

昭和 49年 12月 28日

三次元滑走板の理論 について

別所 公利

内容

序	(頁)
1. 速度ポテンシヤル	1
2. Reverse Flow Potential	3
3. 相反定理	7
4. 抵抗, 揚力, モーメント	9
5. アスペクト比の大きい場合	12
6. アスペクト比の小さい場合	18

附録 A	核関数	A-1~7
"	B 水中翼理論との関連	B-1~4
"	C 境界条件について	C-1
"	D 高速の極限(平板翼)	D-1~8

序

三次元滑走板の理論については丸尾の精細な研究があるので、今更 附け加える所もないように思われるが、一方応用の見地から考えて見ると大変不便な点があるのを見出す。

これは滑走面形状はあらかじめ与えられなっていて問題を解いて後定まるという点である。

これはついで Shen は Non-linear problem としてその解法を提案している。

以下に述べるのはそれを線型問題として解く試みである。

Shen の方法でもよいであるが丸尾の方法と異なる点は水面変位を考慮に入れる点である。

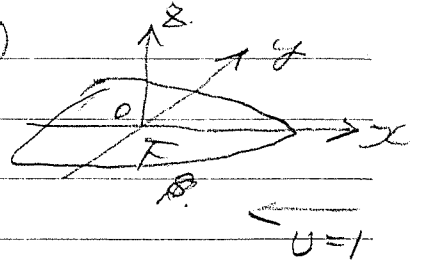
又一方滑走板の理論は造波理論としては首尾一貫した線型理論であるので、少しく整理しを記述を試みた。

丸尾: J.Z.K. vol. 78, 81, 91, 92, 105. 他

I. Shen & F. Ogilvie; J.S.R., March 1972.

1. 速度ポテンシャル

水面の圧力分布 $P(x, y)$ による速度ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ とすると、水面変位を $\zeta(x, y)$ として



$$\phi_z(x, y, 0) = \zeta_x(x, y), \quad (1)$$

$$\phi_x(x, y, 0) + \zeta(x, y) = -P(x, y), \quad (2)$$

$$\sigma = g/U^2.$$

$$\phi_{xx}(x, y, 0) + \sigma \phi_z(x, y, 0) = -P_x(x, y), \quad (3)$$

$$\phi(x, y, z) = \iint_{\mathcal{H}} P(\xi, \eta) S_1(x-\xi, y-\eta, z) dF, \quad (4)$$

$dF = d\xi d\eta$

$$\zeta(x, y) = \iint_{\mathcal{H}} P(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) dF, \quad (5)$$

$$\phi_z(x, y, 0) = \iint_{\mathcal{H}} P(\xi, \eta) S_3(x-\xi, y-\eta, 0) dF, \quad (6)$$

$x \rightarrow -\infty \quad z'' \rightarrow \infty$

$$\phi(x, y, z) \rightarrow \frac{\sigma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\phi_I(x, y; \sigma, u)}{i} H(\sigma \sec^2 u, u) \frac{e^{i\sigma z \sec^2 u}}{\sec^2 u} du \quad (7)$$

$$\zeta(x, y) \rightarrow \frac{\sigma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_I(x, y; \sigma, u) H(\sigma \sec^2 u, u) \sec u / \sec^2 u du \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_I(x, y; \sigma, u) &= e^{i(x \cos u + y \sin u)} \\ \zeta_{II}(x, y; \sigma, u) &= e^{\sigma \sec^2 u z + i(x \cos u + y \sin u)} \\ \phi_{II}(x, y, z) &= i e \cos u \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$H(k, u) = \iint_{\mathbb{H}} p(x, y) e^{-ik(x \cos u + y \sin u)} d\mathbb{H}, \quad (10)$$

又 $\kappa \rightarrow \infty$ では

$$\phi(x, y, z) \rightarrow -\frac{\kappa}{2\pi\delta \gamma^3} \cdot \iint_{\mathbb{H}} p(\xi, \eta) d\mathbb{H}, \quad (11)$$

核関数については附録 A 参照。

2. Reverse flow potential

一流速の方向が逆になるときの流れを
考えてその諸量に (〜) FP をつけて示すことにする。
こうすると前節と全く平行に。

$$\tilde{\phi}_z(x, y, 0) = -\tilde{\zeta}_x(x, y), \quad (1)$$

$$-\tilde{\phi}_x(x, y, 0) + \sigma \tilde{\zeta}(x, y) = -\tilde{P}(x, y), \quad (2)$$

$$\tilde{\phi}_{xx}(x, y, 0) + \sigma \tilde{\phi}_z(x, y, 0) = +\tilde{P}_x(x, y), \quad (3)$$

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = \iint_{\mathcal{H}} \tilde{P}(\xi, \eta) \tilde{S}_z(x-\xi, y-\eta, z) d\mathcal{H}, \quad (4)$$

$$\tilde{\zeta}(x, y) = \iint_{\mathcal{H}} \tilde{P}(\xi, \eta) \tilde{S}_z(x-\xi, y-\eta, 0) d\mathcal{H}, \quad (5)$$

$$\tilde{\phi}_z(x, y, 0) = \iint_{\mathcal{H}} \tilde{P}(\xi, \eta) \tilde{S}_z(x-\xi, y-\eta, 0) d\mathcal{H}, \quad (6)$$

流れの向きが逆になるだけなので

$$\left. \begin{matrix} \tilde{S}_z \\ \tilde{S}_z \\ \tilde{S}_z \end{matrix} \right\} (x, y, z) = \left. \begin{matrix} S \\ S_z \\ S_z \end{matrix} \right\} (x, y, z), \quad (7)$$

船体表面の境界条件は

$$\left. \begin{matrix} \tilde{\zeta}(x, y) = \zeta(x, y) \\ \tilde{\phi}_z(x, y, 0) = -\phi_z(x, y, 0) \end{matrix} \right\} (8)$$

でありと考えられる。

$x \rightarrow +\infty$ ではいはかき減つて

$$\tilde{\phi}(x, y, z) \rightarrow \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{\phi}_I(x, y, z; \sigma, u) \tilde{H}(\sigma \sec u, u) |\sec u| \frac{du}{\cos u} \quad (9)$$

$$\tilde{\psi}(x, y) \rightarrow \frac{\sigma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{\zeta}(x, y; \sigma, u) \tilde{H}(\sigma \sec u, u) |\sec u| \frac{du}{\cos u} \quad (10)$$

$$\tilde{\phi}_I(x, y, z; \sigma, u) = -ie^{\sigma \sec u \{z - i(x \cos u + y \sin u)\}} \quad , \quad \tilde{\zeta} = i\tilde{\phi}_I|_{z=0} \quad (11)$$

$$\tilde{H}(\sigma, u) = \iint_{\tilde{H}} \tilde{P}(z, \sigma) e^{i\sigma(x \cos u - y \sin u)} d\tilde{H} \quad (12)$$

