

昭和50年2月25日

A.C.V. の理論について

別所正利

概要

	頁
	0
1. 水面条件	1
2. 水の運動	3
3. 基本的特性	5
4. 2次元問題	9
5. 地面効果	14
6. 伴流制御	16-16

附録 A 地面に接した時のポテンシャル
A-0 ~ 11

附録 B. ファンダクタ系の損失
B-1 ~ 3

概要

水面を航行するA.C.V. については水面変形を考えた必要があるのど陸上のものより考えるのが面倒である。

そこで 1, 2, 3, 4 においては水面の効果を線型理論によつて検討した。

その結果 空気流場については水面効果は地面効果に略等しいと言えらる。

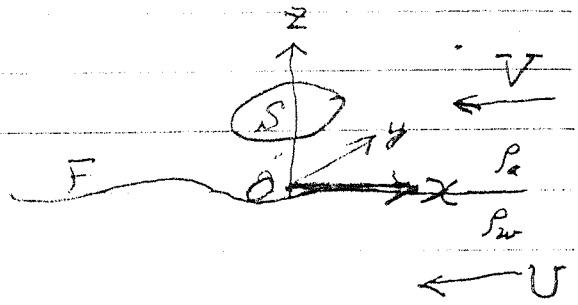
つまり水の密度は空気のそれに対し大変大きいので水面変位は小さく小さいという事である。

一方空気流場の特異点によつて造波抵抗は表現出来る。なお造波抵抗は水面変位による空気の圧力変動に基づく圧力抵抗である。

そこで 5 附録A では地面効果について検討し、高速において空気の速度水頭も大きくなる事を考慮して粘性による併流制御を取り入れた高揚力断面形状を求めその方向を指向して見た。

この時 底面圧力は空気の stagnation pressure 程度に周辺ジェット等により保持する事と頭と揃って、底面の高圧による柔軟スカート等は考えていない。

1. 水面条件



空気, 水は共に一様流速
 V, U で 図のように z 軸に
 平行に流れ込むものとする。

空気の流れ, 水の流れの速度ポテンシャル (一様流の分
 は除いて) を ϕ^a, ϕ^w としよう。

密度は ρ_a, ρ_w とし, 重力の定数を g とする。

水面での圧力を $p(x, y)$ とし 水面変位を $\zeta(x, y)$
 とすると 水面での条件は水に対して

$$U \phi_x^w(x, y, 0) + g \zeta(x, y) = -\frac{1}{\rho_w} p(x, y), \quad \dots (1)$$

$$\phi_z^w(x, y, 0) = U \zeta_x(x, y), \quad (2)$$

故らと消去すると

$$U \phi_{xx}^w(x, y, 0) + \frac{g}{U} \phi_z^w(x, y, 0) = -\frac{1}{\rho_w} p_x(x, y), \quad (3)$$

となる。

一先 空気の流れに対しては 考えている速度範囲
 では 非圧縮的であるとしてよく又 密度も水に比し
 充分小さいので 静浮力を無視し得ると考えられる
 から ベルヌーイの定理は

$$V \phi_x^a(x, y, z) = -\frac{1}{\rho_a} p(x, y, z), \quad \dots (4)$$

と考えられる。

こゝに $p(x, y, z)$ は 空気中の圧力とする。

特に 水面では

$$V \phi_x^a(x, y, 0) = -\frac{1}{\rho_a} p(x, y), \quad \dots (5)$$

昭和 年 月 日

水面では水と接して流れるとするから

$$\phi^q(x, y, 0) = V \zeta(x, y), \dots (6)$$

さて我々の問題は物体 S 上の境界条件を指定して ϕ^q を求める事にあるが水の存在のために水面が変形するのでその影響を定めたのが目的である。

つまり ϕ^q のために水面に圧力 $p(x, y)$ が誘起されそれによって ϕ^{20} が決まる。

その結果 (2) によって水面変位が起る、その一方で ϕ^q に対する境界条件 (6) となって ϕ^q を規制する。

2. 水の運動力

圧力 $p(x, y)$ が与えられると水の運動力は定まりよく知られてゐるから

$$\phi^w(x, y, z) = \frac{1}{\rho_w U} \iint_H p(x, y) S^w(x-z, y-\eta, z) dz d\eta, \quad \text{for } z \leq 0, \quad (1)$$

$$S(x, y) = \frac{1}{\rho_w U} \iint_H p(x, y) S_2^w(x-z, y-\eta, 0) dz d\eta, \quad (2)$$

$$z = iz \quad S^w(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + ik\omega} k \cos\theta dk}{k \cos\theta - \gamma + \mu i \cos\theta}, \quad (3)$$

$$S_2^w(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + ik\omega} k dk}{k \cos\theta - \gamma + \mu i \cos\theta}, \quad (4)$$

ここで $\gamma = \gamma/U^2$, $\omega = x \cos\theta + y \sin\theta$,
 今 S は関数

$$H(k, \theta) = \frac{1}{\rho_w U^2} \iint_H p(x, y) e^{-ik\omega} dx dy, \quad (5)$$

を導入すれば (1), (2) は又次のように書ける。

$$\phi^w(x, y, z) = \frac{U i}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{H(k, \theta) e^{kz + ik\omega} k \cos\theta dk}{k \cos\theta - \gamma + \mu i \cos\theta}, \quad (6)$$

$$S(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{H(k, \theta) e^{ik\omega} k dk}{k \cos\theta - \gamma + \mu i \cos\theta}, \quad (7)$$

充分後流では

$$\zeta(x, y) \xrightarrow[x \ll 0]{|x| \gg 1} \frac{\gamma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} H(\gamma \sec^2 \theta, \theta) \sec^4 \theta \operatorname{sgn}(\sec \theta) d\theta, \quad (8)$$

$i \gamma \sec^2 \theta \omega$

又この時の造波抵抗は

$$R_w = - \iint_H p(x, y) \zeta_x(x, y) dx dy = \frac{\rho_w U^2}{4\pi^2 i} \iint_H \frac{H(k, \theta) \overline{H(k, \theta)} k^2 \cos^2 \theta dk}{k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i \cos \theta}$$

$$= \frac{\rho_w U^2}{\pi} \gamma^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} H(\gamma \sec^2 \theta, \theta) \overline{H(\gamma \sec^2 \theta, \theta)} \sec^5 \theta d\theta, \quad (9)$$

