xi\xi} T_{\xi} \Big]_{\xi=\xi_A}^{\xi=\xi_F} d\eta$$

$$+2K^2 \int \Big[m T_{\xi x} + m_\xi T_\xi \Big]_{\xi=\xi_A}^{\xi_F} d\eta$$

$$-2K^2 \int \Big[m T_{\xi y} + m_\eta T_\xi \Big]_{\eta=\eta_S}^{\eta_P} d\xi$$

$$-K\Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big) m(x,y) + \frac{1}{2\pi}\iint m(\xi,\eta)\Big(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}\Big)\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\frac{1}{R}\, d\xi\, d\eta, \quad (1.10)$$

[xとξ, yとηとの微分を入れ替えると符号がかわる。]において

境界上で

$$\left. \begin{aligned} & m = m_\xi = m_{xx} = m_{xxx} \Big|_{x=\xi_F,\xi_A} = 0 \\ & m = m_y \Big|_{\eta=\eta_S,\eta_P} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

ならば

$$\zeta(x,y) = -K\Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big) m(x,y) +$$

$$-\frac{1}{2\pi}\iint m_{\xi\xi}(\xi,\eta)\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\frac{1}{R}\Big|_{z=0} d\xi\, d\eta, \quad (1.12)$$

となって後續項が無くなるから (1.11)は

渦なしの条件である。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{1}{R}\Big|_{z=0} = -\frac{\partial}{\partial z}\frac{z}{R^3}\Big|_{z=0} = -\frac{1}{R^3}\Big|_{z=0} = -\Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big)\frac{1}{R}$$

(1.12)は(1.8)により

$$\zeta(x,y) = -\frac{p(x,y)}{K} + \frac{u(x,y,0)}{K}, \quad (1.13)$$

$$u(x,y,0) = \frac{\partial}{\partial z} m(x,y) + \frac{K}{2\pi}\iint_{\xi\eta} m(\xi,\eta)\frac{d\xi\, d\eta}{R^3}, \quad (1.14)$$

とも書ける。

↑積分不能

注）

圧力pはρで割ってある。

造波抵抗は

$$R = \frac{\rho K^2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} |F|^2 \sec^5\theta\, d\theta,$$

2. コッチン関数による表現

今コッチン関数を

$$\bar{H}(k,\theta) = \iint p(x,y)\, e^{-ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}\, dx\,dy, \qquad (2.1)$$

のように定義すると (1.1) は

$$\zeta(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{0}^{\infty} \frac{e^{\mu z + ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}\, \bar{H}(k,\theta)\, k\,dk\,d\theta}{k\cos^2\theta - K + \mu i\cos\theta}\Bigg|_{z\to 0}, \qquad (2.2)$$

のように表わせる。

さて (1.6) によって $m(x,y)$ を導入し

$$M(k,\theta) = \iint m(x,y)\, e^{-ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}\, dx\,dy, \qquad (2.3)$$

とおくと

$$\bar{H}(k,\theta) = \iint L m\, e^{-i(px+qy)}\, dx\,dy = +\iint m(x,y)\, L\, e^{-i(px+qy)}\, dx\,dy$$

$$+\int [m_{xxx} + ip\, m_{xx} - p^2 m_x - ip^3 m]\, e^{-i(px+qy)}\, dy$$

$$+K^2\int [m_y + iq\, m]\, e^{-i(px+qy)}\, dx$$

$$+K^2\int [m_x + ip\, m]\, e^{-i(px+qy)}\, dy$$

$$= \{p^4 - K^2(p^2+q^2)\}\, M(k,\theta)$$

$$+\int [m_{xxx} + ip\, m_{xx} - (p^2 - K^2) m_x + ip(K^2 - p^2) m]\, e^{-i(px+qy)}\, dy$$

$$+K^2\int [m_y + iq\, m]\, e^{-i(px+qy)}\, dx, \qquad p = k\cos\theta,\ q = k\sin\theta \qquad (2.4)$$

波なしでは　(1.11) の条件から

$$F(k,\theta) = k^2(k^2\cos^4\theta - K^2)\,M(k,\theta) \quad , \quad \cdots (2.5)$$