特に \tilde{H} が前後左右対称ならば物理的に考えて
直ちに \tilde{H} の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} \zeta(x, y) &= \zeta(-x, y) \text{ ならば} \\ \tilde{\phi}(x, y, z) &= -\phi(-x, y, z), \\ \tilde{P}(x, y) &= P(-x, y). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta(x) &= -\zeta(-x) \text{ ならば} \\ \tilde{\phi}(x, y, z) &= \phi(-x, y, z), \\ \tilde{P}(x, y) &= -P(-x, y). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$\phi(x, y, 0)$ の対称性からは必ずしもこうなるまい。
(齊次解は不定故)

下が対称性を持たない時はこのように簡単に
はならない。かゝる関係がある。

与えられた F 上の境界条件 $f_1(\xi), f_2(\xi)$ が一意的な解を持つものとしよう。

そこで今

$$\Phi_d(x, y, z; \sigma, u) = \phi_{\pm}(x, y, z; \sigma, u) + \phi_d(x, y, z; \sigma, u) \quad (15)$$

のように波 ϕ_{\pm} に対して 散乱ポテンシャル ϕ_d を考えよう。
 ϕ_d に対する圧力を P_d , 水面変位を ζ_d とすると。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_d(x, y; \sigma, u) &= -\zeta_{\pm}(x, y; \sigma, u), \\ \phi_{d,z}(x, y, 0) &= \phi_{\pm,z}(x, y, 0) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Reverse flow に対しては全く同様な式が成立ち。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\zeta}_{\pm}(x, y; \sigma, u) &= \overline{\zeta_{\pm}(x, y; \sigma, u)}, \\ \tilde{\phi}_{\pm,z}(x, y, 0; \sigma, u) &= + \overline{\phi_{\pm,z}(x, y, 0; \sigma, u)}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ある関係がある。

1. 327

$$\overline{\phi}(x, y, z) + \tilde{\phi}(x, y, z) + \frac{\sigma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{\Phi}_d(x, y, z; \sigma, u) \overline{H(\sigma \sec^2 u, u)} \times |\sec^2 u| \sec u \, du,$$

なるポテンシャルを考えると §1(7) により $\alpha \rightarrow +\infty$ の波は消える項と打ち消し合うからなくなつて, $\alpha \rightarrow +\infty$ のみ残る。

又これに対する境界条件 (水面変位の) は (8), (16) により F 上で 0 となる。

それ故解が唯一ならば上式は恒等的に 0 となる。

よつて

1.

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = -\overline{\phi(x, y, z)} - \frac{\sigma}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{\Phi}_d(x, y, z; \sigma, u) \overline{H(\sigma \sec^2 u, u)} |\sec^2 u| \sec u \, du, \quad (18)$$

つまり Reverse flow pot. は Direct flow の π と π の散乱
ポテンシャルによつて表わされる。

ここで "両岸の水面変位は等しい" としたが、一般に
水面変位を指定すると圧力は流出条件を満たして
いない。

そこで (18) は圧力について

$$\tilde{P}(x, y) = \overline{P}(x, y) - \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{P}_d(x, y; \sigma, u) \overline{H(\sigma \sec^2 u, u)} (\sec^3 u) \frac{du}{\cos u}, \quad (19)$$

となる。

ここで大文字で表わす P は流出条件を満たしている
事を意味する事にする。

なお \tilde{P} が "実" ならば "圧力も実であるので" $\tilde{P} = P$
であるが、散乱については \tilde{P} の量が "逆散" であり
物

$$\tilde{P}_d(x, y; \sigma, \theta) = \overline{P}_d(x, y; \sigma, \theta)$$

$$- \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{P}_d(x, y; \sigma, u) \overline{H_D(\sigma \sec^2 u, u; \sigma, \theta)} (\sec^3 u) \sec u \, du, \quad (20)$$

を得

$$H_D(k, u; \sigma, \theta) = \int_F \tilde{P}_d(x, y; \sigma, \theta) e^{-ik(x \cos u + y \sin u)} \, dF, \quad (21)$$

となる。

従つて Kotschin 関数 (17) は

$$\tilde{H}(k, \vartheta) = \overline{H}(k, \vartheta) - \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{H}_D(k, \vartheta; \sigma, u) \overline{H(\sigma \sec^2 u, u)} (\sec^3 u) \frac{du}{\cos u}, \quad (22)$$

$$\tilde{H}_D(k, \vartheta; \sigma, \theta) = \overline{H}_D(k, \vartheta; \sigma, \theta)$$

$$- \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{H}_D(k, \vartheta; \sigma, u) \overline{H_D(\sigma \sec^2 u, u; \sigma, \theta)} (\sec^3 u) \sec u \, du, \quad (23)$$

3. 相反定理.

$$\left. \begin{aligned} f_{ji} &= \iint_{\bar{H}} P_i(x, y) \tilde{\zeta}_i(x, y) dF, \\ \tilde{f}_{ji} &= \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_i(x, y) \zeta_i(x, y) dF, \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{ji} &= - \iint_{\bar{H}} P_i(x, y) \phi_{iz}(x, y, 0) dF, \\ \tilde{h}_{ji} &= - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_i(x, y) \phi_{iz}(x, y, 0) dF, \end{aligned} \right\} (2)$$

右の積分を等号を導入すると、夫々の積度数は、§2(7)の対称性があるので、積分順序の変更により花岡の定理*を得る。

$$f_{ji} = \tilde{f}_{ij}, \quad (3)$$

$$h_{ji} = \tilde{h}_{ij}, \quad (4)$$

この中(4)は

$$\iint_{\bar{H}} \tilde{P}_i P_j dF < \infty, \quad (5)$$

なる条件を満たせば"ならぬ"か P_i, P_j が共に流出条件を満たしていれば"よい"。

次に

$$\begin{aligned} I &= \tilde{f}_{ji} - f_{ji} = \iint_{\bar{H}} \{ \tilde{P}_i \tilde{\zeta}_i - P_i \zeta_i \} dF \\ &= \iint_{\bar{H}} (\tilde{P}_i - P_i) \zeta_i dF \end{aligned}$$

とすると、§2(19)を代入すると、(3)より

*花岡; Pro. 9th Jap. Nat. Congr. Appl. Mech. 1959

$$\begin{aligned} \int_{\bar{H}} \tilde{P}_d(x, y, z, u) \zeta_i(x, y) d\bar{H} &= \int_{\bar{H}} P_i \tilde{\zeta}_d d\bar{H} \\ &= - \int_{\bar{H}} P_i e^{-i\gamma \sec^2 u (x \cos u + y \sin u)} d\bar{H} = - H_i(\gamma \sec^2 u, u), \quad (6) \end{aligned}$$

と有るが、

$$\bar{f}_{ji} - \tilde{f}_{ji} = \frac{\delta}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} H_i(\gamma \sec^2 u, u) \bar{H}_j(\gamma \sec^2 u, u) \sec^3 u \sec u du, \quad (7)$$

