M-9

推力減少及び伴流に関する覚書

防衛大学校　　別所正利

昭和39年8月5日

1. 序論

船の後にあるプロペラの作用については既に多くの事が論ぜられ，又実験的にも実用的にも略々出来上がった体系を持っている様に見える。(4)

然しら今更改めて1920～30年代の理論的研究をよみかえして見ると，其の理論的解明は緒についたばかりであって，不分明のまゝそれが50年代迄持ち越されてをり又其の後の研究も誠に僅かなものであって，現用の体系に疑念をはさむものは殆どない様に見うけられる。

一方スクリュープロペラの理論体系も漸次実用の域に達すると云う様な現状(5)に於て此の問題は当然もう一度考え直されて然るべきであろう。

さし一般に船の推進効率 η を推定する為に，

$$\eta = \eta_p \cdot \eta_h \cdot \eta_r \qquad (1.1)$$

$$\eta_h = \frac{1-t}{1-w}, \quad \left\{ \begin{array}{l} w \text{は伴流率} \\ t \text{は推力減少率} \end{array} \right\} \qquad (1.2)$$

とおき，プロペラ効率 η_p は前進速度が $V(1-w)$（但し V は船速）である時のプロペラ単独試験の効率であるとし，η_r については種々の解釈があってまちまちであるがむしろ上述の様に見なした時の補正係数と考えるが一番無難な解釈の様に思われる。8) 9) 16)

既ち理論的には種々の疑点を残しながらも現状では船の後のプロペラは前進率さえ等しければ単独試験と同じ性能を持つと云う解釈の上に立っている。

此の様な観点からすれば Nominal wake と effective wake が違うと云う事は不便な問題であり，又 η_r に関する種々の解釈が生まれるのは当然でもある。

此の様な観点は恐らくプロペラを動力計と考え従ってそれが船から受ける影響は僅かである筈であって略々零と考える事が出来単独試験はその，Calibration Curve であると考えられると云う思考過程から生まれるものであろう。

此の考は第1近似の段階では勿論充分許されて然るべきであって，実際もtかwとかはやせた船では0.1前後の値であるから実用的には略々満足すべき結果を与える事になり，最終的に自航模型試験結果による実船性能の推定に於ては高々プロペラ回転数に於て2%以下の精度を与える程度であると

云われる。[9,16]

然し乍ら、wそしてプロペラの荷重度が大きくなつていくと此の様な考えで議論を進めて行くのは極めて、疑問である。

即ち上述の段階では船から受けるプロペラ性能の変化は非常に小さくて略々変らないと云う仮定は成立たなくなつて来るからである。

実際最近の肥大船型の例[17]では $(1-w_s)/(1-w_m) = 1.25$ (w_sは実船の, w_mは模型のwake) 程度であると云う。
$w_m = 0.33 \sim 0.36$ 程度と見ればよいと云うから $w_s = 0.163 \sim 0.20$ 程度である。

然るに例えばテイラーの与えた値は[16] $C_b = 0.8$ に対し $w = 0.354$ となり少し小さすぎる様に思われる。然も此の様な肥大船型では模型試験と実船試験との不一致が叫ばれているとすると推進の点でも現在の体系の中に何等かの欠陥があるかも知れないと云う疑いを抱かせるに充分である。

此の様な状況の下ではプロペラは動力計であると云う見地を捨てゝ見てはどうかと考えるのは誠に自然であるし、又プロペラの渦理論から考えればそれは極く自然な考え方でもある。

即ち船の後ではプロペラへの流入速度も所によつて違うし又渦糸分布も船体の影響をうけて違つて来るであろうから、単独試験の時とは云わば全く形の違つたのと同様な状況にあると云える。