3. 基本的特性

ϕ^a の一般的表現を作るには先ず"空気"の基本的特性による速度ポテンシャルが必要である。

今空中 Q 点 (x', y', z') の噴出しがあるとして、それによる速度ポテンシャルを $S^a(P, Q)$ とし

$$S^a(P, Q) = \frac{1}{4\pi r(P, Q)} + A(P, Q) \quad (1)$$

$P \equiv (x, y, z)$

と書くと A は空气中で正則な調和関数である。又液体において水面でも正則と考えられるので、今そこで (1) をフーリエ表現にしよう。

$$\frac{1}{r(P, Q)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk e^{-k(z-z')} + ik(\omega - \omega')$$

であるから

$$A(P, Q) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk F(k, \theta) e^{-kz + ik\omega}$$

と表わされるとすると

$$S^a(P, Q) \Big|_{z \rightarrow 0} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk \left[e^{ik(z-z')} + F(k, \theta) e^{-kz} \right] e^{ik\omega}$$

とすれば

$$V_{S_x} = S_x \Big|_{z=0} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk \left[e^{-kz - ik\omega} - F \right] k e^{ik\omega} \quad (4)$$

$$-\frac{p}{\rho g V} = S_x \Big|_{z=0} = \frac{i}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dk \left[e^{-kz - ik\omega} + F \right] k e^{ik\omega}$$

(4) 式を (7) と比較すると

$$e^{-kz' - ik\omega'} F(k, \theta) = 2iV \frac{H(k, \theta) k \cos \theta}{-k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta} \quad (8)$$

又 (4) 式から

$$\iint_{\Gamma} p(x, y) e^{-ik\omega'} dx dy = -\frac{i\rho V}{2} [e^{-kz' - ik\omega'} + F(k, \theta)] \cos \theta$$

を得る (5) と比較して

$$e^{-kz' - ik\omega'} + F(k, \theta) = \frac{2i\rho V U^2}{\rho_a V \omega \theta} H(k, \theta) \quad (9)$$

(8) と (9) を加えて

$$iV H(k, \theta) = \frac{e^{-kz' - ik\omega'} \cos \theta}{\frac{\rho V U^2}{\rho_a V^2} + \frac{k \cos^2 \theta}{k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta}} = \frac{\rho_a V^2 (k \omega^2 \theta - \gamma) e^{-kz' - ik\omega'} \cos \theta}{\rho V U^2 (k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta) + \rho_a V^2 k \cos^2 \theta} \quad (10)$$

逆々相引くと

$$F(k, \theta) = iV H(k, \theta) \left[\frac{\rho V U^2}{\rho_a V^2} - \frac{k \cos^2 \theta}{-k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta} \right] \sec \theta$$

$$= e^{-kz' - ik\omega'} \frac{\rho V U^2 (k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta) - \rho_a V^2 k \cos^2 \theta}{\rho V U^2 (k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta) + \rho_a V^2 k \cos^2 \theta} \quad (11)$$

したがって S^a は

$$S^a(p, Q) = \frac{1}{4\pi r(p, Q)} + \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(k \omega^2 \theta - \gamma - \frac{\rho_a V^2 k \cos^2 \theta}{\rho V U^2}) e^{-k(z+z')} + ik(\omega-\omega')}{k \omega^2 \theta - \gamma + \mu i c \omega \theta + \frac{\rho_a V^2 k \cos^2 \theta}{\rho V U^2}} \rho_a \omega dk$$

(12)

$\text{Re } z', z > 0$

となる。

一般には $\rho_w U^2 \gg \rho_a V^2$ であるから

$$\int^a (P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r(P, Q)} + \frac{1}{r(P, \bar{Q})} \right\} - \frac{\rho_a V^2}{4\pi^2 \rho_w U^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(r+z')} e^{i k(\omega - \omega')} k \omega^2 A dk}{k \cos^2 \theta - \gamma + \mu i \omega \theta}, \quad (13)$$

$$\int^a (P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r(P, Q)} + \frac{1}{r(P, \bar{Q})} \right\}, \quad (14)$$

たゞ $\bar{Q} = (x', y', -z')$ となり、実質的に正鏡像ポテンシャルを考へればよい事になる。
その時コッチの関数は(10)より、

$$H(k, \theta) = \frac{\rho_a V}{i \rho_w U} e^{-kz' - i k \omega'}, \quad (15)$$

となるので前節の式により水の運動は求まり又造波拮抗も求まる。

(13)の右辺の2項はこの場合大変小さい量であるけれどもこれによる物体の周りの圧力変化の拮抗成分が造波拮抗となる。

あるいは又我々の場合 γ は充分小さいので

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz' + i k \omega'} k \omega^2 A dk}{k \cos^2 \theta - \gamma + \mu i \omega \theta} = \frac{1}{r} + \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-kz' + i k \omega'} k dk}{k \cos^2 \theta - \gamma + \mu i \omega \theta} \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{1}{r}, \quad (16)$$

となる事を考へると(13)は又

$$\int^a (P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r(P, Q)} + \frac{1}{r(P, \bar{Q})} \right\} - \frac{\rho_a V^2}{2\pi \rho_w U^2} \frac{1}{r(P, \bar{Q})}, \quad (17)$$

昭和 年 月 日

と仮定するが、この水に於いても右の式(17)は充分小さいと
 考えてよいので、充分の精度で水面は固体壁と考
 えて空気の流れを解けばよい事になる。

水と物体の隙間が大変小さい時にはこの結論
 は一見不合理に見えるけれども、実際上の結論は
 問題の簡略化に大変便利であるので捨て難い。

さてもう一つの極限として $U=0$ の場合を考えて
 見るとこの時は水は運動しないで、静的に水面が
 変位するだけであつて、逆波抵抗のようなるものはなく。

この時は(11)により

$$F(\theta, \theta) = -e^{-\theta} \quad (18)$$

又(12)より

$$S^2(P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r(P, Q)} - \frac{1}{r(P, \bar{Q})} \right\}, \quad (19)$$