を零とする。

同様にして、

$$\begin{aligned} \bar{f}_{ji} + \tilde{h}_{ji} &= - \int_{\bar{H}} \{ \bar{P}_j \bar{\phi}_{iz} + \tilde{P}_j \phi_{iz} \} d\bar{H} \\ &= - \int_{\bar{H}} (\bar{P}_j - \tilde{P}_j) \phi_{iz} d\bar{H} \\ &= \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_i^*(\gamma \sec^2 u, u) \bar{H}_j(\gamma \sec^2 u, u) \sec^3 u du, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\int_{\bar{H}} \tilde{P}_d \phi_{iz} d\bar{H} = -i\gamma \sec u H_i^*(\gamma \sec^2 u, u), \quad (9)$$

ここで P_d は流出条件を満たして有るので

$$\begin{aligned} \int_{\bar{H}} \tilde{P}_d \phi_{iz} d\bar{H} &\neq \int_{\bar{H}} P_i \bar{\phi}_{iz} d\bar{H} = i\gamma \sec u \int_{\bar{H}} P_i \zeta d\bar{H} \\ &= -i\gamma \sec u H_i(\gamma \sec^2 u, u), \quad (10) \end{aligned}$$

より $H_i^* \neq H_i$,

又 (3) より.

$$H_D(\gamma \alpha c^2 u, u; \gamma \alpha c^2 \theta, \theta) = \tilde{H}_D(\gamma \alpha c^2 \theta, \theta; \gamma \alpha c^2 u, u), \quad (11)$$

又 (2), (4) により ρ が流出条件を満足している場合は

$$P_i = P_i + P_{is}, \quad P_j = P_j + P_{js}, \quad (12)$$

とあり P_{is}, P_{js} は $\phi = 0$ の解とすると.

$$h_{ji} = - \iint_{\tilde{H}} P_j \hat{\phi}_{iz} dF = - \iint_{\tilde{H}} P_j \tilde{\phi}_{iz} dF + \iint_{\tilde{H}} P_{js} \hat{\phi}_{iz} dF$$

$$= - \iint_{\tilde{H}} \tilde{P}_i \phi_{jz} dF + \iint_{\tilde{H}} P_{js} \tilde{\phi}_{iz} dF$$

$$= - \iint_{\tilde{H}} \tilde{P}_i \phi_{jz} dF + \iint_{\tilde{H}} (P_{js} \tilde{\phi}_{iz} - \tilde{P}_{is} \phi_{jz}) dF,$$

とあるので (4) は

$$h_{ji} - \tilde{h}_{ij} = \iint_{\tilde{H}} (P_{js} \tilde{\phi}_{iz} - \tilde{P}_{is} \phi_{jz}) dF, \quad (13)$$

のように \tilde{H} 上で成り立つ。

4. 抵抗力と揚力とモーメント.

揚力を L , モーメントを M , 抵抗力を R としよう.
(すべて ρU^2 で割ったものとする).

$$L = \iint_H P(x, y) dF, \quad \tilde{L} = \iint_H \tilde{P} dF, \quad (1)$$

$$M = \iint_H P(x, y) x dF, \quad \tilde{M} = \iint_H \tilde{P} x dF, \quad (2)$$

$$R = \iint_H P(x, y) \zeta_x(x, y) dF, \quad \tilde{R} = \iint_H \tilde{P} \zeta_x dF, \quad (3)$$

$\zeta_x = \phi_x - \phi_x^*$
 $= -\phi_x^*$
 $= -\zeta_x^*$

前節の定理 (3) より

$$L = \iint_H \tilde{P}_0 \zeta dF, \quad \tilde{L} = \iint_H P_0 \tilde{\zeta} dF, \quad (4)$$

$$M = \iint_H \tilde{P}_1 \zeta dF, \quad \tilde{M} = \iint_H P_1 \tilde{\zeta} dF, \quad (5)$$

定理 (4) より

$$\begin{aligned} R &= -\iint_H P(x, y) \phi_z^*(x, y) dF = -\iint_H \tilde{P}(x, y) \phi_z^*(x, y) dF \\ &= +\iint_H \tilde{P}(x, y) \phi_z(x, y) dF = -\iint_H \tilde{P} \zeta_x^*(x, y) dF, \end{aligned}$$

$$R = +\tilde{R}, \quad (6)$$

なお P_0, P_1 はそれぞれ $\zeta_0 = 1, \zeta_0 = x$ on F の解とする。
(流出条件は満たす(2)より)

§2 (19) より

$$\tilde{L} - L = \frac{i\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_0(\sigma \alpha e^{i\alpha} u, u) \overline{H(\sigma \alpha e^{i\alpha} u, u)} \frac{d u}{e^{i\alpha} u}, \quad (7)$$

$$\tilde{M} - M = \frac{i\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_1(\sigma \alpha e^{i\alpha} u, u) \overline{H(\sigma \alpha e^{i\alpha} u, u)} \frac{d u}{e^{i\alpha} u}, \quad (8)$$

但し

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{H}_0(R, u) \\ \tilde{H}_1(R, u) \end{array} \right\} = \iint_H \left\{ \begin{array}{l} P_0 \\ P_1 \end{array} \right\} e^{i\delta(x \cos u + y \sin u) \sec^2 u} dF, \quad (9)$$

(4), (5)は P_0, P_1 がわかれば"任意の ζ について L, M が求まる事"を示し, (6)は流出条件を夫々満たすならば"前進時と後進時の排粒は等しい"事を示す。

(4), (5)は前節定理(4)によれば"留理定理"における Munk の定理となる。

$$L = - \iint_H P \tilde{\phi}_{12} dF = - \iint_H \tilde{P}_1 \phi_2 dF = - \iint_H \tilde{P}_1 \zeta_x dF, \quad (10)$$

$$M = - \iint_H P \tilde{\phi}_{22} dF = - \iint_H \tilde{P}_2 \zeta_x dF, \quad (11)$$

但し \tilde{P}_1, \tilde{P}_2 は夫々 $\tilde{\phi}_{12} = -1, \tilde{\phi}_{22} = -x$ に対する流出条件を満たす解とする。

$$\tilde{L} = \iint_H \tilde{P}_1 \phi_{12} dF = \iint_H P_1 \tilde{\phi}_{12} dF = - \iint_H P_1 \zeta_x dF, \quad (10')$$

$$\tilde{M} = \iint_H \tilde{P}_2 \phi_{22} dF = \iint_H P_2 \tilde{\phi}_{22} dF = - \iint_H P_2 \zeta_x dF, \quad (11')$$

前節同様

$$\tilde{L} + L = \iint_H (\tilde{P}_1 \phi_{12} + P \tilde{\phi}_{12}) dF = \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_1^*(\delta \sec u, u) \overline{H_1(\delta \sec u, u)} |\sec^5 u| du, \quad (12)$$

$$\tilde{M} + M = - \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_2^*(\delta \sec u, u) \overline{H_2(\delta \sec u, u)} |\sec^5 u| du, \quad (13)$$

又特に

$$R + R' = \iint_H (p - \beta) \zeta_x dA = -\frac{\delta^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\gamma \operatorname{arcc}^* u, u) \overline{H(\gamma \operatorname{arcc}^* u, u)} \times \sec^5 u \, du, \quad (14)$$