従つて此の様な考えからすれば、従来の様な考え方で事が足りたのはむしろ偶然的にさえ思われる。

さて此の様な考え方は既に Van Lammeren の教科書[8]に記されているし、又伴流推進器の設計に際しては此の考えは切離せないものであるが Pohl によつて始めて明白に検討され[9]、彼は簡単な推論の下に Nominal wake と effective wake の差が略々きれいに説明出来ると云つている。

彼の所論は従来の伴流推進器の渦理論[10,11]と略々同じであつて後述の様な欠点もある様に思われるが此の様な意味で考えれば全く新しい視点を確立したものと云えよう。

又彼の得た結果から見て、現在のプロペラ理論の精度を考えれば、船、プロペラ、舵の全体を現在の理論的体系で略々実用的な精度を以つて解釈し得ると云う予想がかなり確からしく思われて来る。

さて著者は、以上の観点に立つて、文献にざつと目を通し、大体 Fresenius[1], Dickmann[2,3] Pohl[5,7] の線に沿つて

従来の理論的結果を復習し、此の様な観点から如何なる推測が出来るかについて、以下に考察を進める。

2. 伴流と推力減少

先ず最初に自由表面のないポテンシャル流れを考えて、或る物体の後にプロペラを置いてそれが推力Tを出しているとし系外の抗力Rを速度Vで推進しているとFresenius[1]によれば

$$RV = TV_a \qquad \text{---------} \quad (2.1)$$

但しV_aはプロペラの実際の前進速度とする。
さて今、次の様に推力減少率，伴流率を導入すると

$$\frac{T-R}{T} = t, \qquad \text{---------} \quad (2.2)$$

$$\frac{V-V_a}{V} = w, \qquad \text{---------} \quad (2.3)$$

(2.1)式から

$$1-w = 1-t \quad \text{or} \quad w = t, \qquad \text{----} \quad (2.4)$$

が結論される[1]

Rankine[8]によれば此の式のwとして英国流の定義でも同じ式が成立つと云うが両者の差は高次のものであるから今は(2.4)式をとる事にする。

Dickmannは此の式と少し違う式を導出したがLammerenによれば実験とはあまり合わないと云いManenは(2.4)を推奨している[4]。

そこで次にDickmannと同じ方法で少し検討して見よう。

さて、船体は表面上の吹出し吸込み分布σ_sで代表されるものとし，プロペラは其の円上の吸込み$-\sigma_p$で代表されるものとしよう。

そして夫等は互に相手の影響をうけてσ_s', σ_p'になるものとする。

速度ポテンシャルは夫々

$$\varphi_s'(P)=\frac{1}{4\pi}\iint_S \sigma_s'(Q)\frac{dS_Q}{r(P,Q)}, \quad \text{------- (2.5)}$$

$$\varphi_p'(P)=-\frac{1}{4\pi}\iint_A \sigma_p'(Q)\frac{dS_Q}{r(P,Q)}, \quad \text{------ (2.6)}$$

此処に S は船体表面，A はプロペラ作動円，$r=\overline{PQ}$ とする。
ラガリーの公式によれば，船体の抵抗増加 ΔR は，

$$\Delta R=+\rho\iint_S \sigma_s'(P)\frac{\partial}{\partial x}\left\{\varphi_p'(P)+\varphi_s'(P)\right\}dS_P,$$

$$=+\rho\iint_S \sigma_s'(P)\frac{\partial\varphi_p'}{\partial x_p}dS_P,$$

$$=-\rho\iint_S\iint_A \sigma_s'(P)\sigma_p'(Q)\frac{\partial}{\partial x_p}\left(\frac{1}{r(P,Q)}\right)dS_P\,dS_Q$$

---- (2.7)

何故なら完全流体中では

$$\iint_S \sigma_s'(P)\frac{\partial}{\partial x_p}\varphi_s'\,dS_P=0。$$

一方プロペラの推力については，此の吸込み近似法では仲々面倒である．
　と云うのはラガリーの公式で考えれば吸込みは，抵抗を生じるからである[18]
　然し実際にはプロペラ後流の中で丁度此の倍の推力に相当する運動量が後方に放出されるので差引きラガリーの公式の抵抗に相当する推力が働く事になる[18]
　従って，全推力をTとし．

$$\Delta T=-\rho\iint_A \sigma_p'(P)\frac{\partial}{\partial x_p}\varphi_s'(P)\,dS_P, \quad \text{-------- (2.8)}$$

