

M

7-53

経海衛生性能分科会
昭和 57 年 11 月 26 日

一様流れの中のロープ形状に関する覚書

別所 正利
河辺 寛
(大阪大学)

内容

1. 概要

頁
1

2. 平衡方程式

2

3. 計算例

6-6

図

7-7

1. 概説

船が長さ l 、ロープ、ケーブル又はチェーン等で物体を曳航する場合や潮流のある所でブイ等を繋留する場合等のロープ等の形状については例えは下記文献等に便利な数表が用意されている。

このような場合普通はロープ等は流れの方向と曳航点を含む鉛直面内に含まれるとして解析してあるが、後述は船が物体を曳航する場合で物体に横方向の力が働くとするとそう簡単ではなくなる。

本書はそのような場合についての平衡方程式を掲げ、一、二の計算例を示すものである。

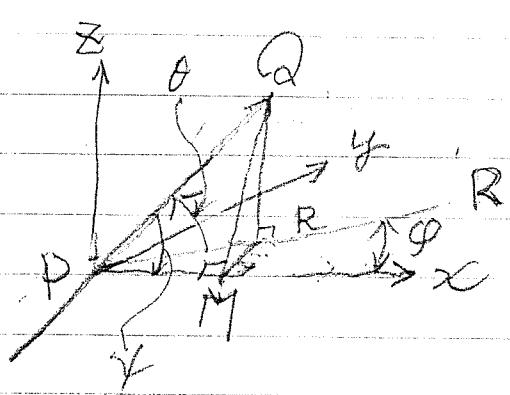
なお本計算例のようにロープが大変長く且つ、下端における張力が小さい場合はロープ形状は略々直線と(大要)なりその他斜角は所謂限界角(重力と水抵抗の釣合う角度)となる。

参考文献

L. Pote, "Tables for computing the equilibrium configuration of a flexible cable in a uniform stream" D.T.M.B. Report 6817, NS 830-100 March 1951.

2. 平衡方程式

速度 V なる一様流れを考へ、原点を海床に置き x 軸を流下に沿つてとり、上流を正にとり、 z 軸は鉛直方向に正とする右手座標系を考へよう。



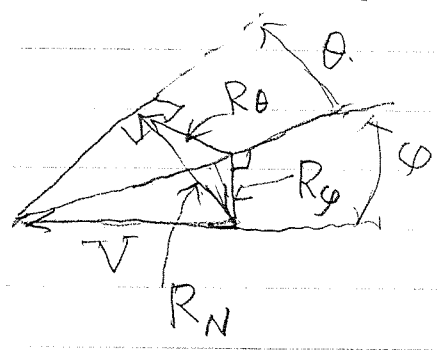
今 PQ が z - x 面の微小要素とし、 PQ を含む鉛直面が x - y 面と交る線 PR と PQ のなす角を θ とし、 PR と x 軸のなす角を φ とする。
又 R から x 軸に垂線を下してその足を M とし、 $\angle RPM$ を ψ とする。

こうすると 3 垂線の定理により ψ の関係がある。

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \varphi \quad (1)$$

$$\sin^2 \psi = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \varphi$$

水抵抗は z - x 面に垂直に単位長さ当たり R_N であるとする。それは図のように鉛直面内成分 R_θ と水平面内成分 R_φ に別けられて

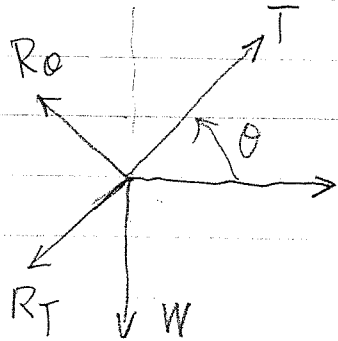


$$\left. \begin{aligned} R_\varphi &= R_N \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \\ R_\theta &= R_N \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\sin \psi} \end{aligned} \right\} (2)$$

$$R_N^2 = R_\varphi^2 + R_\theta^2$$

となる。

今 z - x 面の微小要素 dS について力の平衡を考へるとそれを含む鉛直面内では z - x 面の単位長さ当たりの重さを W とし、 z - x 面の張力を T とすると



$$T \frac{d\theta}{ds} = W \cos\theta - R_\theta, \quad (3)$$

$$\frac{dT}{ds} = W \sin\theta + R_T, \quad (4)$$

ここで R_T は $\theta - \gamma$ の切線方向抗力とする。

又この面に垂直な方向については $x-y$ 面に平行な面内で考えると張力の分力は $T \cos\theta$ となるので

$$T \cos\theta \frac{d\varphi}{ds} = -R_\varphi, \quad (5)$$

となる。

さて $\theta - \gamma$ 径を d , 抵抗係数を C_{DN} とおくと

$$R_N = \frac{\rho d}{2} V^2 \sin^2\gamma C_{DN}, \quad (6)$$

$$R_T = \frac{\rho \pi d}{2} C_{DT} V^2 \cos^2\gamma,$$

となる。

ここで今

$$\begin{aligned} W / \left(\frac{\rho d}{2} V^2 \right) &= w, & \frac{W}{d} &= s, \\ T / \left(\frac{\rho d^2}{2} V^2 \right) &= t, \end{aligned} \quad (7)$$