よゝ知らぬわてゝゝゝゝの 計算は 遂に 計算 R_w と R_s 未だ計算 R_s から たりたゝゝゝゝ。

$$R = R_w + R_s, \quad (15)$$

よゝ R_w は *

$$R_w = \frac{\delta^2}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\gamma \operatorname{arcc}^* u, u) \overline{H(\gamma \operatorname{arcc}^* u, u)} \sec^5 u \, du, \quad (16)$$

ゝゝゝゝゝゝゝゝ。

* Havelock; P. R. S. vol. 138 (1932)

5. アスペクト比の大きい場合
境界条件の積分方程式はたいてい

$$\zeta(x, y) \doteq \zeta^{(x)}(x; y) + \zeta^{(y)}(y; x), \quad (1)$$

$$\zeta_x = \phi_z(x, y, 0) \doteq \phi_z^{(x)}(x; y) + \phi_z^{(y)}(y; x), \quad (2)$$

$$\zeta^{(x)}(x; y) = \int_{-l(y)}^{l(y)} p(\xi, y) S_2(x-\xi, 0) d\xi, \quad (3)$$

$$\zeta^{(y)}(y; x) = \int_{-b}^b \int_{-l}^l p(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta, \quad (4)$$

$$\phi_z^{(x)}(x, y, 0) = \int_{-l}^l p(\xi, y) S_2(x-\xi, 0) d\xi, \quad (5)$$

$$\phi_z^{(y)}(x, y, 0) = \int_{-b}^b \int_{-l}^l p(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta, \quad (6)$$

(3), (6) は 2 次元問題の核である。
今境界条件を

$$\zeta(x, y) = A_0(y) + A_1(y)x + A_2(y)\frac{x^2}{2}, \quad (7)$$

$$\phi_z(x, y, 0) = \zeta_x(x, y) = A_1(y) + A_2(y)x,$$

と採る事にしよう。

(4) 又は (6) は

~~昭和 年 月 日~~

昭和 年 月 日

$$\left. \begin{aligned} \pi_0(\eta) &= \int_{-l}^l p(\xi, \eta) d\xi \\ \pi_1(\eta) &= \int_{-l}^l p(\xi, \eta) \xi d\xi \\ \pi_2(\eta) &= \int_{-l}^l p(\xi, \eta) \xi^2 d\xi \end{aligned} \right\} (8)$$

とあると

$$S^{(ii)}(\eta; x) = \int_{-\beta}^{\beta} \left[\pi_0(\eta) S_z(0, \eta - \eta, 0) - \pi_1(\eta) S_{zx}(0, \eta - \eta, 0) + \frac{1}{2} \pi_2(\eta) S_{zxx}(0, \eta - \eta, 0) \right] d\eta$$

$$+ x \int_{-\beta}^{\beta} \left[\pi_0(\eta) S_{zx}(0, \eta - \eta, 0) - \pi_1(\eta) S_{zxx}(0, \eta - \eta, 0) \right] d\eta$$

$$+ \frac{x^2}{2} \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta) S_{zxx}(0, \eta - \eta, 0) d\eta, \quad (9)$$

$$1) \phi_z(x, y, 0) = S_x^{(ii)}(\eta; x)$$

$$= \int_{-\beta}^{\beta} \left[\pi_0(\eta) S_{zx}(0, \eta - \eta, 0) - \pi_1(\eta) S_{zxx}(0, \eta - \eta, 0) \right] d\eta$$

$$+ x \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta) S_{zxx}(0, \eta - \eta, 0) d\eta, \quad (10)$$

但し $S_{zx}(0, \eta, 0) = S_x(0, \eta, 0)$ である。

(3), (5) によりは 2x2x2 問題の解を。

$$\int_{-l}^l \begin{Bmatrix} P_0(\xi) \\ P_1(\xi) \\ P_2(\xi) \end{Bmatrix} S_z(x-\xi, 0) d\xi = l \begin{Bmatrix} 1 \\ x/l \\ 2(x/l)^2 - 1 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$P_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m C_m^n \frac{\cos m\theta}{\rho^m}, \quad \omega\theta = \frac{x}{\rho}, \quad (12)$$

よって

$$P(x, y) = B_0(y) P_0(x; \rho l) + B_1(y) P_1(x; \rho l) + B_2(y) P_2(x; \rho l), \quad (13)$$

よって

$$\begin{aligned} \psi(x; y) &= B_0(y) l(y) + x B_1(y) + \\ &+ \left[\frac{x^2}{\rho^2} - 1 \right] l(y) B_2(y), \quad (14) \end{aligned}$$

$$\phi_2^{(1)} = \psi_x^{(1)} = B_1(y) + 4 \frac{x}{\rho} B_2(y), \quad (15)$$

又

$$\begin{aligned} \Pi_0(y) &= \pi B_0(y) C_0^0(\rho l) l(y) + \pi B_1(y) l(y) C_0^1(\rho l) \\ &+ \pi B_2(y) l(y) C_0^2(\rho l), \quad (16) \end{aligned}$$

$$\Pi_1(y) = \pi l^2(y) [B_0(y) C_1^0(\rho l) + B_1(y) C_1^1(\rho l) + B_2(y) C_1^2(\rho l)], \quad (17)$$

$$\Pi_2(y) = \frac{\pi l^3(y)}{2} [B_0(y) \{ C_2^0 + C_2^2 \} + B_1(y) \{ C_2^1 + C_2^3 \} + B_2(y) \{ C_2^2 + C_2^4 \}], \quad (18)$$

これらの式から ϕ_2 の境界条件は ψ の中に含まれて
いる事は明らかであるから以下 ψ についてのみ考える。

これらの (7) 式を (7) 式に代入し、 $1, x, x^2$ の各 x の項を
等置すると次の式がえられる。

$$A_0(y) = l(y)\{B_0(y) - B_2(y)\} + \int_{-\beta}^{\beta} [\pi_0(\eta)S_z(0, y-\eta, 0) - \pi_1(\eta)S_{zx}(0, y-\eta, 0) + \frac{\pi_2(\eta)}{2}S_{zxx}(0, y-\eta, 0)] d\eta, \quad (19)$$

$$A_1(y) = B_1(y) + \int_{-\beta}^{\beta} [\pi_0(\eta)S_z(0, y-\eta, 0) - \pi_1(\eta)S_{zx}(0, y-\eta, 0)] d\eta, \quad (20)$$

$$A_2(y) = \frac{4}{l(y)}B_2(y) + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta)S_{zxx}(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (21)$$

を得る。

上記普通の整理理論では(20)のみを考慮してさらにy軸を先端から弦長の $\frac{1}{4}$ を通る軸にすれば

$$\pi_1(\eta) = 0,$$

となるので右辺積分中第2項は消えている。

又攝動法的に考えると(16)~(18)において $l(y)$ は小さいと考慮しているので π_1, π_2 は π_0 に比して高次の項であるから無視すべからずと考えられる。

そのように立場に立つと上式は

$$A_0(y) = l(y)\{B_0(y) - B_2(y)\} + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta)S_z(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (19')$$

$$A_1(y) = B_1(y) + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta)S_z(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (20')$$

$$A_2(y) = \frac{4}{l(y)}B_2(y) + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta)S_{zxx}(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (21')$$

