

“造波機の理論と図寸と模型”

別所正刊

防衛大学校

昭和36年10月28日

目次

1. 序論及び記号等
2. 速度ポテンシアルと無限遠方の波
3. 水深が有限な場合
4. 応用例

以上

1. 序論 及び 記号等

造波機の理論として筆者の知っている資料は僅かなものであるが、実際にそれを利用してゐる例は入手の容易な刊行物では殆ど見られぬ様であるので、以下簡潔な要約を記し、現在見られる各種造波機に適用して、その大体的特性を求めて、概念的理論の用に供するものとする。

従つて詳細な計算は行はず、造波機と充分離れた所の波についての考察は、直接造波機に掛り力等については考へない。

此の様な問題については一部計算例^{*}はあるが他の型式については未だ解かれておらず、今後の興味をさそふ次第である。

記号等：—

$\sigma = 2\pi/T$, T は波の周期

$\nu = \sigma/g$; 水深無限ならば $\nu = 2\pi/\lambda$, λ は波長

V ; 流速, " " $V = \sqrt{2} \nu \pi$,

h_w ; 波の振幅, (半波高)

h_p ; 圧力水頭

p ; 圧力, $h_p = p/\rho g$, ρ は水密度, g は重力の常數

ϕ ; 速度ポテンシヤル

x, y ; 垂直上を y 軸とし、原点を水面においた座標

η ; 水面変位

$P \equiv (x, y), Q \equiv (x', y')$,

$r_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}, r_2 = \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}, r_3 = \sqrt{(x-x')^2 + (y+y'+2D)^2}$

D ; 水路深さ

B ; " 巾

C ; 物体境界線左から右に長さを測る。

n ; C の法線で、水中に向けてとる。

μ ; レーリーの仮想摩擦係數, 運算の積零とあく。

a ; ストローク。

* T. H. Havelock; Phil. Mag. (1929)

田村福造; 造船論文集 105号 (昭和34年7月)

2. 速度ポテンシャルと無限遠方の流*
ベルヌーイの式から自乗の項を省略して

$$p/p_\infty = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \gamma y = 0 \quad \text{for } y=0, \quad (2.1)$$

同時に表面の連続性から

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \text{for } y=0, \quad (2.2)$$

よって

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad \text{for } y=0, \quad (2.3)$$

今ここで φ の量は T なる周期で振動して定常状態に達しているとすれば

$$\varphi = \text{Re} \{ \Phi e^{i\omega t} \} \quad (2.4)$$

$$\eta = \text{Re} \{ H e^{i\omega t} \} \quad (2.5)$$

$$p/p_\infty = \text{Re} \{ P e^{i\omega t} \} \quad (2.6)$$

の様に書き、 Φ, H, P 等を複素数として見れば、式(2.3)の式を \rightarrow に書きかえておける。

式(2.3)は
$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \gamma \Phi = 0, \quad \text{for } y=0, \quad (2.7)$$

さて単位吹出しが Q 点にある時(2.7)式を満足する P 点のポテンシャルは

$$S(P, Q) = \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right) - 2 \int_0^\infty e^{-k(y+y')} \frac{\cos k(x-x')}{k-\gamma+i0} dk, \quad (2.8)$$

で与えられる。

そこでグリーン関数の定理を用いて、一般に

$$\Phi(P) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \left\{ \frac{\partial \Phi(Q)}{\partial n'} S(P, Q) - \Phi(Q) \frac{\partial}{\partial n'} S(P, Q) \right\} ds', \quad (2.9)$$

ただし、 C は Q 点に閉じた経路とする。

特に $|x-x'|$ が充分大きいとすると(2.8)式中の流の部分

$$S(P, Q) \longrightarrow -2\pi i e^{\gamma(y+y') - i\sqrt{k^2 - \gamma^2}(x-x')} \quad \text{for } |x-x'| \gg 1 \quad (2.10)$$

* T.H. Havelock: 前出, F. Ursell; Proc. Roy. Soc. vol. 220 (1953).
佐野壽雄著 "応用数学" 156頁

従って (2.9) 式を $|x|$ が充分大きければ

$$\bar{\Phi}(p) \xrightarrow{|x| \gg 1} -i \int_c^{\infty} \left\{ \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y'} - \bar{\Phi} \frac{\partial}{\partial y'} \right\} e^{i y y' - i \nu |x-x'|} ds' \quad (2.11)$$

従って (2.11), (2.15) 式から

$$H(x) \xrightarrow{|x| \gg 1} \frac{\sigma}{g} \int_c^{\infty} \left\{ \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y'} - \bar{\Phi} \frac{\partial}{\partial y'} \right\} e^{i y y' - i \nu |x-x'|} ds' \quad (2.12)$$

