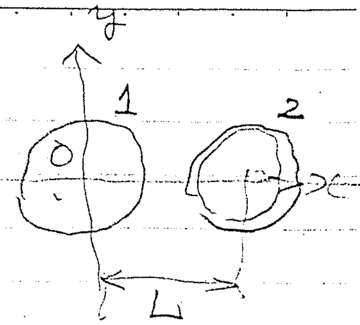
WO H-66-2

No. 1
Date 55. 2. 11
2.16 加筆

流体力の相互干渉

1. 物体が2ケの場合

同じ物体がLだけ離れてるとしよう。



Lが適当に大きいときは大抵によって相互干渉は波の項のみ考えればよい。

さて物体2による速度ポテンシャルをϕ_2としよう。

遠方では

$$\phi_2 \longrightarrow \sqrt{\frac{K}{2\pi i L}}\, e^{-Kz-iKP} H_2(K,\varphi).$$

$$H_2(K,\varphi) = \int_{S_2}\left(\phi_2 \frac{\partial \phi_0}{\partial n} - \phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n}\right) ds$$

$$\phi_0 = e^{-Kz+iK(x\cos\varphi + y\sin\varphi)}$$

物体1のテケではこれはxの正方向からの入射波のようになるから物体1の散乱ポテンシャルをϕ_{1d}とおくと つまり

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\phi_{1d} + e^{-Kz+iK(x\cos\varphi+y\sin\varphi)}\right) = 0 \quad \text{on } S_1$$

この波を散乱させるポテンシャルは

$$\sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} \phi_{1d}(P;0) H_2(K,\pi)$$

一方発散ポテンシャルを φ_1 とおくと全ポテンシャルは

$$\phi_1(P) = \varphi_1(P) + \sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} \varphi_{1d}(P.0) H_2(K,\pi)$$

明らかに $H_1(K,\varphi) = H_2(K,\varphi)$

故上式より

$$H_2(K,\varphi) = h_1(K,\varphi) + \sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} H_2(K,\pi)\, h_d(K;\varphi,0),$$

但し $h_1(K,\varphi) = \int_{S_1}\left(\varphi \frac{\partial \phi_0}{\partial n} - \phi_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) ds$.

で他の物体がない場合のものとする。

$$\therefore H_2(K,\pi) = \frac{h_1(K,\pi)}{1 - \sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} h_d(K;\pi,0)}$$

$$\therefore H_2(K,\varphi) = H_1(K,\varphi) = h_1(K,\varphi) + h_d(K;\varphi,0)\left\{\frac{h_1(K,\pi)\sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL}}{1 - \sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} h_d}\right\}$$

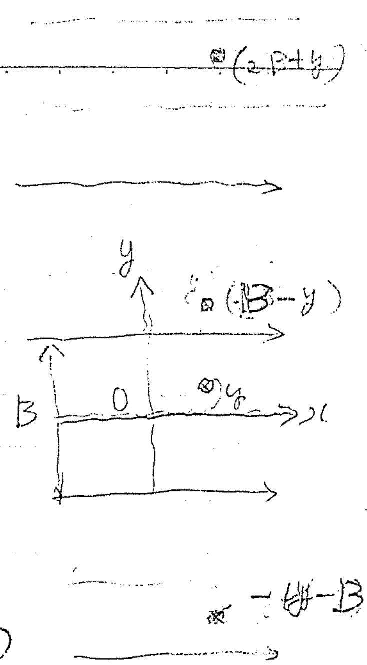
流体力は例えば

$$\int \phi_{\ell}(P) \frac{\partial x_j}{\partial n} ds = F_{ij}, \quad \int \varphi_i \frac{\partial x_j}{\partial n} ds = f_{ij}$$

とおくと

$$F_{ij} = f_{ij} + \sqrt{\frac{K}{2\pi L i}}\, e^{-iKL} H_2(K,\pi)\, h_{j}(K,0)$$

2. Linear Array の核関数



間隔Bで無限に並ぶ物体，若くは巾Bの水路中にある物体の核関数は

$$S_B(P,Q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\Big[S(P;x',y'+2nB,z') + S(P;x',\overline{(2n+1)}B-y',z')\Big],$$

$$4\pi S(P,Q) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}du\int_0^{\infty}\frac{e^{-k(z+z')+ik(x\cos u+y\sin u)-ik(x'\cos u+y'\sin u)}}{k-K+\mu i}k\,dk.$$

$$\left.\begin{aligned} r_1^2 &= (x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2 \\ r_2^2 &= (x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2 \end{aligned}\right\}.$$

あるいは　　$p = K\cos u$, $q = K\sin u$　とおくと．

$$4\pi S = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-k(z+z')+ip(x-x')+iq(y-y')}\,dp\,dq}{\sqrt{p^2+q^2}-K+\mu i},$$