のように簡化される。

ここで 3式は 物理論では考えないものであり、又 $B_2(y)$ そのものから (21) から 近似的に、

$$B_2(y) \approx \frac{l(y)}{4} A_2(y)$$

となつて 微小量であるので これを更に 無視すると、

$$A_0(y) = l(y) B_0(y) + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta) S_2(0, y - \eta, 0) d\eta, \quad (22)$$

$$A_1(y) = B_1(y) + \int_{-\beta}^{\beta} \pi_0(\eta) S_2(0, y - \eta, 0) d\eta, \quad (23)$$

$$\pi_0(\eta) = \pi l(y) [B_0(y) C'_0(\eta l) + B_1(y) C'_1(\eta l)], \quad (24)$$

が得られる。

これは Camber を 無視する、あるいは そのような 平板翼の時は正しいとも考えられるが、滑走板では Camber は 飛来に 関係して いるので これを 無視するに は 幾分 不安があるから 以下 上式 について 考へて 見よう。

(22), (23) は 滑走板 形状 $l(y)$ が 与えられると B_0, B_1 に 関する 聯立方程式 となり 物理論 の場合 との 類推 から 解は 一意的に 定まると 考へよう。

すなわち (11) の 解 P_0, P_1, P_2 は 積分可能な 関数 ではなく 流出条件 を 満足 して いない ので これらの 解 は やはり 流出条件 を 満足 して いない。

換言すれば "滑走板 形状 が 与えられると 流出条件 を 満たす 解は 与えられない。

しかし 上の ような 解は 弦長の 僅かな 変化 に 対応して いると 考へれば "物理的に も 採用 しよう。"

* 丸尾, 前出

** 野村, "2次元 滑走板 における 浸水率 の 変化 について" 49.9.

つまり滑走板形状は与えられたものとは異なっているわけであって、物理的にも首肯出来る。

従って正解を求める為にはこのようにして得られた解から弦長の変化分だけ滑走面形状を変えてもう一度解を求める操作を繰り返して弦長変化が小さくなればよい。

同様な事は幅の変化についても存在する。

なお(22), (23)において右辺第2項はアスペクト比の逆数に比例するから近似的に

$$\begin{aligned} l(y)B_0(y) + \pi \int_{-\beta}^{\beta} B_0(\eta) l(\eta) C_0'(\alpha l) S_2(0, y-\eta, 0) d\eta \\ = A_0(y) - \pi \int_{-\beta}^{\beta} A_0(\eta) l(\eta) C_0'(\alpha l) S_2(0, y-\eta, 0) d\eta, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} B_1(y) + \pi \int_{-\beta}^{\beta} B_1(\eta) l(\eta) C_0'(\alpha l) S_2(0, y-\eta, 0) d\eta \\ = A_1(y) - \pi \int_{-\beta}^{\beta} A_0(\eta) \underbrace{l(\eta)}_{\beta} C_0'(\alpha l) S_2(0, y-\eta, 0) d\eta, \end{aligned} \quad (26)$$

と書いても今迄の近似度から考えて充分であろう。

(26)において $A_0(y)=0$ とおけば丸尾の得た式に形式的に一致する。

この時は表面変位は $P_1(x)$ を流出条件を満たす解とすると

$$\int_{-l}^l P_1(\xi) S_2^{(1)}(x-\xi, 0) d\xi = l\alpha_1(\alpha l), \quad (27)$$

よかくと

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) = B_1(y) l(y) \alpha_1(\alpha l) + \pi \int_{-\beta}^{\beta} B_1(\eta) l(\eta) C_0'(\alpha l) S_2 d\eta + \\ + x A_1(y), \end{aligned} \quad (28)$$

となりとは一方向的に決まってしまう。

6. アスペクト比の充分小さい場合

前節と同様な手法で γ があまり小さくなければ

$$\phi(x, y, 0) = \zeta(x, y) \quad (1)$$

$$\zeta(x, y) = \zeta^{(s)}(y; x) + \zeta^{(r)}(x; y), \quad (2)$$

$$\zeta^{(s)}(y; x) = \int_{-\beta(x)}^{\beta(x)} p(x; \eta) S_2(y - \eta, 0) d\eta, \quad (3)$$

$$\zeta^{(r)}(x; y) = \int_{-l}^l \pi(\xi) S_2(x - \xi, 0, 0) d\xi, \quad (4)$$

$$\pi(\xi) = \int_{-\beta(\xi)}^{\beta(\xi)} p(\xi, \eta) d\eta, \quad (5)$$

と η が $z=0$ で

$$S_2(y, z) = + \frac{1}{\pi \delta} \frac{z}{y^2 + z^2}, \quad (6)$$

よって

$$\zeta^{(s)}(y; x) = - \frac{1}{\delta} p(x, y), \quad (7)$$

となる。

左右対称船を考へ境界条件を

$$\zeta(x, y) = A(x), \quad (8)$$

とあつて 圧力は y 方向に一定で $p(x, y) \equiv p(x)$ とおいて

$$A(x) = - \frac{1}{\delta} p(x) + 2 \int_{-l}^l \beta(\xi) p(\xi) S_2(x - \xi, 0, 0) d\xi, \quad (8)$$

なる積分方程式をうる。

この式は船長船理論による水面変位に一致し、
右辺の2項は船側の波形である。

よって船底と船側では $p(x)$ だけが座標が
違う事を示す。

又その理論では

$$p(x) = -\sigma A(x), \quad (9)$$

とするのであるが、そうすると Kutta の流出条件を
満たす事が出来な11。

それ故 流出条件を満たす為にはその条件を
入れて(8)を解かねばならな11。

この時 $\beta(x)$ によつて解が変つて来る事は注意
すべきである*。

なお 實際問題としては、境界条件は(7)で与
えるのは困難であつてむしろ揚力

$$L = 2 \int_{-l}^l p(x) \beta(x) dx, \quad (10)$$

を与えて、 $\zeta_x \approx A_x(x)$ を与えるという形に
なつてあるう。

その時は、

$$1 = -\frac{1}{\sigma} p_0(x) + 2 \int_{-l}^l \beta(\xi) p_0(\xi) S_2(x-\xi, 0, 0) d\xi, \quad (11)$$

の解 $p_0(x)$ の定数倍を(8)の解に加えて(10)
を満たす事にすればよ、それから L を求める。

* $\beta(x)$ の与え方によつては $p(x)$ が大きい負値をとるようになる事
になつて物理的に具合が悪くなる事が考えられる。

つまり前節の場合の弦長の変化分が β の変化に対応して
いると考えられ、今の場合はそれが欠まらない事になる。

とが充分小さい場合は、上述の方法では具合が悪いと見られる。

その時は

$$\mu(x, y) = \int_0^x \rho(\xi, y) d\xi. \quad (12)$$

なる積分を導入して、(附録 B)

$$\phi_z(x, y, 0) = \phi_z^{(15)}(x, y, 0) + \phi_z^{(16)}(x, y, 0), \quad (13)$$

$$\phi_z^{(15)}(x, y, 0) = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{\mu(x, \eta) d\eta}{(y-\eta)^2}, \quad (14)$$

$$\phi_z^{(16)}(x, y, 0) = \iint_{H'} M(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta, \quad (15)$$