となり、逆鏡像ポテンシャルになる。

これは(14)とは大変異なる。

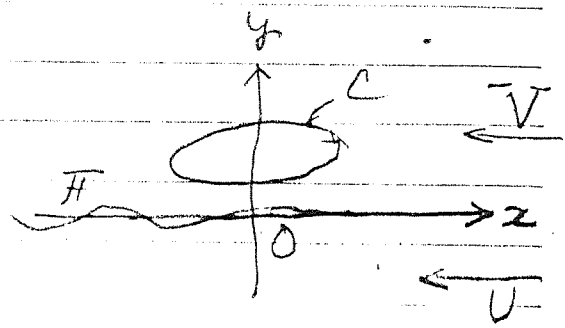
つまり、模型試験のこれをおてはめて考えると

風洞試験の時は水面の替りに固体壁を
 置くことで(勿論その時の水面変位の通りに固体
 壁を変形させれば理想的である)、静止した
 水面を置くと大変異なる結論が出る事
 になる事を意味する。

別の極限としては $V=0$ つまり回流水槽における
 試験が考えられるがこの時は模型周りの空気流
 場については何もわがらないので、実際上あまり
 意味がない。又この時は(14) (15) のような
 近似が出来ないので、始から考え直さねばならない。

4. 二次元問題

§1, 2, 3 の考察を右図の如き二次元問題について考えて見ると



水面条件は

$$\cup \phi_x^{20}(x, 0) + \gamma \eta(x) = -\frac{1}{\rho_w} P(x), \quad \dots (1)$$

$$\phi_z^{20}(x, 0) = \cup \eta_x(x), \quad \dots (2)$$

但し η は水面変位とする。
2式より η を消去して

$$\phi_{xx}^{20}(x, 0) + \gamma \phi_z^{20}(x, 0) = -\frac{1}{\rho_w U} P(x), \quad (3)$$

気流中の圧力は

$$\phi_x^q(x, y) = -\frac{1}{\rho_a U} P(x, y), \quad (4)$$

水面では

$$\phi_x^q(x, 0) = -\frac{1}{\rho_a U} P(x), \quad \dots (5)$$

$$\phi_z^q(x, 0) = V \eta_x(x), \quad \dots (6)$$

圧力 $p(x)$ による水の運動は、複素ポテンシャルを導入して

$$f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y), \quad z = x + iy, \quad (7)$$

$$f^{20}(z) = \frac{1}{\rho_w U} \int_{-\infty}^{\infty} P(x') S\{\alpha(z-x')\} dx', \quad (8)$$

for $y < 0$

昭和 年 月 日

$$S(\gamma z) = \frac{1}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{e^{-i\gamma z} dp}{p - \gamma - \mu i}, \quad \gamma < 0 \quad (9)$$

$$\left(\frac{d}{dz} + i\gamma\right) S(\gamma z) = \frac{i}{\pi z},$$

$$S(\gamma z) = \frac{P_1}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{e^{-i\gamma z}}{p - \gamma} + e^{-i\gamma z},$$

$$S(\gamma z) \xrightarrow{x \ll -1} 2e^{-i\gamma z} + O\left(\frac{1}{z}\right),$$

上の2の均 (2), (6) は無限上流で $\gamma=0$ とし
 $x \ll -1$ の積分すると

$$U\eta(x) = -\psi^w(x, 0), \quad (2')$$

$$V\eta(x) = -\psi^a(x, 0), \quad (6')$$

\rightarrow 上流 (1) は次のように書ける。

$$\phi_x^w(x, 0) - \gamma \psi^w(x, 0) = -\frac{1}{PwU} P(x), \quad (1')$$

$$\operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{d}{dz} + i\gamma \right) f(z) \right\} \Big|_{y=0} = -\frac{1}{PwU} P(x)$$

(9)より

$$f(z) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{2e^{-i\gamma z}}{PwU} \int_0^{\infty} P(x') e^{i\gamma x'} dx', \quad (10)$$

したがって

$$\frac{1}{PwU^2} \int_0^{\infty} P(x') e^{i\gamma x'} dx' = H(\gamma), \quad (11)$$

右辺を定義すると、無限上流の水面変位は

$$\eta(x) \rightarrow -2 \operatorname{Im} \left\{ e^{-i\gamma x} H(\gamma) \right\}, \quad (12)$$

よって 逆海程数 R_w は

$$R_w = \frac{\rho g a^2}{4} = \rho g |H(x)|^2, \dots (13)$$

次に、気流中の unit circulation に与るポテンシャルを求めよう。

今これを

$$S^a(z, z') = \frac{i}{2\pi} \log \left(\frac{z-z'}{z-\bar{z}'} \right) + A(z, z'), \quad (14)$$

と置いて見ると A は気流中では正則である。

一方 A は (2') (6') より水面で

$$\frac{\partial S^a}{\partial n}(x, 0) = \frac{V}{U} \psi^w(x, 0)$$

$$\left. \frac{\partial S^a}{\partial n} \right\}_{y=0} = \left. \frac{\partial A}{\partial n} \right\}_{y=0} = \frac{V}{U} \left. \frac{\partial \psi^w}{\partial n} \right\}_{y=0} \quad (15)$$

よって空中では

$$A(z, z') = \frac{V}{U\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi^w(\xi, 0)}{\xi - z} d\xi \quad (16)$$

そこで ψ^w は下半面では正則であるから

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi^w d\xi}{\xi - z} = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f^w(z) - \overline{f^w(\bar{z})}}{z - \bar{z}} dz = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^w(\xi) d\xi}{\xi - z} + \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^w(\xi) d\xi}{\xi - \bar{z}} \right\} = -f^w(z), \quad (17)$$

ゆえ

$$A(z, z') = -\frac{V}{\pi U} f^w(z), \quad (18)$$

さて f^w は (18) に よって与えられるが (8) は又 (9) のより

$$f(z) = \frac{V}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{H(k) e^{-ikz}}{k - \gamma - \mu i} dk, \quad (19)$$