(2.2) に代入すると

$$\zeta(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty} \frac{e^{ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}}{(k\cos^2\theta - K)}\,M(k,\theta)\,k^2\,dk\,d\theta, \quad (2.6)$$

これは (1.12) と等価である。

後續波は (2.4) で $k = K\sec^2\theta$ の時のみが問題で

$$F(K\sec^2\theta,\theta) = \int \left\{ m_{xxx} + ip\,m_{xy} - K^2\tan^2\theta\, m_x - ipK^2\tan^2\theta\, m_y \right\} e^{-ipx}\Big|_{x=-1}^{x=1} e^{-iqy}\,dy$$

$$+ K^2 \int \left\{ m_y + iq\,m \right\} e^{-iqy}\Big|_{y=-\lambda}^{\lambda} e^{-ipx}\,dx \quad , \quad \cdots (2.7)$$

$p = K\sec\theta, \quad q = K\sec^2\theta\sin\theta$

それ故　$m(\pm1,y) = m_x(\pm1,y) = m_{xx}(\pm1,y) = 0,$
$m(x,\pm\lambda) = m_y(x,\pm\lambda) = 0$,　(2.8)

であるならば（簡単の為に前後対称として）

$$F(K\sec^2\theta,\theta) = 2\cos p \int_{-\lambda}^{\lambda} m_{xxx}(1,y)\, e^{-iqy}\,dy \quad , \quad \cdots (2.9)$$

これは $x=\pm1$, $\lambda > y > -\lambda$ の線上の特異点分布による吹き出し関数と同じ故　タンデム型と名づけよう。

同様にして

$$\left.\begin{aligned} & m(\pm 1, y) = m_x(\pm 1, y) = m_{xx}(\pm 1, y) = m_{xxx}(\pm 1, y) = 0 \\ & m(x, \pm\lambda) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2.10)$$

とおくと（左右対称として）

$$H(K\sec^2\theta, \theta) = 2K^2 \cos q\lambda \int_{-1}^{1} m_y(x, \lambda)\, e^{-ipx} dx, \qquad (2.11)$$

となり，これは $1 > x > -1$，$y = \pm\lambda$ の直線上の特異点分布と同じコッチン関数をもつ。

それ故これを双胴型と名づけよう。

3. 双胴型とタンデム型

もう少し具体的に考える為に以下

$$m(x,y)=X(x)Y(y) \quad , \quad \cdots \quad (3.1)$$

のように変数分離出来る場合を考えよう。

まず双胴型では (2.10)より

$$X(\pm1)=X_x(\pm1)=X_{xx}(\pm1)=X_{xxx}(\pm1)=0 \quad , \quad (3.2)$$

$$Y(\pm\lambda)=0 \quad , \quad \cdots \quad (3.3)$$

そこで今一例として

$$Y(y)=\frac{\lambda}{2}\left(1-\frac{y^2}{\lambda^2}\right),\ Y'(y)=\frac{y}{\lambda},\ Y''=\frac{1}{\lambda} \quad \cdots \quad (3.4)$$

とおけば (2.11)は

$$\overline{H}(K\sec^2\theta,0)=2K^2\cos q\lambda\int_{-1}^{1}X(x)e^{-ipx}dx \quad , \quad \cdots \quad (3.5)$$

となって夫々の船側線上の特異点分布は細長船のそれに等しく、その場合は細長船の断面積を $A(x)$ とすると

$$X(x)=(K^?)A(x) \quad , \quad \cdots \quad (3.6)$$

細長船では造波抵抗が有限に止まるには両端で一階微分まで消えなければならなかったが今は (3.2) により、3階微分まで消えるので (3.5)は

$$\overline{H}(K\sec^2\theta,0)=2\frac{\cos^4\theta}{K^2}\cos(K\lambda\sec^2\theta\sin\theta)\int_{-1}^{1}X^{(4)}(x)e^{-iKx\sec\theta}dx, \quad (3.7)$$

となる。

低速では　$K\lambda = \frac{1}{2F^2} = \frac{\pi}{2}$　となるように選べば双胴の干渉効果が出るとされているが、これでは高速ではλが大きくなりすぎる。