となつて、実質的に丸屋の式^{*}と同じになる。

しかし (3) については (13) に相当する項は消えて

$$\phi(x, y) = \iint_{H'} \rho(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta, \quad (16)$$

となるようである。

積分方程式の形は実質的には前の場合と同じになる事は明らかであろう。

*丸屋; Proc. 11th Japan Nat. Congr. for Appl. Mech. 1961

昭和 年 月 日

附録 A 核函数

変位ポテンシアル Φ を次式で定義しよう。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_x(x, y, z) &= -\phi(x, y, z) \\ \Phi_z(x, y, z) &= -\psi(x, y) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$\nabla\Phi$ は流体粒子の静止時位置からの変位となる(線型化された)。

すると

$$\Phi(x, y, z) = \iint_{\mathbb{H}} \rho(\xi, \eta) T(x-\xi, y-\eta, z) dH, \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} T(x, y, z) = -\frac{2}{2\pi\gamma^3}, \quad \gamma = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (3)$$

$$T(x, y, z) = -\lim_{M \rightarrow +0} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + i k(x \cos \theta + y \sin \theta)}}{k^2 \cos^2 \theta + i M \cos \theta - \gamma} dk d\theta, \quad (4)$$

となり

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} T(x, y, z) &= -S_1(x, y, z) \\ \frac{\partial}{\partial z} T(x, y, z) &= -S_2(x, y, z) \end{aligned} \right\} (5)$$

と存在,
従って*

$$T(x, y, z) = \frac{1}{\pi} O_2^{(1)}(\delta x, \delta y, -\delta z), \quad (6)^*$$

$$\begin{aligned} T(-x, y, z) - T(x, y, z) &= -\frac{2}{\pi} P_2(\delta x, \delta y, -\delta z) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\delta z + i \delta y \sin \theta \cos \theta}}{\delta^2 + i \delta y \sin \theta \cos \theta} \sin(\delta x \sec \theta) \sec^2 \theta d\theta, \quad (7)^* \end{aligned}$$

* M. Bessho; M. D. A. vol. 4, No. 2, 1964.

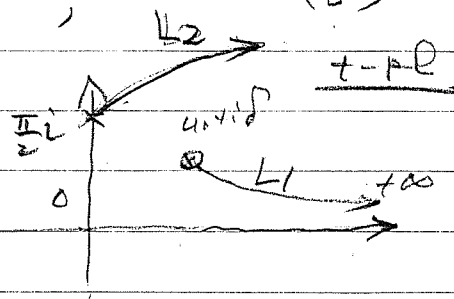
昭和 年 月 日

$$T(x, y, z) = \frac{i}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{i\delta(x-y)zt - izct} ch^2 t dt \quad (8)$$

for $x, y, z > 0$

$$\rho \sin \alpha = \frac{x}{r}, \quad \frac{-z}{y} = \tan \alpha,$$

$$r = \sqrt{y^2 + z^2}$$



$$S(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{xz}{p^2 y} + \frac{iy}{p^2} \right)$$

$$+ \frac{\delta}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{i\delta(x-y)zt - izct} ch^2 t dt \quad (9)$$

$$S_2(x, y, z) = \frac{(iy - iz)^2}{2\pi p^4 y}$$

$$+ \frac{i\delta}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{i\delta(x-y)zt - izct} ch^3 t dt \quad (10)$$

$$S_2(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{x}{p^2 y} \left(1 - \frac{2z^2}{p^2} - \frac{z^2}{y^2} \right) - \frac{2iyz}{p^2} + \frac{i\delta}{p^2 y} (iy - iz)^2 \right\}$$

$$+ \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{i\delta(x-y)zt - izct} ch^4 t dt \quad (11)$$

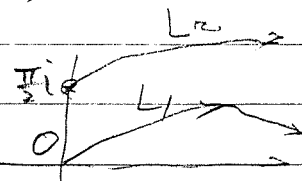
これらの式右辺中1項の虚部は2項の虚部と打ち消し合うようである。

とにかくすべての項は実数値をとる。

$x, z \rightarrow 0$ とする $\delta \rightarrow 0, u_0 \rightarrow 0$ とする

$$T(0, y, 0) \approx \frac{i}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{-i\delta y a h t} \text{ch} t dt, \quad (12)$$

$$S(0, y, 0) = \frac{i}{2\pi y} + \frac{\delta}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{-i\delta y a h t} \text{ch}^2 t dt, \quad (13)$$



$$S_2(0, y, 0) = \frac{1}{2\pi y} + \frac{i\delta}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{-i\delta y a h t} \text{ch}^3 t dt, \quad (14)$$

$$S_3(0, y, 0) = \frac{i\delta}{2\pi y} + \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{L_1+L_2} e^{-i\delta y a h t} \text{ch}^4 t dt, \quad (15)$$

又 $z \rightarrow 0$ とした後 $y \rightarrow 0$ とすれば (違) する値が変化する

$\delta \rightarrow 0, u_0 \rightarrow \infty$ とするの L_1 の部分を

$$\begin{aligned} \lim_{u_0 \rightarrow \infty} \int_{u_0}^{\infty} e^{i\delta(x-y) a h t} \text{ch}^n t dt &\Rightarrow \lim_{u_0 \rightarrow \infty} \int_0^{-\infty} e^{i\delta f(t)} \text{ch}^n t \frac{dt}{f'(t)} \\ &= \frac{-e^{i\delta f(u_0)} \text{ch}^n u_0}{i\delta f'(u_0)} = \frac{i \text{ch}^{n-1} u_0}{\delta(-y \text{ch} u_0)} = \frac{\text{ch}^{n-2} u_0}{i\delta y} \\ &= \frac{1}{i\delta y} \quad \text{ch} u_0 = \frac{y}{\delta} \quad (16) \end{aligned}$$

とすると

$$T(x, 0, 0) = \frac{1}{2\pi i |x|} + \frac{i}{2\pi} \int_{L_2} e^{i\delta x a h t} \text{ch} t dt, \quad (17)$$

$$S(x, 0, 0) = \frac{1}{2\pi i |x|} + \frac{\delta}{2\pi} \int_{L_2} e^{i\delta x a h t} \text{ch}^2 t dt, \quad (18)$$

$(= -T_x)$

昭和 年 月 日

$$S_2(x, 0) = \frac{\gamma}{2\pi i} \int_{L_2} e^{i\gamma x ch t} ch^2 t dt + \frac{1}{\pi \gamma x}, \quad (19)$$

$$S_2(x, 0, 0) = -\frac{3}{\pi \gamma^2 x^4} + \frac{\gamma^2}{2\pi} \int_{L_2} e^{i\gamma x ch t} ch^4 t dt, \quad (20)$$

$$\gamma \rightarrow i \quad (17) \sim (20) \quad \text{で} \quad ch\left(\frac{\pi}{2} + u\right) = i sh u.$$

$$\frac{i^n}{2\pi} \int_{L_2} e^{i\gamma x ch t} ch^n t dt = \frac{(-1)^n}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\gamma x sh u} sh^n u du$$

$$\text{よって} \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\gamma x sh u} du = \frac{1}{4} \{ H_0(\gamma x) - Y_0(\gamma x) \}, \quad (21)$$