とすると

$$T-\Delta T=\rho\iint_A \sigma_p'(P)\left\{V-\frac{\partial}{\partial x_p}\varphi_p'(P)\right\}dS_P, \quad \text{--- (2.9)}$$

となる。

(2.8)式右辺(2.5)を代入して(2.7)式と比較すれば直ちに，

$$\Delta R = \Delta T \,, \qquad \text{-----------} \quad (2.10)$$

をうる[2)]。

此の事からプロペラの存在による抵抗増加を推力の見掛上の減少と呼ぶ立場が生れて来るが，$(T-\Delta T)$を基準にして考えればこれは，推力増加である。

今は慣習に従って $\Delta T/T = t$ を推力減少率とよんでおき，更に簡単の為に A が充分小さくて 1 に近いとすると，

$$-\frac{\partial}{\partial x}\varphi_s'(p) = w'V \qquad \text{---------} \quad (2.11)$$

であるから $\sigma_p' = u'V$，　-----------　(2.12)

とおくと(2.8)を(2.9)で割って，

$$\frac{t}{1-t} = \frac{w'}{1+\frac{u'}{2}} \quad \text{or} \quad t = \frac{w'}{1+\frac{u'}{2}+w'} \,, \qquad \text{----} \quad (2.13)$$

Dickmann は同じ様な考察から，

$$t = \frac{w}{1+\frac{u}{2}} = w\eta_p \qquad \text{-----------} \quad (2.14)$$

を結論した[2)]（但し w 及び u は船体の影響を受けない σ による値とする）が(2.13)によって見れば(2.14)を結論するのは，早計ではなかろうか。

即ち w' は(2.13)式に従えば此れは略々 t に等しいのであるが t がプロペラの荷重度従ってスリップの影響をうけて大きくなる事はよく知られた事実であるから w もプロペラのスリップが増すにつれて大きくなって行くと考えられ，従って此れだけの知識からは(2.14)は，結論出来ずむしろ逆に物理的考察(2.1)に基づく(2.13)式をとるのが此の際最も賢明な道と云えよう。

此の例の様に元々，t, w, u 等は一次の微小量であるので種々推論して行くうちに屡々誤った結論が出て来る事があるので，此の様な場合物理的な原則の裏付けのない結論はとるべきでない。

さて(2.7)或いは(2.8)式によっても t が計算出来る事になる。[12) 13)]

最近の例では Tsakonas は(2.7)系統の式でプロペラの圧力場としてもう少し正確な式を用いて仮想的な多くの船型につ

いて計算し実験値よりも小さい値が出ると称している[b)]が又一方Pohlは楕円柱について(2.8)式で計算し実験値とよく合う[a)]と称している。

いづれにしても此等の式が定性的に正しい事は、明らかなようであるから、此等の式から半実験的にもtが船型、プロペラ形状、位置等にどの様に依存しているかを見出す事は容易である。

此の事は第1近似~~解な(2.4)第2近似~~即ち相互干渉を考えない段階では(2.7)第2式で考えるとプロペラは略々一様分布の吸込み或いはもっと簡単には点吸込みと考えても大体の値は出るであろう。

そう考えると

$$T=\rho\sigma_p'(1-w')VA \qquad (2.15)$$

であるから

$$\frac{\Delta R}{T}=t=\frac{-1}{(1-w')V}\iint_S \sigma_s'(P)\frac{\partial}{\partial x_P}\left(\frac{1}{r(P,Q)}\right)dS_P \quad --- \quad (2.16)$$