以上は一般式であるから、普通の場合には与えられた境界条件から問題を解かねばならないが

- i) 水面上の風力分布が与えられる場合
- ii) $x=0$ の線に同じ左右対称で且つ c 及び c の線である場合

には簡易な解が既に与えられており、次の通りである。

$$H(x) \rightarrow \frac{\nu}{g} e^{-i \nu x} \int_c^{\infty} P(x') e^{i \nu x'} dx' \quad \text{for } x > x', \quad (2.13)$$

$$H(x) \rightarrow -\frac{2\sigma}{g} e^{-i \nu x} \int_c^{\infty} u(y') e^{i \nu y'} dy' \quad \text{for } x > 0, \quad (2.14)$$

此處に $u(y')$ は c 上の x 方向の速度の振幅である。

3. 水路深さが有限の場合

此の場合 (2.1) ~ (2.3) の条件の他は更に

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad \text{for } y = -D, \quad (3.1)$$

をなすべし"ならない。

此の場合単位長さ 1 の速度ポテンシャルは

$$S_0(p, \alpha) = \log K + \log B$$

$$+ \int_0^{\infty} \left\{ e^{k y'} + e^{-k(y'+2D)} \right\} \frac{\cosh k(y+D)}{\cosh kD} \cosh k(x-x') \left\{ \frac{k+\nu}{k \tanh kD - \nu + i\epsilon} \right\} \frac{dk}{k} \quad (3.2)$$

此の式の右辺の積分は $k=0$ で極の α - β - γ になるから、
 確定的意味を有しないので、少し変形しなすべし"ならない。
 等す。

$$S_D(p, Q) = I + J \quad (3.3)$$

$$I = \log r_1 + \log r_3 - \int_0^\infty \left\{ e^{ky'} + e^{-k(y+2D)} \frac{\cosh k(y+D)}{\cosh kD} \cos k(x-x') \right\} \frac{dk}{k} \quad (3.4)$$

$$J = \int_0^\infty \left\{ e^{ky'} + e^{-k(y+2D)} \frac{\cosh k(y+D)}{\cosh kD} \cos k(x-x') \right\} \left(\frac{1 + \tanh kD}{k \tanh kD - \nu + \mu} \right) dk \quad (3.5)$$

とすれば J は 確定積分。 (3.4) の積分は

$$\frac{1}{\cosh kD} = 2e^{-kD} (1 - e^{-2kD} + e^{-4kD} - \dots)$$

の根に展開して項別積分すれば、未定の常数を除いて

$$I = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \log \left\{ (x-x')^2 + (y-y'-2nD)^2 \right\} \left\{ (x-x')^2 + (y+y'-2nD)^2 \right\}$$

とある。
—

$$\frac{\sinh \frac{\pi x}{D}}{\cosh \frac{\pi x}{D} - \cos \frac{\pi y}{D}} = \frac{2D}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{x}{x^2 + (y+2nD)^2}$$

この公式を利用すれば、やはり常数を別として

$$I = \frac{1}{2} \log \left\{ \cosh \frac{\pi(x-x')}{D} - \cos \frac{\pi(y+y')}{D} \right\} \left\{ \cosh \frac{\pi(x-x')}{D} - \cos \frac{\pi(y+y')}{D} \right\} \quad (3.6)$$

とある。

さて S_D の 4 の位の成分は

$$S_D(p, Q) \xrightarrow{|x-x'| \gg 1} -2\pi i f(k_0 D, k_0 y') \frac{\cosh k_0 D (y+D)}{\cosh k_0 D} e^{k_0 y' - i k_0 (x-x')} \quad (3.7)$$

$$\text{但し } k_0 \tanh k_0 D = \nu, \quad k_0 = 2\pi/\lambda \quad (3.8)$$

$$f(k_0 D, k_0 y') = \frac{1}{2} \left\{ 1 + e^{-2k_0(D+y')} \right\} \frac{1 + \tanh k_0 D}{\tanh k_0 D + k_0 D \operatorname{sech}^2 k_0 D} \quad (3.9)$$

となり、これを (2.10) 式と比較して

$$S_D/S = f(k_0 D, k_0 y'), \quad \text{for } y=0 \quad (3.10)$$

を得る。

従って出来る位の S_D は (3.8) 式から、振巾は (3.10) から求まる。

普通は波長は深さと同程度の大きさとして考えてよいから今 $k_0 D = 2\pi D/\lambda$ を今より大きいとし、深さ無限大の時えらわれる波長を $\lambda_0 = 2\pi/\lambda$ とおくと(3.11)から

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \tanh\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right) \approx 1 - 2e^{-\frac{4\pi D}{\lambda}}, \quad \frac{2\pi D}{\lambda} \gg 1, \quad (3.11)$$