故

$$T(x, 0, 0) = \frac{1}{2\pi \gamma |x|} + \frac{1}{4\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \{ H_0(\gamma x) - Y_0(\gamma x) \}, \quad (22)$$

$$S_1(x, 0, 0) = \sqrt{\frac{1}{2\pi \gamma x^2}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ H_0(\gamma x) - Y_0(\gamma x) \}, \quad (23)$$

$$S_2(x, 0, 0) = \sqrt{\frac{1}{\pi \gamma x^3}} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \{ \quad \quad \quad \}, \quad (24)$$

$$S_3(x, 0, 0) = -\frac{3}{\pi \gamma^2 x^4} + \frac{1}{4\gamma^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \{ \quad \quad \quad \}, \quad (25)$$

又 $\gamma \rightarrow 0$ のとき

$$H_0(\gamma x) - Y_0(\gamma x) \rightarrow -\frac{2}{\pi} \log x + \text{const} + O(x^2 \log x)$$

故

$$T(x, 0, 0) \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} 0, \quad \dots$$

$x < 0$ に対しては、(7)より

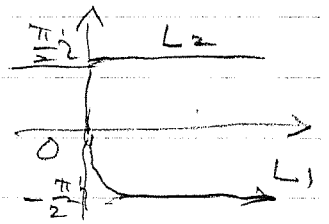
$$\begin{aligned} T(-x, 0, 0) &= T(x, 0, 0) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\gamma x \sec u) \sec^3 u \, du \\ &= T(x, 0, 0) + Y_0'(\gamma x) \end{aligned} \quad (27)$$

等と在り

$$T(x, 0, 0) \xrightarrow[x < 0]{\gamma \rightarrow 0} \frac{2}{\pi \gamma |x|} + \dots \quad (28)$$

で $x=0$ で jump する。

次に (12) (14) では L_1 を (14) のように変形すると $\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2} i + u\right) = \frac{1}{2} \operatorname{ch} u$, $\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2} i + u\right) = \frac{1}{2} \operatorname{sh} u$ であるが 無限遠にのびる半直線は互に打ち消し合つて x 軸上の積分のみを残す)



$$T(0, y, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\gamma y \sin u \cos u} \cos u \, du$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{P\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{3}{2}\right)} \left(\frac{\gamma y}{2}\right)^n, \quad (29)$$

$$S_2(0, y, 0) = \frac{1}{2\pi y} - \frac{\gamma}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\gamma y \sin u \cos u} \cos^3 u \, du$$

$$= \frac{1}{2\pi y} - \frac{\gamma}{8\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+2)}{\Gamma\left(n + \frac{5}{2}\right)} \left(\frac{\gamma y}{2}\right)^n, \quad (30)$$

よつて

$$T(0, y, 0) \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi}$$

$$S_2(0, y, 0) \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi y}$$

} (31)

又 $x \Rightarrow 0$ には 前のような jump はない。(あるのは x 軸上のみである)

たあ

$$T(0, y, z) = \frac{1}{\pi} Q_{-2}(0, \delta y, -\delta z)$$

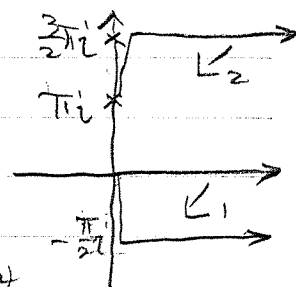
$$= \frac{\rho + |z|}{2\pi\rho} E_0 \left\{ \frac{\gamma(\rho + |z|)}{z} \right\}, \quad \rho = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (32)$$

$$E_0(z) = \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} \int_0^{\sqrt{z}} e^{-u^2} du = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(n + \frac{3}{2})} (-z)^n$$

その後 (13), (15) では

$$I = \int_{L_1 + L_2} e^{-i\frac{\delta y}{z} sh^2 t} ch^2 t dt = \frac{1}{4} \int_{L_1 + L_2} e^{-i\frac{\delta y}{z} sh u} (1 + ch u) du$$

$$\frac{ch(\frac{\pi}{2}i + v)}{sh} = -i \frac{sh(v)}{ch(v)}, \quad \frac{ch(\frac{3}{2}\pi i + v)}{sh} = -i \frac{sh(v)}{ch(v)}$$



たあ

$$I = \frac{1}{z} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\delta y}{z} ch v} (1 - i sh v) dv + \frac{i}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\delta y}{z} \sin v} (1 + \cos v) dv + \frac{i}{4} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} e^{-\frac{\delta y}{z} \sin v} (1 + \cos v) dv$$

$$= -\frac{i}{\delta y} e^{-\frac{\delta y}{z}} + \frac{1}{z} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\delta y}{z} ch v} dv - \frac{1}{z} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\delta y}{z} \sin v} \cos v dv$$

$$= -\frac{i}{\delta y} e^{-\frac{\delta y}{z}} - \frac{i}{\delta y} (1 - e^{-\frac{\delta y}{z}}) + \frac{1}{z} K_0\left(\frac{\delta y}{z}\right)$$

よって

$$S(0, y, 0) = \frac{\delta}{4\pi} K_0\left(\frac{\delta y}{z}\right) \quad (33)$$

$$又 \int_{L_1 + L_2} e^{-i\frac{\delta y}{z} sh^2 t} ch^4 t dt = \frac{1}{8} \int_{L_1 + L_2} e^{-i\frac{\delta y}{z} sh u} (1 + ch u)^2 du$$

$$= \frac{1}{2\delta y} + \frac{1}{4} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\delta y}{z} ch v} (2 - ch^2 v) dv$$

たあ

$$S_2(0, y, 0) = \frac{\delta^2}{8\pi} \left[2K_0\left(\frac{\delta y}{z}\right) - K_0''\left(\frac{\delta y}{z}\right) \right] \quad (34)$$

なお

$$S(0, y, z) = -\frac{\gamma}{\pi} P_3(0, y, -z) \\ = -\frac{\gamma}{2\pi} \left[\frac{1}{2} K_1\left(\frac{\gamma y}{2}\right) - \frac{1}{2} K_0\left(\frac{\gamma y}{2}\right) \right] e^{+\frac{\gamma z}{2}} \quad (35)$$

$$S_z(0, y, z) = +\frac{\gamma^2}{\pi} P_5(0, y, -z) = \frac{\partial}{\partial z} S(0, y, z) \\ = +\frac{\gamma^2}{8\pi} e^{\frac{\gamma z}{2}} \left[K_0\left(\frac{\gamma y}{2}\right) + \frac{2(\rho^2 - \rho^2 - \rho^2)}{\gamma \rho^3} K_0'\left(\frac{\gamma y}{2}\right) + \frac{\gamma^2}{\rho^2} K_0''\left(\frac{\gamma y}{2}\right) \right] \\ \xrightarrow{z \rightarrow 0} +\frac{\gamma^2}{8\pi} \left[K_0\left(\frac{\gamma y}{2}\right) + \frac{2}{\gamma} K_0'\left(\frac{\gamma y}{2}\right) \right] \\ = +\frac{\gamma^2}{8\pi} \left[2K_0\left(\frac{\gamma y}{2}\right) - K_0''\left(\frac{\gamma y}{2}\right) \right] \quad (36)$$

$$S(0, y, 0) \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0} -\frac{\gamma}{4\pi} \log y, \\ S_z(0, y, 0) \longrightarrow \frac{-\gamma^2}{8\pi} \left[\frac{4}{\gamma^2 y^2} \right] = \frac{-1}{2\pi y^2} \quad (37)$$