今線型近似をとって、船の半巾曲線を$\eta(x,z)$とおくと、

$$t(1-w')=-\left(\frac{1}{2\pi}\right)\iint_{C.P.}\frac{\partial\eta(x_P,z_P)}{\partial x_P}\frac{\partial}{\partial x_P}\left(\frac{1}{r(P,Q)}\right)dx_P\,dz_P \quad ---- \quad (2.17)$$

更にプロペラのスリップが大きい時は此の$(1+\alpha u)$倍(αは適当な常数)ととればよかろう。

此の式によれば船型要素のtへの寄与は極めて、容易に計算出来る。

例えば大雑把に考えて2次の項を省略し船体は細くU型肋骨をもつものとし吃水をdとすると、上式から

$$t\approx-\frac{1}{2\pi}\frac{\partial\eta}{\partial x}\Big|_{A.P.}\frac{d}{r(P,Q)} \quad ------ \quad (2.18)$$

の様になって船尾の水線傾斜がtに大きく影響すると云う様な事が簡単にわかって便利である。

一方(2.8)式では、元々(2.7)式と同じ式ではあるけれども(2.13)式の様な形になるので船型要素への関聯づけが直接出来ない点で不便である。さてDickmannは更にプロペラの効率についても式を与えているが、我々は彼の結論(2.14)を捨てたので其の結果を利用出来ない。

そこで荷重度が充分小さいと仮定して少し推論して見よう。今推力が仮に(2.15)で与えられるとし，スリップ比を
$u' = \sigma_p'/V$ とおき，又 $w' \doteqdot w$ とおくとプロペラの荷重度 C_t は

$$C_t = \frac{T}{\rho A V^2(1-w)^2} = \frac{u'}{(1-w)} = \frac{u'}{(1-t)}, \quad ----(2.19)$$

となる。

此の船のずっと後方の速度を考えるとプロペラ後流の内側では $V(1+u')$ 外側では V であって，流体は RV なる運動量を受取っている筈である。一方プロペラ後流は船後においては Fresenius の云う様に[1] 縮んで A' になっているとすると，

$$R = \rho A' u'\left(1+\frac{u'}{2}\right)V^2 \doteqdot \rho A' u' V^2 \quad -------(2.20)$$

である。

所で此の後流によって失なわれる運動エネルギー E は

$$E = \frac{\rho}{2} A' u'^2 V^3_{(1+u')} \doteqdot \frac{1}{2} u' R V \quad ------(2.21)$$

従ってプロペラ効率 η_p は(此の場合(2.1)を仮定しているので船殻効率は1で従って η_p は此の系の綜合推進効率に等しい)

$$\eta_p = \frac{TVa}{TVa+E} = \frac{RV}{RV+\frac{1}{2}u'RV} = \frac{1}{1+\frac{u'}{2}}, \quad -------(2.22)$$

がえられる。

此の式は前に船体がない時と全く同じであるけれども今の場合 u' は(2.19)の式で与えられるので荷重度は実質上(1−t)倍だけ小さくなっている事になる。

即ち船がない時プロペラ効率 η_p' は，

$$\eta_p' \doteqdot \frac{1}{1+\frac{C_t}{2}} < \eta_p \doteqdot \frac{1}{1+\frac{C_t}{2}(1-t)}, \quad -------(2.24)$$

の様に η_p よりも小さい筈である。

前にも述べた様に例えば此の式でも C_t の様な量は2次の量であるので最初の仮定から云えば当然省略すべき項であるので此等の式の正確さは全く保証し難い。

然し乍ら此れを物理的に次の様に理解すれば定性的に略々正しい様に思われる。

即ち船後のプロペラの荷重度は船体との相互干渉によって(2.19)式から判る様に，実際のスリップ(従って略々近似的に荷重度)の 1/(1−t) 倍になるから(2.24)が成立する。