と表わされるが H が求まればよい。

(5) より

$$H(k) = - \frac{\rho_0 V}{\rho_0 U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(x, 0) e^{ikx} dx = - \frac{\rho_0 V}{2\rho_0 U^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \phi_x^a + \frac{d\phi^a}{dx} \right] e^{ikx} dx$$

$$= - \frac{\rho_0 V}{2\rho_0 U^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\phi^a}{dx} e^{ikx} dx + \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x^a e^{-ikx} dx \right], \quad \text{Re } k > 0$$

とあるが e^{ikz} は上半面で e^{-ikz} は下半面で正値であるが、又、積分路を変更して、今の場合 ϕ^a の上半面の特異点は $z=0$ における circulation 下半面の特異点は $z=0$ から $z=1$ へ行く線分布であるから、次の積分は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\phi^a}{dx} e^{ikx} dx = -e^{ikz}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\phi^a}{dx} e^{-ikx} dx = -e^{-ikz} + \int_{-\infty}^{\infty} A(z; z') e^{-ikz} dz$$

(18), (19) を代入すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} A e^{-ikx} dx = - \frac{V}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{H(k') e^{-ikx}}{k' - \gamma - \mu i} dk' \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} dx$$

$$= \frac{2iV}{\pi} \lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \frac{H(k')}{k' - \gamma - \mu i} \left[\frac{\sin(k'x)}{k+k'} \right] dk'$$

$$= -2iV \frac{H(-k)}{k+\gamma}$$

$$1 + \frac{i \rho V^2}{\rho \omega U^2} \frac{1}{k + \gamma}$$

昭和 年 月 日

よつて.

$$H(k) = -\frac{\rho V}{2\rho \omega U^2} \left[-2e^{ikz'} + 2iV \frac{H(-k)}{k + \gamma} \right]$$

$\overline{H(k)} = H(k)$ であるから

$$H(k) = \frac{\rho V}{\rho \omega U^2} e^{ikz'} \left[1 + \frac{i\rho V k}{\rho \omega U^2 (k + \gamma)} \right], \quad (20)$$

と数字の2" 近似的に,

$$H(k) \approx \frac{\rho V}{\rho \omega U^2} e^{ikz'} \quad (21)$$

又 ポテンシャルはついでに.

$$\phi^A(z, z') \approx \frac{i}{2\pi} \log \left(\frac{z - z'}{z - \bar{z}} \right), \quad (22)$$

よつての近似は

$$\begin{aligned} A(z, z') &\approx \frac{\rho i V^2}{\rho \omega \pi^2 U^3} \int_0^\infty \frac{e^{ik(z' - \bar{z})}}{k - \gamma - i\epsilon} dk \\ &= -\frac{\rho V^2}{\pi \rho \omega U^3} \int \log(\bar{z} - z) \zeta, \quad (23) \end{aligned}$$

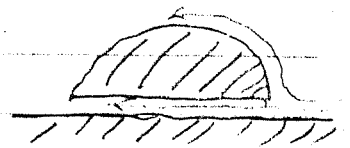
5. 地面効果

前節迄に示したように 水面効果は空気の流場については地面効果と同じであるので問題は大変簡単となる。

壁の地面効果については多くの文献があるが一般には隙間の割合大きい場合が取扱がわれているので、ここではそれが大変小さい時の極限について考えよう。

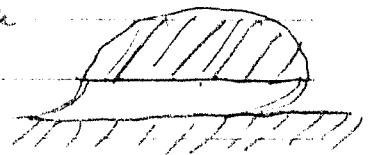
まず二次元問題では 附録 A §2 に示すように極限では鏡像まで考えた物体の周りの流れを考えればよい。

又物理的に考えると右図のような場合隙間が小さくなるとこの中の流れは一般流れとなり、かつその流速は隙間と共に小さくなるであろう。



このような問題を解く事自体はそんなに困難ではないが 1 図のように角などがあつたのではたとえ計算しても實際的ではないであろう。

特に我々の場合は例えは周回ジェット流等の帯流が前提であるので右図のように比較的弱いジェット流で本体下部を略々前進速度水頭と近く保つ事にすれば、空気の流場は全くこの外周の流場を計算すればよいので、地面に接した物体について考えれば充分である。



この時 ジェット流の形状については jet flap の理論** が援用出来るであろうが上述附録 §2 にも示す通り サーキュレーショ** から地面に接するとそれより後流では消えてしまうのであまり難しく考える必要もなからう。

*Fhwaites p. 527 - 2

**同 p. 500.

次に 3次元効果 つまり trailing vortex による誘導速度効果であるが これも 上述の通り後流では 縦渦が地面に吸い着いて来て消えてしまう事になり、実際 誘導抵抗は急激に小さくなって来る(前頁*)。

更に又 周辺ジェットにより 隙間をシールすると考えれば 誘導抵抗は考える必要はない。

しかし勿論 流れが 3次元となるので 流速等は 2次元と大変異なってくる。

翼の場合のように 縦渦はないので 式は小さく混み入ってくる。

従って 渦理論を組立てるよりは 3次元計算を実行する方が 易しうであろう。

6, 伴流制御

従来の A.C.V. ではファンによって空気を圧縮し、底面圧力によって浮上させようとするものであるが、高速になると空気流に基づく力が大きくなるので、揚力を利用するのが得策であり、そうすると Ram Wing に近づいて来る。

この時周回ジェット又はプロペラ空型にしてもやはり圧縮空気は必要であるからそれを取り入れるのを必要とする。

一方空気吸込みによる抵抗軽減、高揚力構造については多くの研究があるのでこれによって伴流を制御し揚力を得る可能性は大変高い。

文献では境界層吸込みを主とした研究が多いので、我々の場合のように伴流を制御する場合について詳しいデータは得られない。

しかし境界層吸込みの場合の所要吸込み量はその厚さの半分を流れる流量でよいと言う事であるので、今は境界層の厚さの何倍かの流量があればよいのではないかと。

又厚い断面の実験では流れが不安定となるのでフラツプを必要とすると言う。

附録A 物体が地面に接した時の
ポテンシヤル について

1. サークル-インディによる表現

1

2. 地面に近づくに極限
と線型理論

3

3. 等角寫像を用いた表現

5

(會わぬよみの影響)