又(3.9)から $y' = 0$ とおくと

$$f(k_0 D, 0) \approx 1 - \left(\frac{2\pi D}{\lambda} - 2\right) e^{-\frac{4\pi D}{\lambda}}, \quad (3.12)$$

$y' = -D$ ならば上式の略、2倍となる。

さて数値例として、 $\lambda = 2D$ とおくと

$$\lambda/\lambda_0 \approx .996, \quad f(k_0 D, 0) \approx .98$$

又 $\lambda = 4D$ とおくと

$$\lambda/\lambda_0 \approx 0.90, \quad f(k_0 D, 0) \approx 0.80$$

α程度であつて、水深の影響は普通の場合よりも大きくはならないと考へられる。

4. 応用例

2節の結果を利用して各種造波機の概略の特性を列記して置よう。

基準の特性として細い本を除いて、大体次の項目が考へられよう。

a) 波高対ストローク比; S , (圧力式の場合はストロークの終りに圧力水頭をとる)

此の値が波長とどう関係にあるか、又達し得られる最高値はどれ位であるか。

b) 排除水量比; q ; 波の一山の水量と造波機の一揺れの水量との比であつて、波を作るのに、大体どれ位の水量を動かさねばならぬかを示す。

明らかなに此の値は小さい方が望ましい。

c) 仕事率; 波が持つエネルギーは一単位長さ当たり、 $\frac{1}{2} \rho g h_w B$ であるから単位時間当たり押しやるエネルギーは、馬力に直すと

$\rho g = 1,000 \text{ (kg/m}^3\text{)}$, $1 \text{ HP} = 75 \text{ kg}\cdot\text{m/sec}$ として

$$\frac{10}{3} B h_0^2 V \text{ (HP)} , \text{ 但し } V = \sqrt{\frac{g \Delta}{2H}} , \text{ (m, kg, sec)} \quad (4.1)$$

これよりわかる事はなる。

実際の船舶力を求めるときは進捗機に動力を計算しなげればならないが前進が速く合は考慮する。

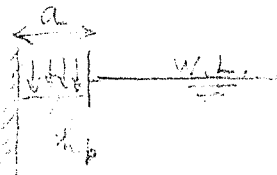
以下各種のものをについて a), b) を求めよう。

1) 圧力分布型

空気圧式は此の型の典型である。

半波長 λ は (2.13) から

$$h_{uv} = \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \pi(x') e^{i \nu x'} dx' , \quad (4.2)$$



$$\text{但し } \pi(x) = \frac{p}{\rho g} = h_p , \quad (4.3)$$

此の場合 h_p は定数と考えてよいから

$$S = \frac{h_{uv}}{h_p} = -2i \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) , \quad (4.4)$$

表面変位 η は (2.1), (2.9) から計算しなげればならないが近似的には (2.1) から

$$\frac{p}{\rho g} \approx -\eta , \quad (4.5)$$

これより η は同様にわかる。

波の一定の平均水面上の氷厚は単位中当り

$$\frac{2}{\pi} h_0 \lambda , \quad (4.6)$$

これをから排除氷量 Q は

$$Q \approx \frac{2}{\pi} h_0 \lambda / h_p a = \frac{2 \lambda}{\pi a} S , \quad (4.7)$$

波長の小さい λ では上式は明らかに適用すべきでない。

さて (4.4) 式を復水して

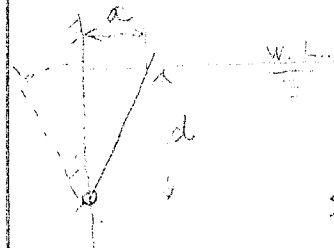
$$a/\lambda = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots \quad (4.8)$$

とすれば $|S|=2$ となって S は虚数となる。
 又一方 (4.7) から見れば、 a は小さい程 S が大きく
 従って、上式と合せ考えると a は $\frac{1}{4}$ 以上ととるのが最
 も良い極と思われる。

最後に此の型式即ち水面では波を逆の型式は純正
 空気波以外に波と見られる様な様であるが、(4.5)式が近似
 的に成立つとすると、空気圧のかわりに極をあらわすより
 狭で、此の様な型式は装置が水中に殆ど入らないうで
 保守費の他便利な面が多い様に思われるし、又持性的に
 是れが此の節の最終の述べる様な種々しい利点がある様に
 思われる。

ii) フラップ型

最もよく用いられる平板タイプのフラップ型は右図の如
 きを用い (2.14)式より



$$u(y) = i\sigma \frac{a}{d} (d+y), \quad 0 < y < d, \quad (4.9)$$

と考えると

$$S = \frac{i\omega}{a} = \frac{2i}{d} \int_{-d}^0 (d+y) e^{\lambda y} dy = 2i \left[1 - \frac{1-e^{-\lambda d}}{\lambda d} \right], \quad (4.10)$$