言い換えれば船の存在によってプロペラはスリップを増す事なく$\frac{t}{1-t}$倍だけ推力が増していると考えればよい。

此の船体のプロペラの作動に起因する抵抗増大の反作用としてのプロペラの推力増大は実際のプロペラにあっては翼面の背と腹との圧力差の結果として生ずる。

此の翼の作用を渦糸で代表させるとすると此の圧力差は渦糸の強さの変化と見做せばよいから、結局船体の影響を受けてプロペラ翼面の渦分布の強さは$1/(1-t)$倍になる事になる。

此れをPohlの有効伴流の計算[9]に使って見よう。
簡単の為に荷重度の充分低いプロペラについて考えるとプロペラ単独の時は

$$dK_t = d\left(\frac{T}{\rho n^2 D^4}\right) = C\left\{\frac{H}{D} - \frac{V}{nD}\right\}\frac{l(r)\,r\,dr}{D^3} \cdots (2.25)$$

船の後では上の考察から

$$dK_t = \frac{C}{(1-t)}\left\{\frac{H}{D} - \frac{V_a}{nD}\right\}\frac{l(r)\,r\,dr}{D^3}, \text{-----} (2.26)$$

但し　nは毎秒回転数，Dは直径，Hはピッチ，lは翼弦長，rは半径方向の長さ，V及びV_aは夫々の場合の軸方向流入速度とする。

今慣習に従ってThrust Identity[16]による船後プロペラの前進速度V_eは上の2式を積分して等置すると

$$\frac{V_e}{V} = \frac{1}{\int^1 l'x\,dx}\left\{\int_{x_0}^1 \frac{1-w}{1-t}\left(1-\frac{t}{1-s}\right)l'x\,dx\right\} \cdots (2.27)$$

但し　$x = 2r/D$，x_0はボス比，$l' = 2l/D$，$s = 1-\frac{V_a}{nH}$。

此の式で$t=0$とおいたものがPohlの近似式である。

$$1-\frac{t}{1-s} > 1-t \qquad \text{for} \quad s>0$$

であるから此の値はPohlの式より常に大きく又ピッチが大きい程大きいからそのBild 4.6.8を眺めると傾向的には実験に近い様に思われる。

尚此処では伴流の中に摩擦伴流も含めて，考えているが，此の伴流はピトー管で測定したものと考えている。

或いは又言い換えれば此の様な考えの下では，伴流の測定についてはピトー管によるのが最も無難で其の他の方法では円周上の平均速度を一回の測定で求められると云う利点を

別とすればあまり良い方法ではないと云う事になる。
又理論によれば只の平均速度をとればよい様である[15]から，円環型伴流計[8]は今の場合差にあまり推奨出来ない事になる。
最後に波伴流は実験的にはポテンシャル伴流と区別出来ないし[8]，又波そのものはポテンシャルを持つので両者を別けて考えるのは何か矛盾を感ずるけれども，従来考えられている様に波の性質として上述の船体抵抗増加とプロペラ推力増加が等しくならないので考えの上で分けておくのは便利であろう。
此の点について更に考えて見るに，波があっても (2.8) は成立つから (2.4) も又略々成立つと考えてよい。
そうすると実験的にポテンシャル伴流 w を求めて[8]，それを (2.4) 式で t とすれば，推力減小率が求められる事になる。
一方 (2.10) は波があると成立たないから (2.1) が成立たないで左辺の R はプロペラと船体とを含めた系の造波抵抗を含めたものにならなければならない。従って船体単独の抵抗にプロペラをつけた時に干渉によって生ずる造波抵抗の変化分を考えておかなければならない。
このプロペラと船体の干渉による造波抵抗の変化は西山の計算[12]からもわかる様に必ずしも小さくはない。
此の事は摩擦伴流が造波抵抗に与える影響が小さくないのと同様に考えてよい。
即ち今摩擦伴流を吹出しとして表現するとその強さは摩擦抵抗を ρV で割ったものであり，一方プロペラを吸込みとして表わすとその強さは推力を ρV で割ったものとなるが普通の船では，推力の方が摩擦抵抗よりも少し大きく，又吹出しの方は船体表面上に分布しているのに対し此の吸込みはプロペラ面に集中しているからである。
此の様に考えて来ると波伴流について検討する為にはプロペラと船体との干渉による造波抵抗変化を調べねばならず，その為には，又摩擦伴流の造波抵抗に及ぼす影響も同時に調べなければ実際上意味がないと云う事になる。
此の両者を考えると吹出しと吸込みでプロペラ附近が略々ランキンのオボイド状にふくらんでいる様な形になるから，球状船首と似た効果を期待し得るかも知れない。