しかし高速では発散波の造波抵抗が主であるので、双胴の干渉効果は大きく、λは出来るだけ大きい方が良い事になる。

次にタンデム型について考えよう。

やはり(3.1)の分離型とすれば(2.8)より

$$X(\pm 1) = X_x(\pm 1) = X_{xx}(\pm 1) = 0\,, \qquad (3.8)$$

$$Y(\pm\lambda) = Y_y(\pm 1) = 0\,, \qquad (3.9)$$

そこで今

$$\left.\begin{aligned} &X(x) = \frac{1}{36}(1-x^2)^3\,, \quad X' = \frac{-x}{6}(1-x^2)^2 \\ &X'' = (1-x^2)(x^2-2)\,, \quad X''' = x(3-2x^2)\,, \quad X^{(4)} = 3-10x^2\,, \end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

とおくと(2.9)は

$$F(K\sec\theta, \theta) \approx 2\cos(K\sec\theta)\int_{-\lambda}^{\lambda} Y(y)\,e^{-iqy}\,dy\,, \qquad (3.11)$$

となってタンデムの横断分布となるが、抵抗積分が有限になる為には(3.9)の条件が

必要で，それを入れると

$$F(K\sec^2\theta,\theta) = -\frac{2\cos(Ka\sec\theta)}{K^2\sec^4\theta\sin^2\theta}\int_{-1}^{1} Y''(y)\, e^{-iKy\sec^2\theta\sin\theta}\, dy, \qquad (3.12)$$

横線分布についての研究は殆どないが，今(3.9)の条件を考え又尾流なしである為には $Y''(\pm 1)$も 0 となるべきであるから，それを考えて

$$Y''(y) = \sum_{n:odd}^{\infty} a_n \sin n\phi_y, \quad y = -\cos\phi_y, \qquad (3.13)$$

とおくと

$$Y'(y) = \sum_n \frac{a_n}{2}\left(\frac{\sin(n-1)\phi_y}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\phi_y}{n+1}\right),$$

$$Y(y) = \sum_n \frac{a_n}{4}\left[\frac{\sin(n-2)\phi_y}{(n-1)(n-2)} - \frac{2n\sin n\phi_y}{(n^2-1)} + \frac{\sin(n+2)\phi_y}{(n+1)(n+2)}\right], \qquad (3.14)$$

となるから，$n > 2$ ならば (3.9) を満たす。

それ故 (3.12)に (3.13)を代入すると

$$F \approx -\frac{2\pi\cos(Ka\sec\theta)}{K^3\sec^6\theta\sin^3\theta}\sum_{n=1,2,\dots}(2n+1)(-1)^n a_{2n+1} J_{2n+1}(K\sec^2\theta\sin\theta), \qquad (3.15)$$

となるから，$\theta \to 0$ でこれは有限となって問題はない。

双胴型の場合 $X(x)$ は (3·2) の条件があるので

$$X^{(4)}(x) = \sum_{n=2}^{\infty} a_{2n+1}\sin(2n+1)\phi_x, \quad \cancel{x=} -\cos\phi_x, \qquad (3·16)$$

とおくと振深なしの条件も (3·2) の条件も満たす。

従って (3·7) は

$$\bar{F}(Ka\cos\theta, \theta) = \frac{2\pi\cos^5\theta}{K^3}\cos(Ka\cos\theta\, h_e)\sum_{n=2}(2n+1)(-)^n a_{2n+1} J_{2n+1}(Ka\cos\theta), \qquad (3·17)$$

(3·13), (3·16) の分布はかなり波うっていてあまり実用的でないようにも見えるがその圧力分布は (1·4) により

$$p(x,y) = \{X^{(4)}(x) + K^2 X''(x)\} Y(y) + K^2 X(x) Y''(y), \qquad (3·18)$$

となるので K が 1 程度の時例えば双胴型で $Y(y)$ は (3·4) のようになり、λ が 0.1 〜 0.2 の時はこの右辺第 1 項は第 2 項に較べて大変小さい。また タンデム型でも (3·14) のようになって同じである。