4. 断面形状の選定 について

8~11

(ω -function による表現)

附録 A 2次元ポテンシャル

昭和 年 月 日

1. オークラ-ミョ-ン125)表現

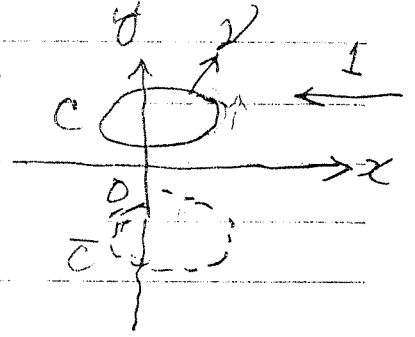
複素速度ポテンシャルを

$$f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y), \quad (1)$$

$$\text{とし } (u - iv = -\frac{df}{dz})$$

-極流れは順の向きで単位速度とする

コ-ミ-の定理より



$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C, \bar{C}} \frac{f(s) ds}{z-s}, \quad (2)$$

と表わされる場合境界条件は

$$\psi(x, y) \Big|_{C, \bar{C}} = -y, \quad (3) \quad [\partial(z+f) = 0]$$

で、右から上の半平面を C, \bar{C} 上にとるとすると

$$\frac{-1}{2\pi i} \oint \frac{\eta ds}{z-s} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{(3+i\eta) d\eta}{z-\eta} + \frac{1}{2\pi} \int \frac{3 ds}{-z+s}$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int \frac{d3}{ds} \log(s-z) ds, \quad (4)$$

又

$$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{\phi ds}{z-s} = +\frac{1}{2\pi i} \int \frac{d\phi}{ds} \log(s-z) ds, \quad (5)$$

と(4)+(5)

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{d\Phi}{ds} \log(z-s) ds, \quad (6)$$

2212

$$\bar{\Phi}(x, y) = x + \phi(x, y), \quad (7)$$

で

$$\frac{d\bar{\Phi}}{ds} = -q \quad ; \text{速度}$$

(6) はしかし又 *circulation* によるポテンシヤルではあるが、
一般に速度ポテンシヤルは

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C, \bar{C}} \gamma(s) \log(z-s) ds, \quad (8)$$

のように表現され、この時

$$\gamma(s) = \rho(s) \quad (9)$$

は C, \bar{C} 上の前向き速度である。

これは Blasius の公式で与えられるが、 $z=z$ は ^{以下}前後対称の断面を扱おうのでモーメントは 0、 x 方向の力は勿論 0 故に揚力のみを求めたい。

$$L = \frac{\rho}{2} \int_C \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz, \quad (10) \quad ?$$

$$W(z) = z + f(z), \quad (11)$$

元に戻ると

$$L = \frac{\rho}{2} \int_C (\gamma^2 - 1) \frac{\partial \eta}{\partial z} dz = \frac{\rho}{2} \int_C \gamma^2 \frac{\partial \eta}{\partial z} dz,$$

故に (9) によると

$$L = \frac{\rho}{2} \int_C \gamma^2 \frac{\partial \eta}{\partial z} dz, \quad (12)$$

ともかけると、又 C を地面 x 軸上の積分に $z=z$ $\eta=0$ とすると

$$L = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\gamma^2 - 1) dx, \quad (13) \quad ?$$

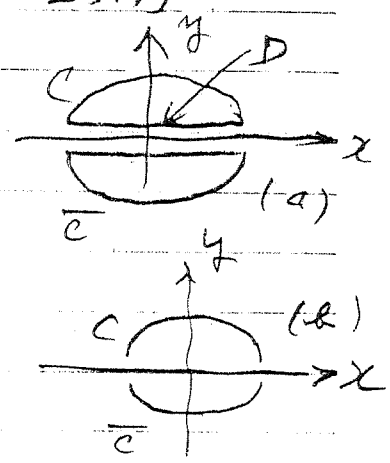
と書けて L は地面上の圧力の積分値でもある。

2. 地面に近づいた極限と線型理論

x軸を地面としよう。

(8)式は対称性から

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \sigma(s) \log\left(\frac{z-s}{z-\bar{s}}\right) ds, \quad (1)$$



と書く事が出来る。

今 s が地面に近づくと ($\eta \rightarrow 0$)

$$\log\left(\frac{z-s}{z-\bar{s}}\right) \doteq 1 - \frac{-2i\eta}{z-\bar{s}}, \quad \dots (2)$$

つまりから地面に近づく側の γ の影響 (図(a)のD) はなくなつて 図(a)と(b)のポテンシャルは同じになる。

さて (2) に よる) 物体が薄いとすると (1) は

$$f(z) \doteq -\frac{1}{\pi} \int_C \frac{\sigma(s)\eta}{z-\bar{s}} ds, \quad \dots (3)$$

と書け、doublet ポテンシャルに移行する。

さて $y \rightarrow 0$ とすると

$$\phi(x,0) + i\psi(x,0) = -\frac{P}{\pi} \int \frac{\sigma \eta \frac{ds}{dz}}{x-\bar{s}} dz + i \int \sigma(x,y) \eta \frac{ds}{dx}, \quad (4)$$

境界条件は (3) で与えられる故、

$$\psi = -\psi = \int \sigma \eta \frac{ds}{dx}, \quad \dots (5)$$

$$\sigma(x,y) = -\frac{d\psi}{ds}, \quad \dots (5)$$

よって

$$\phi(x,0) = \frac{P}{\pi} \int \frac{\eta(s) ds}{x-\bar{s}}, \quad \dots (6)$$

昭和 年 月 日

ある時は

$$f(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l \frac{\gamma(\xi) d\xi}{z-\xi}, \quad (7)$$