そこで

$$I(y') = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\Big[e^{-iq(y'+2nB)} + e^{-iq[(2n+1)B-y']}\Big]$$

$$= \Big[1 + 2\sum_{n=1}^{N}\cos(2nqB)\Big]\Big[e^{-iqy'} + e^{+iq(y'-B)}\Big]$$

$$= 2e^{-\frac{iqB}{2}}\cos q\Big(y'-\frac{B}{2}\Big) \times \frac{\sin[(2N+1)nqB]}{\sin(nqB)},$$

計算の為に
物体は左右対称として．

$$I(y') + I(-y') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[e^{-iq(y'+nB)} + e^{iq(y'-nB)} \right]$$

$$= 2\cos qy' \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(nqB) \right].$$

$$= 2\cos qy' \cdot \frac{\sin\left(2N\pi \frac{qB}{2}\right)}{\sin \frac{qB}{2}}.$$

$$J = \frac{1}{\pi} \lim_{N\to\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} f(p,q) \frac{\sin\left(2N\pi \frac{qB}{2}\right)}{\sin \frac{qB}{2}} \, dq \, dp \quad , \quad f(p,q) = \frac{2 e^{-k(z+z') + ip(x-x')} \cos qy'}{k - K + \mu i}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[f(p,0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[f\left(p, \frac{2n\pi}{B}\right) + f\left(p, -\frac{2n\pi}{B}\right) \right] \right] dp$$

$$\cong \int_0^{\infty} \left[f(p,0) + f(-p,0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ f\left(p, \frac{2n\pi}{B}\right) + f\left(-p, \frac{2n\pi}{B}\right) \right\} \right] dp$$

$$= 2\int_0^{\infty} \left[\frac{e^{-p(z+z')} \left(e^{ip(x-x')} + e^{-ip(x-x')} \right)}{p - K + \mu i} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-(z+z')\sqrt{p^2 + \frac{4n^2\pi^2}{B^2}}} \cos\left(\frac{2n\pi y'}{B}\right) \left\{ e^{ip(x-x')} + e^{-ip(x-x')} \right\}}{\sqrt{p^2 + \frac{4n^2\pi^2}{B^2}} - K + \mu i} \right] dp.$$

$$4\pi \left\{ S_B(P,Q) + S_B(P,Q') \right\} = J +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y'-nB)^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y'-nB)^2 + (z-z')^2}} \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y'-nB)^2 + (z+z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y'-nB)^2 + (z+z')^2}} \right],$$

積分Jは $KB \gtrless 2\pi$，つまり $\lambda \gtrless B$ によって波の項がかなり異なる。
つまり $\lambda > B$ ならば右辺第2項以下の積分では pole の近傍を通らないので波の項は右辺第1項の寄与のみである。
しかし $\lambda < B$ となると第2項以下から波が出て来る。
そこで実用上の観点から以下では $B<\lambda$ の場合のみを考える事にしよう。
いずれにしても出て行く波は2次元的平面波となる。

$\lambda > B$ では

$$4\pi\{S_B(P,Q)+S_B(P,Q')\} \xrightarrow[|x|\gg|x'|]{} -4\pi i\, e^{-K(z+z')\mp iK(x-x')}, \quad \text{for } (x \gtrless 0),$$

それ故

$$\phi(P)=\iint_S\left[\phi\frac{\partial S_B}{\partial n}-\frac{\partial\phi}{\partial n}S_B\right]dS(Q),$$

から

$$\phi(P)\xrightarrow[|x|\gg1]{}\frac{1}{2i}e^{-Kz\mp iKx}H\left(K,\binom{0}{\pi}\right),\quad \text{for } x\gtrless0,$$

$$H(K,\varphi)=\iint_S\left(\phi\frac{\partial}{\partial n}-\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)e^{-Kz+iK(x\cos\varphi+y\sin\varphi)}dS,$$

3. Linear Array における相互干渉

物体が単独である時の速度ポテンシャルを φ とすると
それから離れた所では

$$\varphi(P) \xrightarrow[Kr\gg 1]{} \sqrt{\frac{K}{2\pi i r}}\, e^{-Kz-iKr}\, h(K,\theta), \quad \begin{pmatrix} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$h(K,\theta) = \iint_S \left(\varphi\frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial\varphi}{\partial n}\right) e^{-Kz+iK(x\cos\theta+y\sin\theta)}\, dS,$$

これは又

$$\varphi(P) \longrightarrow \frac{K e^{-Kz}}{2i} H_0^{(2)}(Kr)\, h(K,\theta)$$

と書く事も出来る。

y 軸上で間隔 B で無限にこれが並んでいるとすると

$$\phi(p) = \varphi(p) + \frac{K}{2i}\Big[H(K,\tfrac{\pi}{2})\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(2)}(nKB)\,\varphi_d(K;\theta,\tfrac{\pi}{2})$$
$$+ H(K,-\tfrac{\pi}{2})\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(2)}(nKB)\,\varphi_d(K;\theta,-\tfrac{\pi}{2})\Big]$$