より無次元化すれば (3), (4) (5) は

$$t \frac{d\theta}{ds} = w \cos\theta - C_{DN} \sin\theta \sin^2\gamma \cos\varphi, \quad (8)$$

$$\frac{dt}{ds} = w \sin\theta + \pi C_{DT} \cos^2\gamma, \quad (9)$$

$$t \cos\theta \frac{d\varphi}{ds} = -C_{DN} \sin\gamma \sin\varphi, \quad (10)$$

φ は一般にはあまり大きくなり、と考へられるので、
元のような時は

$$\sin \varphi \doteq \varphi, \quad \cos \varphi \doteq 1, \quad \sin \varphi \neq \sin \theta, \quad \cos \varphi \neq \cos \theta$$

とおくと (8)(9)(10) は

$$t \frac{d\theta}{ds} = w \cos \theta - C_{DN} \sin^2 \theta, \quad (11)$$

$$\frac{dt}{ds} = w \sin \theta + \pi C_{DT} \cos^2 \theta, \quad (12)$$

$$t \cos \theta \frac{d\varphi}{ds} = -C_{DN} \sin \theta \cdot \varphi, \quad (13)$$

となり (11)(12) は $\varphi=0$ つまり $\rho-\pi$ が鉛直面内に
ある時と同じで、 φ から参考文献のようにして解ける。

即ち (11)(12) を辺々相殺して

$$\frac{dt}{t} = \frac{w \sin \theta + \pi C_{DT} \cos^2 \theta}{w \cos \theta - C_{DN} \sin^2 \theta} d\theta, \quad (14)$$

w, C_{DN}, C_{DT} が定数ならば、右辺は θ のみの関数で
初等関数で積分出来、それから t と θ の関係
が求まる。

この際、右辺の分母が 0 とする角 (以下限界角
と呼ぶ) θ_c は

$$w \cos \theta_c - C_{DN} \sin^2 \theta_c = C_{DN} \cos^2 \theta_c + w \cos \theta_c - C_{DN} = 0, \quad (15)$$

$$\cos \theta_c = \frac{-w + \sqrt{w^2 + 4C_{DN}}}{2C_{DN}}$$

で与えられるが、これは (14) の解の特異点である。

$\theta = \theta_c$ では (11) によって $d\theta = 0$ ($t \neq 0$) のなるので、
この時 $\rho-\pi$ は直線となる。これを (14)
の解の特異点という意味で、特異解と呼ぶ。

さて張力と s の関係は (12) より

$$ds = dt / (\omega \sin \theta + \pi C_{DT} \cos^2 \theta), \quad (16)$$

又 φ は (13) より

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = - \frac{C_{DN} \sin \theta}{t \cos \theta} ds = - \frac{C_{DN} \sin \theta d\theta}{\omega \cos \theta - C_{DN} \sin^2 \theta}, \quad (17)$$

となり s も φ も θ が決まれば決まってしまう。

しかし φ が大きい時には (8) (9) (10) は簡単に積分出来ないし、又実際の問題としてはそれを数値積分するのが最も簡単に見える。

さて2次の訂算例からもわかるように与えられた初期条件の下で積分して行くと速やかに特異解に近づく、つまり $1-\alpha$ は限界角だけ傾斜した直線となり、 φ も 0 になる。

なお模型試験の相似則として (7) ~ (10) を考えれば $s, \omega, C_{DN}, C_{DT}$ が等しいならば α, θ, φ が等しい事になるから更にこの内 C_{DN}, C_{DT} が等しいならば結局 ω が等しい事だけが要請される。

今 $1-\alpha$ の比値のみであれば

$$W = \frac{\pi \rho_0 d^2}{4} \quad (18)$$

であるから
$$\frac{1}{\omega} = \frac{2V^2}{\pi \sigma g d}, \quad (19)$$

となり、これは実質的には F ルードの相似則を意味している。

3. 計算例

前節に述べたように計算は結局 (8)(9)(10) を数値積分するのが手取り早い。

次図には図示の条件での計算例を示してあるが、これらの例では $x > 500m$ では殆ど特異解つまり直線と見なしてよい事がわかる。

又水平方向変位も初期張力が小さければ大変小さい事がわかる。

よって ψ の初期値が小さければ常に ψ は小さいと仮定して (17) により ψ を計算してよいであろうが、 ψ の限界角の付近では少し注意しなければならぬ。

最後にローフがこの例のように長い場合は図からわかるように殆どローフ形状に直線と見てよく、端部付近のみ僅かに曲がっているだけであり、端部は初期条件で決まるので、大雑把な計画を立てる際はこの事を知っておくと大変便利である。

INITIAL CONDITION (z=x=y=0)

CASE	ρ_0	W	T_0 (K)	θ_0	ρ_0
①	8814	30 (kg/m)	15.8	± 30	23
②	8814	30	19.0	± 30	6.9
③	22.9	10	0.58	60	10
④	22.9	10	0.58	60	30

$V = 2 \text{ m/sec}$, $C_{DN} = 1.2$, $G_T = 0.1$, $d = 0.243 \text{ (m)}$