線型理論では 圧力は

$$\frac{p}{\rho} = \frac{-q^2 + 1}{2} \doteq -\phi, \quad (8)$$

となり、一方下面の流速が $q=0$ と考えられるので 上下の圧力差は 上面に

$$\frac{\Delta p}{\rho} \doteq \frac{1}{2} + \phi_x(x, 0), \quad (9)$$

よって揚力は

$$\frac{L}{\rho} = l + \{\phi(l, 0) - \phi(-l, 0)\}, \quad (10)$$

例として橋脚では

$$\gamma(l \cos \theta) = h \sin \theta,$$

$$\phi(x, 0) = \frac{h\rho}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta' d\theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} = h \cos \theta, \quad (11)$$

$$\text{よって } \frac{L}{\rho l} \doteq 1 + 2 \frac{h}{l}, \quad (12)$$

なお (11) より

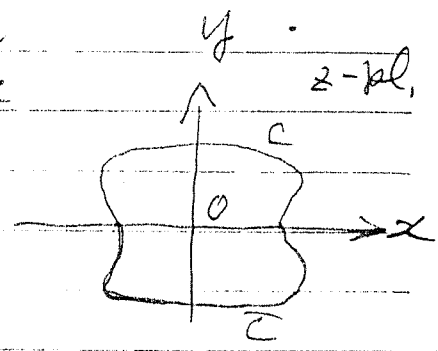
$$u = -\phi_x(x, 0) = -\frac{h}{l} \text{ ; const.} \quad (13)$$

となる。

3. 等角寫像を用いた表現

前後上下対称な断面について
考えて見よう。

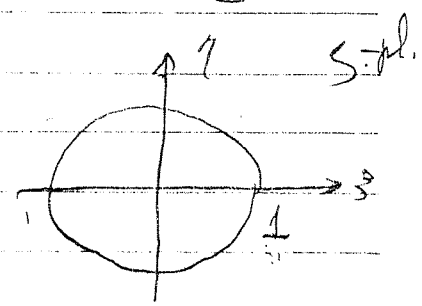
今 z -平の断面を s -平の
単位円に写像させたと
す。



$$z = a \left[s + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b_{2n+1}}{s^{2n+1}} \right], \quad (1)$$

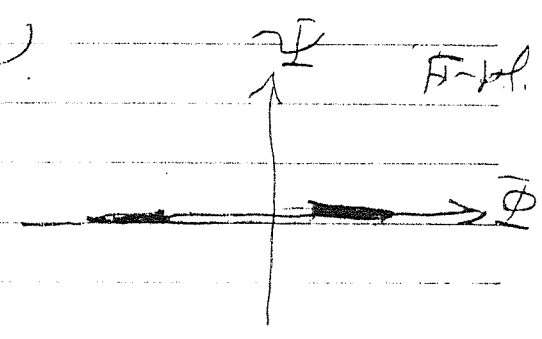
$a, b: \text{real.}$

複素関数 $H(z)$ は



$$H = a \left(s + \frac{1}{s} \right), \quad (2)$$

$\therefore H \xrightarrow{\substack{z \rightarrow \infty \\ (s \rightarrow \infty)}} 1$



極限は

$$\frac{dH}{dz} = \frac{dH}{ds} \cdot \frac{ds}{dz} = \frac{\left(1 - \frac{1}{s^2}\right)}{1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2n+1)b_{2n+1}}{s^{2n+2}}}, \quad (3)$$

$$\frac{zL}{P} = \int \left(\frac{dH}{dz} \right)^2 dz = \int \left(\frac{dH}{ds} \right)^2 \frac{ds^2}{dz}$$

$$= a^2 \int \frac{\left(1 - \frac{1}{s^2}\right)^2 ds}{1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2n+1)b_{2n+1}}{s^{2n+2}}} \quad (4)$$

例12 Lewis form section z'17

$$\begin{aligned} z &= a \left(s + \frac{b_1}{s} + \frac{b_3}{s^3} \right), \\ \frac{dz}{ds} &= a \left(1 - \frac{b_1}{s^2} - \frac{3b_3}{s^4} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{dH}{dz} = \frac{s - \frac{1}{s}}{s - \frac{b_1}{s} - \frac{3b_3}{s^3}} = \frac{2i a \sin \theta}{\cos \theta (1 - b_1) - 3b_3 \cos 3\theta + i \left\{ (1+b_1) \sin \theta + 3b_3 \sin 3\theta \right\}}$$

$$\left| \frac{dH}{dz} \right| = 2 a \sin \theta / \left[\left\{ (1-b_1) \cos \theta - 3b_3 \cos 3\theta \right\}^2 + \left\{ (1+b_1) \sin \theta + 3b_3 \sin 3\theta \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 a \sin \theta / \left[(1-b_1)^2 \cos^2 \theta + (1+b_1)^2 \sin^2 \theta - 6(1-b_1)b_3 \cos \theta \cos 3\theta + 6(1+b_1)b_3 \sin \theta \sin 3\theta + 9b_3^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 a \sin \theta / \left[\frac{1}{2} \left\{ (1-b_1)^2 + (1+b_1)^2 \right\} + 9b_3^2 + \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{4b_1}{1-b_1^2} - \frac{4}{1+b_1^2} \right] + 6b_1 b_3 \right\} \cos 2\theta + 6b_3 \cos 4\theta \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 a \sin \theta / \left[1 + b_1^2 + 9b_3^2 - b_1(2 - 6b_3) \cos 2\theta + 6b_3 \cos 4\theta \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

例12 稿A) z'17 $b_3 = 0$

$$\frac{h}{r} = \frac{1-b_1}{1+b_1} \quad \therefore \quad b_1 = \frac{1-\frac{h}{r}}{1+\frac{h}{r}}, \quad 1+b_1 = \frac{2}{1+\frac{h}{r}}$$

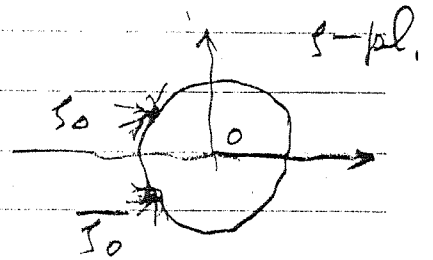
$$\left| \frac{dH}{dz} \right| = 2 a \sin \theta / \left(1 + b_1^2 - 2b_1 \cos 2\theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$\left| \frac{dH}{dz} \right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{1+b_1} = 1 + \frac{h}{r}$$