所で $\underbrace{}_{}$ $KB<2\pi$ の時は

$$\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(2)}(nKB) = f(KB)$$
$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{KB} - i\left[-\frac{1}{\pi}\log\left(\frac{\gamma KB}{4\pi}\right) - 2\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\sqrt{4m^2\pi^2-K^2B^2}} - \frac{1}{2m\pi}\right\}\right]$$

物体が左右対称とすると

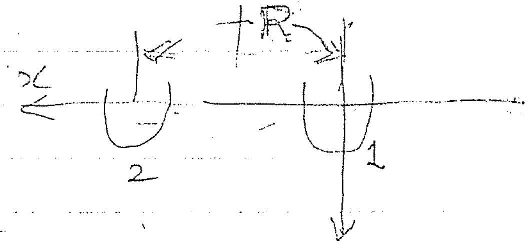
$$\phi(p) = \varphi(p) - iK\, f(KB)\, H(K,\tfrac{\pi}{2})\,\varphi_d(K;\theta,\tfrac{\pi}{2}),$$

$$\therefore\ H(K,\tfrac{\pi}{2}) = h(K,\tfrac{\pi}{2}) \Big/ \left[1 + iK f(KB)\, h_d(K;\tfrac{\pi}{2},\tfrac{\pi}{2})\right],$$

4 双胴の相互干渉 (2次元)

一般に

$$\varphi(P) \xrightarrow[x \gtrless 0]{} i e^{-Ky \mp iKx} h^{\pm}(K)$$



$$h^{\pm}(K) = \int_C \left(\varphi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx} ds = -\int_C \left(e^{-Ky \pm iKx} + \varphi_d^{\pm}\right) \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds$$

左胴から出て右胴に来る波は

$$\phi_2(P) \longrightarrow i e^{-Ky + iK(x-R)} H_2^{-}(K)$$

$$H_2^{-}(K) = \int_{C_0} \left(\phi_2 \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi_2}{\partial n}\right) e^{-Ky - iKx} ds.$$

この C_0 は 左胴が原点の所にある(C_0)時のコッチン関数

それ故 右胴単独の時のポテンシャルを φ, $\varphi_d^{\pm}$ とすると

右胴のポテンシャルは 左と同じであるが鏡像対称と考えられるから

$$H_1^{\mp}(K) = \int_{C_0} \left(\phi_1 \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi_1}{\partial n}\right) e^{-Ky \mp iKx} ds = \int_{C_0} \left(\phi_2 \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi_2}{\partial n}\right) e^{-Ky \pm iKx} ds = H_2^{\mp}(K)$$

右胴のポテンシャルは

$$\phi(P) = \varphi(P) + i e^{-iKR} H_2^{-}(K) \varphi_d^{+}(P)$$

それ故

$$H_1^{+}(K) = h^{+}(K) + i e^{-iKR} H_1^{+}(K) h_d^{+}(K).$$

$$\int_C \left(\varphi_d^{+} \frac{\partial}{\partial n} e^{-Ky + iKx} - e^{-Ky + iKx} \frac{\partial}{\partial n} \varphi_d^{+}\right) ds = -h_d^{+}(K)$$

$$\therefore \quad H_1^{\pm}(K) = \frac{h^{\pm}(K)}{1 - i e^{iKR} h_d^{\pm}(K)}$$

両開口からxの正方向に出てゆく波は　H_2

$$\phi_1 + \phi_2 \longrightarrow i e^{-Ky - iKx} \mathbb{H}^{+}(K)$$

$$\mathbb{H}^{+}(K) = H_1^{+}(K) + H_2^{+}(K) e^{iKR}$$

$$= H_1^{+} + H_1^{-} e^{iKR} = \frac{h^{+}}{1 - i e^{iKR} h_d^{+}} + \frac{h^{-} e^{iKR}}{1 - i e^{iKR} h_d^{-}}$$

もし $KR = \frac{\pi}{2} = 2\pi \frac{R}{\lambda}$　つまり $R/\lambda = \frac{1}{4}$ ならば

$$\mathbb{H}^{+}(K) = \frac{h^{+}}{1 - h_d^{+}} + \frac{i h^{-}}{1 - h_d^{-}}$$

No.

Date

○ 浮体に働く波の水平力を消す方法　55.1.20

○ 波の全透過又は全反射の条件　55.1.20

○ 消波装置設計に関する覚書　55.2.18
2.22

○ 流体力の相互干渉　55.2.11
2.16

○ 浅水波の一次元理論　55.2.3
2.11

○ 水の波力利用とアンテナ理論　54.12.13

○ 消波装置に関する研究開発課題　55.2.24