それ故実用上は

$$p(x,y) \doteqdot K^2 X(x) Y''(y), \qquad (3·19)$$

のようになってあまり波うってはいない事になる。

Date

4. 波なし分布

前節で見たようにマタ胴船、タンディ船のようなものでもそれと造波抵抗の等しい矩形水線面上の圧力分布型船がある。

もっと一般的に考えて(2.11)のような条件を満たす波なし分布は定数倍して加減しても造波抵抗は変らないからそれを不変型と名づけよう。

前節の考察からそれは[illegible]波なしに限ると

$$p(x,y)=\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=1}^{M} a_{nm}\sin(2n+1)\phi_x \sin(2m+1)\phi_y \ , \qquad (4.1)$$

と表わされ、やはり高速で λ が充分小さければ(3.18)の近似が成立つ。

もっと一般的に　(2.11)により

$$\iint p(x,y)\,dx\,dy = 0 \ , \qquad (4.2)$$

$$\left.\begin{aligned}\iint x\,p(x,y)\,dx\,dy &= 0\\ \iint y\,p(x,y)\,dx\,dy &= 0\end{aligned}\right\} \cdots (4.3)$$

となるから排水量および浮心の前後左右位置を変える事は出来ない。

それ故 排水量分布は その制限内で幾分シフト出来る故で 前後にシフトする場は

$$\int_{-\lambda}^{\lambda} p(x,y)\,dy = \{X^{(4)}(x)+K^2X''(x)\}\int_{-\lambda}^{\lambda} Y(y)\,dy, \qquad (4.4)$$

左右には

$$\int_{-1}^{1} p(x,y)\,dx = K^2\,Y''(y)\int_{-1}^{1} X(x)\,dx, \qquad \cdots (4.5)$$

前述のように (3.18) 右辺第1項は実用上大分小さいから排水量の前後シフトは困難であるが、左右へのシフトあるいは排水量を両舷にちらすまたは中央に集めるなどは実用上応用可能のように見える。

圧力分布型で造波抵抗を小さくしようとすると 船体縦中心線に沿ってかなり極端に圧力が大きく、従って吃水が深くなり具合が悪いが、この変形によってそれをかなり修正し適度の吃水とする事が出来ると思われる。

このような隆起(1.12)により 水面変位を計算して
（今は線型理論で考えているから）
おいて これを 船体のオフセットに加えればよい。
（適当に定数をかけて）

実用船型の水線面は矩形とは程遠いので
同じような議論を展開するのは一般的には
大変困難で 何か数値的手法を考える方
が良いように見えるが 定性的には以上の
考察は成立つであろう。

5. 影響関数のコッチン関数による表現

造波抵抗の影響関数は

$$R(x,y)=\iint P(\xi,\eta)\,R_5(K|x-\xi|,K|y-\eta|,0)\,d\xi\,d\eta, \qquad (5.1)$$

のように与えられるがこれを

$$R(x,y)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sec^5\theta\,d\theta\left[\iint P(\xi,\eta)\cos p(x-\xi)\cos q(y-\eta)\,d\xi\,d\eta\right]$$

$p=K\sec\theta$
$q=K\sec^2\theta\sin\theta$

として水線面上で積分すると

左右対称船では

$$R(x,y)=\mathrm{Re}\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{ipx}\cos qy\,F(p,q)\sec^5\theta\,d\theta, \qquad (5.2)$$

$$F(p,q)=\iint P(x,y)\,e^{-i(px+qy)}\,dx\,dy, \qquad (5.3)$$

それ故 波なし分布では $F=0$ なので

$$R(x,y)=0, \qquad (5.4)$$

水線面が矩形でない時は造波抵抗の計算はかなり困難でむしろ数値的手法の方が好ましいように見える。

そのような時 極値問題は

$$R(x,y)=\mathrm{Const.} \qquad (5.5)$$

の解となる。

副条件は $\iint p(x,y)\,dx\,dy = \text{given}$ (5.6)

周辺上で $p(x,y)=0$ (5.7)

これはクッタの条件と飛沫なしの条件である。
渦なし分布では(5.4)と(5.7)が(4.2),(4.3)の条件で決まる。
渦なし分布の場合条件がすべて斉次であるから定数倍だけ常に不定である。