よってこの節 (13) 式は正確に成立つ。

s - pl の円周上に二つの極があるとき
そのポロジナルは全線像を巻く

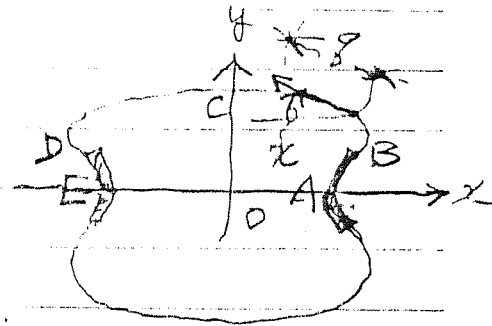
$$F(s) = \frac{1}{s} \log \left[\frac{s - s_1}{s - s_2} \right]$$



4. 断面形状の選定について

なるべく"薄い"断面で上面では出来るだけ速度が大きく且つ一様であるような形状を探さねばならない。

速度が一定である事は圧力が一定である事でもあるから、これは空洞理論における Riabouchinsky Model となり、その理論が援用出来る。
 2例を



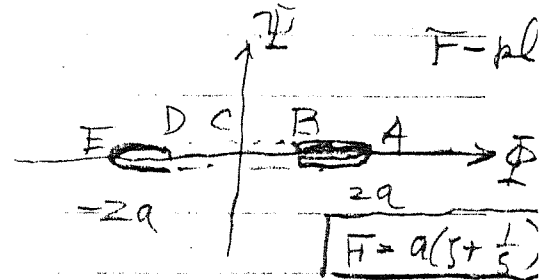
$$\omega(z) = \log\left\{-\frac{dF}{dz}\right\} = \log \phi - i\chi, \quad (1)$$

円周角を導入すると自由流線 BCD 上で

$$\log \phi = c + i \cos \theta \quad (2)$$

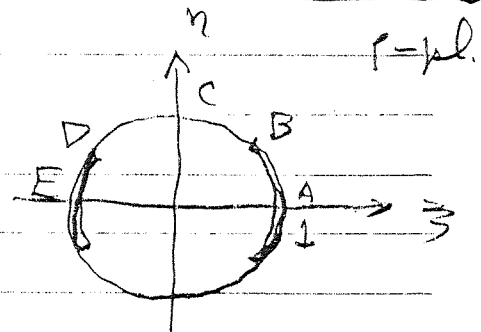
とあるような無限遠方で正則な円周角 ω を求めねばならない。

$F-pl.$, $\zeta-pl.$ では、それぞれ右図のようになる。



さて物体の外側で実軸上に沿って $\chi=0$ であるから

$$\omega(z) = \frac{1}{\pi} \int_{-2a}^{2a} \frac{\chi(\varphi) d\varphi}{z - \varphi}, \quad (3)$$



従って特に実軸上で

$$\log \phi(\varphi) = \frac{R}{\pi} \int_{-2a}^{2a} \frac{\chi(\varphi) d\varphi}{\varphi - \varphi}, \quad (4)$$

昭和 年 月 日

2. 小円大圓より知られる積分方程式である。

$$\chi(\varphi) = \frac{1}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} \cos(2n+1)\theta, \quad \varphi = 2a \cos\theta, \quad (5)$$

とあくと (χ は奇関数とする)

$$\log g = \frac{P}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} \int_0^{\pi} \frac{\cos(2n+1)\theta' d\theta'}{\cos\theta - \cos\theta'} = - \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} \frac{\sin(2n+1)\theta}{\sin\theta}, \quad (6)$$

あるいは積分方程式で

$$\chi(\varphi) = \frac{1}{\pi \sqrt{4a^2 - \varphi^2}} \int_{-2a}^{2a} \frac{\log g(\phi) \sqrt{4a^2 - \phi^2}}{\varphi - \phi} d\phi, \quad (7)$$

最も簡単な形は、全体に亘って速度一定な形である (5) (6) より。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -c, & \log g &= c, & \chi(\varphi) &= -\frac{c \cos\theta}{2a} \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\omega(\pi) = \frac{-2c}{\pi^2 - 1}$$

概念上から χ が無限大となる事は許せない
のでこの解はとれなけれども g 一定の範囲が
充分な極限としての意味がある。

物体形状は (1) より

$$\frac{d\chi}{d\pi} = -e^{-\omega}$$

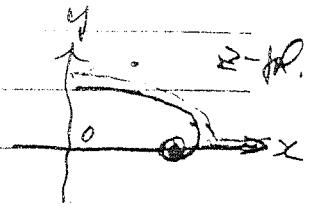
$$\chi - \chi_0 = - \int_{\pi_0}^{\pi} e^{-\omega(\pi)} d\pi = - \int_{\varphi_0}^{\varphi} e^{-\omega(\varphi)} d\varphi$$

$$= - \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{e^{i\chi(\varphi)}}{g(\varphi)} d\varphi, \quad \text{on } C \quad (9)$$

φ_0 は φ_0 に対応する点とする。

昭和 年 月 日

解(8) について考えるとこれは右図のよう
渦巻状になつてゐると考えられるが、
少し外側の流線ではそのような事は
ないと考えられる。



ここで χ の $\theta=0, \pi$ における値について考えて見よう。
図のように先端が有限な角度を
持つ時は χ は有限であり、

(5) の形では無限級数の π と
なる不便であるが (3) (4) の形に返つて

考えるとこれは $\log \eta$ がその近くで対数的に
無限大となる ($\eta \rightarrow 0$) 事を意味する。

一方そこで $\chi=0$ と存すると $\log \eta$ はそこで有限
であり、物体は cusp を持つてゐる事に存る。

この時は (5) (6) は

$$\chi(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin 2n\theta, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (10)$$

$$\log \eta(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos 2n\theta,$$

と書く事が出来る。

この式で η が定む範囲で一定になるものを求めて行くと

$$\sum_{n=1}^N \cos 2n\theta = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(2N+1)\theta}{\sin \theta} - 1 \right],$$

有名な公式がある故 b_n をすべて同じとすると平均において
 η は一定となり、その時 χ は。

$$\sum_{n=1}^N \sin 2n\theta = \frac{1}{2 \sin \theta} [\cos \theta - \cos(2N+1)\theta],$$