3. 結論

以上をまとめて見ると、理論が略々充分発達して来た現在では、もはや船後のプロペラを動力計と考える立場を止揚して、船体抵抗及びプロペラ性能の変化を夫々別箇に理論的に取り扱う事を考えても良いのではなかろうか。

そして此の様な立場に立って見るプロペラの推力減少と云う考え方は元々誤解を招き易い考え方でもあるし、矢張理論的に船体抵抗増加に見合う推力増加と考えた方が便利になって来る様に思われる。

此の様に考えるとPohlも示している様に有効伴流と公称伴流更には推力係数同一法とトルク係数同一法の差異の区別をする必要もないし、伴流の測定法の選定に気をつかう事もないし、又relative rotative efficiencyの解釈に苦しむ事もなく理論的には非常にすっきりして来る。

然し乍ら新しい方法では伴流分布及びプロペラの船体から受ける影響についての詳しい知識を前提としているので、今迄の経験及びデータは部分的にしか役に立たなくなる点は不便である。

最後に伴流推進器の渦理論[10)11)]に於ては、翼を渦系で置換えて議論している限りに於ては上述の考え方と全く異ならない事は注目すべきである。

此の事は上述の考え方はプロペラの渦理論をとり入れるならば全く当然な考え方である事を意味しており、その理論のの妥当性は一方では又上述の考え方の妥当性をも立証するものであろう。

然し乍ら此の渦系を実際の翼型で置換える段階で従来の理論は単純に翼型の揚力はクッタ・ジュコフスキーの定理で渦強さと水の流入速度の積で与えられるとしているが、今の考えでは渦強さは船体の為に見掛上$1/(1-t)$倍になっているだけであるから、此の分だけ例えばピッチ角を減らしておいてやるべきであると云う事になる。

此の意味において田村の記事[14)]は誠に興味深い。

以上

文献

1) R.Fresenius ; Schiffbau , 23JG. (1921)

2) J.E.Dickmann ; Ingenieur-Archiv Bd.9 (1938)

3) " ; J,S,T,G, Bd.40 (1939)

4) J.D.van Manen; I,S,P, vol.2 (1955)

5) K.H.Pohl ; J,S,T,G. Bd.55 (1961)

6) S.Tsakonas and W.R.Jacobs; I,S,P. vol.9 (1962)

7) K,H.Pohl ; Schiffs-technik Bd.10 (1963)

8) W.P.A. van Lammeren; "Resistance, Propulsion and Steering of Ships" Holland (1948)

9) H.E. Saunders ; "Hydrodynamics in Ship Design" (1957)

10) H.Lerbs ; T.S.N.A.ME vol.60 (1952)

11) J.D. van Manen and L.Troost; " "

12) 西山哲男. 造船協会論文集 89号 (昭和30年9月)

13) 田宮真. " " "

14) 田村欣也 "船の科学" 昭和39年5月号

15) 山崎隆介 "非定常螺旋推器理論について" 昭和39年春期 3学会連合大会

16) 山県昌夫 船型学（推進篇） 天然社 昭和27年

17) 造船研究協会 報告 31号 (昭和35年11月)

18) プラントル, ティーチェンス "航空流体力学" 理工学出版 (昭和19年)