この点を除けば両者は同じ計算である事がわかる。

計算の為に矩形領域を長さ方向に2N個幅方向に2M個に分割し、前後左右対称な分布について極値問題を考えて見よう。

圧力分布は各要素の中央値で一定、(5.5)の条件は各要素の平均値で考える事とする。

そうすると未知数は圧力分布と(5.5)の右辺の定数で $(N\times M+1)$ 個、条件は(5.5)の $N\times M$ 個、(5.6),(5.7)で $(N+M-1)+1=(N+M)$ 個であるから

結局条件の数が

$$N \times M + N + M - (N \times M + 1) = N + M - 1.$$

個だけ多過ぎる。

それ故この数だけ(5.5)の条件を抜かして解けば圧力分布は求まる事になる。

もう一ヶ条件を減らせば(5.5)の定数を0とする事が出来、それは造波抵抗が0となる事を意味する。

波なしでも全く同様であるが、結局条件を抜いた所のPの値がどのようになるかと言う事で、これは計算してみないとわからない。

附録A　$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{\pi^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right]\mu(x,y) = 0$ の解

矩形領域 $x=[0,\pi]$, $y=[0,\pi]$ における解を考えよう。

素解を

$$\mu(x,y) = \cos nx \cos my \qquad , \qquad (A.1)$$

とおくと，微分方程式より

$$n^4 - K^2 n^2 - \frac{K^2}{\pi^2} m^2 = 0 \qquad , \qquad (A.2)$$

今 n を正の整数とすると

$$m^2 = \frac{\pi^2}{K^2} n^2 (n^2 - K^2) \, , \quad m = \pm \frac{n\pi}{K}\sqrt{n^2 - K^2} \qquad , \qquad (A.3)$$

従って $n < K$ ならば m は虚数である。

一方 m を正の整数とすると

$$n^2 = \frac{K^2 \pm \sqrt{K^4 + \frac{4K^2}{\pi^2} m^2}}{2} \, , \quad n = \pm K\sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 + \frac{4m^2}{K^2\pi^2}}}{2}} \qquad , \qquad (A.4)$$

で根号の中の負号の場合 n は虚数である。

それ故一般解は，前後左右対称解のみ考えると

$$\mu(x,y) = \sum_{n;\,even} a_n \cos nx \cos\left\{\frac{n\pi}{K}\sqrt{n^2 - K^2}\left(y - \frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$+ \sum_{m;\,even} b_m \cos my \cos\left\{K\sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4m^2}{K^2\pi^2}}}{2}}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$+ \sum_{m=even} c_m \cos my \cosh\left\{K\sqrt{\frac{\sqrt{1 + \frac{4m^2}{K^2\pi^2}} - 1}{2}}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \qquad , \qquad (A.5)$$

となるだろう。

uの境界条件によって，a_n, b_n, c_nを決めればよい。

例えば

$$u(x,0)=\sum_n a_n \cos nx \cos\left\{\frac{n\pi\lambda}{2K}\sqrt{n^2-K^2}\right\}$$

$$+\sum_n b_n \cos\left\{K\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}}{2}}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$+\sum_n c_n \cosh\left\{K\sqrt{\frac{\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}-1}{2}}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right\}, \qquad (A\cdot 6)$$

$$u(0,y)=\sum a_n \cos\left\{\frac{n\lambda}{K}\sqrt{n^2-K^2}\left(y-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$+\sum b_n \cos ny \cos\left\{\frac{\pi K}{2}\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}}{2}}\right\}$$

$$+\sum c_n \cos ny \cosh\left\{\frac{\pi K}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}-1}{2}}\right\}, \qquad (A\cdot 7)$$

$$u_x(0,y)=+K\sum_n b_n\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}}{2}}\sin\left\{\frac{\pi K}{2}\sqrt{\frac{1+\sqrt{\ }}{2}}\right\}\cos ny$$

$$+K\sum_n c_n\sqrt{\frac{\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}-1}{2}}\sinh\left\{\frac{\pi K}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{1+n^2/K^2\lambda^2}-1}{2}}\right\}\cos ny, \quad (A\cdot 8)$$

の3つの値が与えられれば a_n, b_n, c_n は定まり

解は確定する。?

a_n, (b_n, c_n) のどちらかだけで良い。