となるので (8) に一致する。

(10) 2 次多項式 $f(z)$ の係数を a_0, a_1, a_2 とし、 $a_2 \neq 0$ とする。

$$\log f = b_2 \omega + \dots, \quad \omega = \frac{z - z_0}{z - z_1}, \quad (11)$$

よって

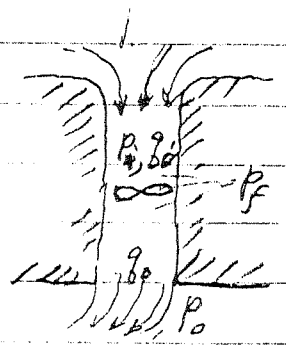
$$\frac{z - z_0}{z - z_1} = - \int_{z_0}^z e^{-\frac{b_2}{z - z_1}} \left(1 - \frac{1}{z - z_1}\right) dz =$$

$$= -(z - z_0) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b_2^{2n} (b_2^{2n} - n - 1)}{(2n+1)(2n)!} \left(\frac{1}{z^{2n+1}} - \frac{1}{z_0^{2n+1}} \right), \quad (12)$$

これは無限級数の標準形と表わすことができる。

附録 B ファン・ダクト系の損失

図のような吸込み吐出し系を考えよう。
 前進速度を V , 空気密度 ρ_a ,
 無限遠方の圧力を p_0 とする。



- 又 p_i : ファン入口圧力
- g_i : " " 流速
- p_f : ファン揚程
- g_o : 吐出し口速度
- p_o : " " 圧力 (上流, 下流側に差がある時はその平均値をとる)

等とする。

吸込み口の空気は外部の系に通じているので
 ベルヌーイの定理より

$$\frac{\rho_a}{2} V^2 = p_i + \frac{\rho_a}{2} g_i^2 (1 + \zeta_i) \quad \dots (1)$$

ここで ζ_i は吸込み水頭損失で、実験等では
 右図のようにパイプの隙間から吸込むと
 するとその流入速度水頭に対し約1となる。



ファンの後流側では

$$p_i + \frac{\rho_a}{2} g_i^2 + p_f = p_o + \frac{\rho_a}{2} g_o^2 (1 + \zeta_o) \quad \dots (2)$$

ζ_o はダクト系の総損失水頭とする。
 一方連続法則より流量を Q とすると

$$Q = A g_i = A_o g_o \quad \dots (3)$$

A はファン面積, A_o は吐出し口面積。
 (1) と (2) から p_i を消去すると、

$$p_f + \frac{\rho_a}{2} (V^2 - \frac{\zeta_i}{2} g_i^2) = p_o + \frac{\rho_a}{2} (1 + \zeta_o) g_o^2$$

昭和 年 月 日

$$\begin{aligned} \text{つまり)} \quad P_f &= P_0 + \frac{\rho_a}{2} \left\{ (1+\zeta_0) Q_0^2 + \zeta_i Q_i^2 - V^2 \right\}, \quad (4) \\ &= P_0 + \frac{\rho_a}{2} \left[\left\{ \frac{(1+\zeta_0)}{A_0^2} + \frac{\zeta_i}{A^2} \right\} Q^2 - V^2 \right], \end{aligned}$$

これはファンに必要な水頭である。

ファンのパワー P は 効率を η_f とすると

$$P = \frac{P_f Q}{\eta_f}, \quad (5)$$

これらから相当抵抗係数 C_{De} は

$$C_{De} = \frac{P}{\frac{\rho_a A_w V^3}{2}}, \quad (6)$$

A_w は底面積とする。

又相当揚抗 C_L ζ_e は

$$\zeta_e = \frac{P}{W \cdot V} = \frac{C_{De}}{C_L}, \quad C_L = \frac{W}{\frac{\rho_a A_w V^2}{2}} \quad (7)$$

$$\text{さて} \quad C_a = \frac{Q}{V A_w}, \quad (8)$$

$$C_{Pf} = \frac{P_f}{\frac{\rho_a V^2}{2}}, \quad (9)$$

よって (6) は

$$C_{De} = C_{Pf} C_a, \quad (10)^*$$

よって運動量抵抗の係数 C_{md} は

$$C_{md} = \frac{\rho_a Q V}{\frac{\rho_a A_w V^2}{2}} = 2 C_a, \quad (11)$$

である。

* Thwaites p. 219

昭和 年 月 日

→ C_{pf} は (4) より

$$C_{pf} = \frac{P_0}{\frac{\rho}{2} V^2} + \left[\left\{ \frac{(1+s_0)}{A_0^2} + \frac{s_i}{A_0^2} \left\{ A_w^2 C_a^2 - 1 \right\} \right. \right], \quad \dots (12)$$

特に $P_0 = \frac{\rho}{2} V^2$, つまり P_0 が流速水頭と存在している場合は (又簡単のため $A_0 = A$ とし)

$$C_{pf} = (1+s_0+s_i) \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 C_a^2, \quad (13)$$

$$\text{よって } C_{De} = (1+s_0+s_i) \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 C_a^3, \quad \dots (14)$$

を得る。

一方 $P_0 = 0$, つまり無限遠方の圧力の所に虹出す場合は ($A_0 = A$ とし)

$$C_{pf} = (1+s_0+s_i) \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 C_a^2 - 1, \quad \dots (15)$$

$$C_{De} = (1+s_0+s_i) \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 C_a^3 - C_a, \quad (16)$$

と存在がどの時は C_{De} を加えるべきであるか。

そうすると 前の場合と比べ C_{pf} は小さく、 C_{De} は逆に大きくなる。(?)

C_a は一般に大さく、他のようであるので所管流量を

$$Q = \delta V, \quad \dots (17)$$

の形に表現すると

$$C_a = \frac{\delta}{A_w}, \quad \dots (18)$$

よって (13), (14) は

$$C_{pf} = (1+s_0+s_i) \left(\frac{\delta}{A} \right)^2, \quad (19)$$

$$C_{De} = (1+s_0+s_i) \left\{ \frac{\delta^3}{A^2 A_w} \right\} \quad (20)$$