一般には $\lambda d = 2\pi d/\lambda$ は 1 より大きいと考えられるから

$$S \approx 2i \left(1 - \frac{\lambda}{2\pi d} \right) \xrightarrow{d \gg \lambda} 2i, \quad (4.11)$$

逆に $d \ll \lambda$ を用いて

$$S \xrightarrow{\lambda \gg d} i \frac{2\pi d}{\lambda}, \quad (4.12)$$

よって

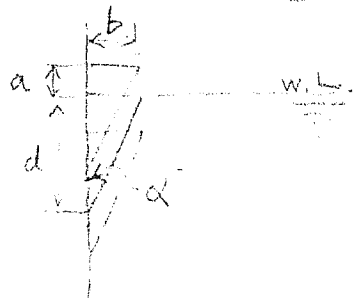
$$f = \frac{2}{\pi} k \omega \lambda = \frac{4}{\pi} \frac{\lambda}{d} S, \quad (4.13)$$

此の型では (4.11) のように S が波長によらずあまり
 異なる点から特徴的である。

iii) プラニメーター型

此の型は前二者に比して理論的解析は複雑で、正確には田代代(前出)等の方法で問題を解かねばならないと考えられるが、此處では問題をプラニメーターの中(b)に比して充分大きいと考えて(2.14)式にあてはめて考えて置よう。

a) 左図の如き直線的な形では



$$u(y) \doteq i \circ a \sin \alpha, \quad 0 > y > -d, \quad (4.14)$$

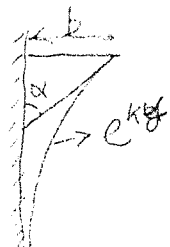
とかくと

$$S = \frac{hw}{a} = 2i \sin \alpha (1 - e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}}), \quad (4.15)$$

$$\rho \doteq \frac{2}{\pi} \frac{hw \lambda}{ab} = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{b} S, \quad (4.16)$$

となり、(4.14)からSの直線性は前項の型よりもよせようであるが、一方sin alphaが鈍角であるのでストローは短くなる。

b) 今度は形を exponential にとると (k は互に互に小正値とす)



$$u(y) \doteq i \circ abk e^{ky}, \quad \text{for } y < 0, \quad (4.17)$$

$$kb = \tan \alpha, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$S = \frac{hw}{a} = \frac{4\pi b i}{\lambda + \mu} = \frac{2i \tan \alpha}{1 + \frac{\mu}{\lambda}}, \quad (4.18)$$

$$\rho = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{b} S, \quad (4.19)$$

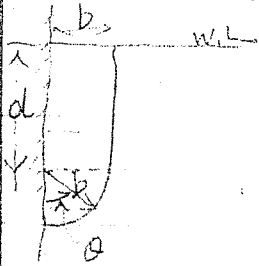
となり、前者と殆ど盛らなくなる。

我々の実験室において此の型のものを試作実験して見た結果では、実験範囲も狭い故為もあり、殆どこの直線式の(4.15)が適用出来る様であった。

又實際上 exponential curve とする事は水面附近の形状が急に成り立たず、実行不能の種である。

c) 今度は、あまり必要はない種に思われるが、又一方筒壁には

取り扱えない場合であるけれども、それ移り差を簡略化して示そう。



これは左図の如く、直線と4分1円弧から成る場合で今 $d \gg b$ とし、(2.11)式で右辺第二項を無視したもので表わすことができると、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = i\omega a \cos \theta \quad (4.20)$$

よって

$$S = \frac{b\omega}{a} = 2i\omega b \int_0^{\pi/2} \cos \theta e^{-k d \cos \theta} d\theta$$

であるが、 $2b = 2\pi b/\lambda \ll 1$ とすると、

$$S \approx \frac{4\pi b}{\lambda} e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}} \quad (4.21)$$

よって波長が小さくなって来ると、非常に減衰が激しい。此の型では d の部分を大きくする事は何等の意味がない様に思われる。

さて最後に、実際の送波器の運動は常に高周波部分を含むと考える。今例として二倍の周波数の成分を考えると、その成分は(2.11)式の上の式で ω を二倍に換えては4倍の波長に入らずとすれば結果はすべて同じとなり、此等の結果を加え合えば求める事が得られる。

従って ii), iii) の型では d は波長によらずあまり重要でない。波長が小さいと大きくなるから、此の倍周波数は強ど其の強が小さい程に強減されて来るので波形状は崩れて来る。

一方 i) の型では a を常に $1/4$ 波長にとるとすると、倍周波数成分は略々 $1/3$ に減つて来るから、外に出て行く波は前二者に比しきれいに存在すると考えられる。

以上