最後に (9), (10), (11) で あるいは (4) で $\gamma \rightarrow 0$ とすると
 電磁理論の核のまの 12 行り, 特に

$$S(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \frac{z}{\rho^2} \left(\frac{x}{\gamma} - 1 \right) \quad (38)$$

であるが (9) ~ (11) から 直接このように式を得るには
 右辺の積分について 充分注意する必要がある。

昭和 年 月 日

附録 B. 水中響理論との相違

水面下の所にある水中響を考へよう。

速度ポテンシャルは

$$\phi(x, y, z) = \iint_H P(\xi, \eta) G(x, y, z; \xi, \eta, -f) dF, \quad (1)$$

$$G(x, y, z; \xi, \eta, f) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{z-f}{\rho^2} \left(\frac{x-\xi}{r} - 1 \right) + \frac{z+f}{\bar{\rho}^2} \left(\frac{x-\xi}{\bar{r}} - 1 \right) \right\}$$

$$+ \frac{i}{4\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-k(z+f) \cos \theta + ik[(x-\xi) \cos \theta + (y-\eta) \sin \theta]} k \cos \theta dk d\theta}{k \cos \theta - \gamma + \mu i \cos \theta}, \quad (2)$$

$$\left. \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \right) G(x, y, z; \xi, \eta, f) \right|_{z=0} = 0, \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = \sqrt{(y-\eta)^2 + (z+f)^2}, \quad \rho = \sqrt{(y-\eta)^2 + (z-f)^2},$$

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + \rho^2}, \quad \bar{r} = \sqrt{(x-\xi)^2 + \bar{\rho}^2},$$

よることは附録 A より

$$G(x, y, z; \xi, \eta, f) = G_s(x, y, z; \xi, \eta, f) + S(x-\xi, y-\eta, z+f), \quad (4)$$

$$G_s(x, y, z; \xi, \eta, f) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{z-f}{\rho^2} \left(\frac{x-\xi}{r} - 1 \right) - \frac{z+f}{\bar{\rho}^2} \left(\frac{x-\xi}{\bar{r}} - 1 \right) \right],$$

$$z \text{ 軸上 } G_s(x, y, z; \xi, \eta, 0) = 0, \quad (5)$$

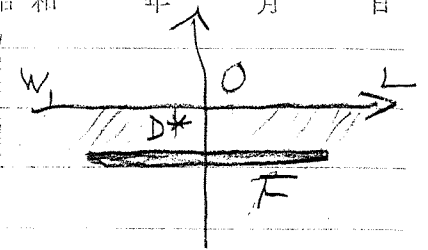
これより $f=0$ とすると

$$\phi(x, y, z) \Big|_{f=0} = \iint_H P(\xi, \eta) S(x-\xi, y-\eta, z) dF, \quad (6)$$

よることは附録 A に一致する。

昭和 年 月 日

(5)は D^* と F の近くを除外して
近似的に成立つ故 (6) も同じ
領域で成立つ。



換言すれば "Far field" では
水中翼のポテンシャルは全く水面
圧力分布と等しい。

従って γ が有利大きくなれば "境界値問題も近似的
的に滑定板と同じと考えられる。*、**

所以 水中翼の場合は明らかな境界条件は翼面、
垂直速度について与えられ、整理論からの
類推で解は一意的に定まる。(核の特異性は
同じである故) (流出条件未指定する)。

この時 D^* ではどのような流れがあるだろうか。
先ず水面では

$$\phi_{xx}(x, y, 0) + \gamma \phi_z(x, y, 0) = 0, \quad (7)$$

F の上面では

$$\phi_z(x, y, -f) = -2w(x, y), \quad (8)$$

$f \rightarrow 0$ とすると ϕ_z は水面まで "同じ" 値に存在して
よって

$$\zeta_x(x, y) = \phi_z(x, y, 0) \doteq -2w(x, y); \quad (9)$$

と存する故 水面変位は

$$\zeta(x, y) = \int_x^l w(x, y) dx + F(y), \quad (10)$$

となり, $F(y)$ だけ不定となるが明らかな

$$F(y) = \zeta(l(x), y), \quad (11)$$

である。

簡単の w として $w(x, y) = \text{const.}$ つまり 平板翼を
考えると

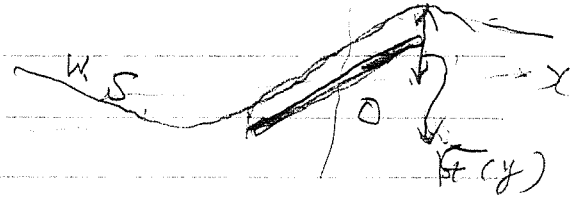
* 別所; "水面に近い水平な板の附加質量" 48.10.14

** 西山;

昭和 年 月 日

左図のように板上の水面上
変位は板と平行で

板上には $H(y)$ から板前
端の高さを引いた「水の
か」のついている車になる。



（滑走板を表わすものとし）

従って今 $f \rightarrow 0$ とし板上の垂直速度を指定
すると、上述の如く板上に水がある車になつて
しまい、滑走板の数学的模型としては
工合が悪い車になる。

つまり滑走板を表現する為には板上の
水をどける必要がある。

その為の条件は板前端の高さが
水面変位に等しくなる事である。

所が水中壁では流出条件を満たす解は
一意的に定まらぬのであるから今の場合を
極限として一意的に定めると考えられ、その
上更にもう一条件を指定する事は一般
には不可能である。

よって流出条件を放棄するか又は平板形
状、rise of floor 等を変えて両者を満たす
解を探るかと言う事になる。

又これを指定して境界値問題を解くと一般
には流出条件を満たさない。

このようにして滑走板では一般にその平面形
状と水面上高さは不定となる。

3次元では大変複雑になるからアスタグマの方が大きい時は2次元と殆ど同様な事情と考えられる。

組巻船五里論では β により γ があまり小さくなければ"各断面の2次元ポテンシャルは

$$\phi^{(s)}(y, z; x) = \frac{1}{\pi\gamma} \int_{-\beta}^{\beta} R_2(x, \eta) \log \sqrt{(y-\eta)^2 + z^2} d\eta$$

となり R_2 なる source 分布を持つ鏡像ポテンシャルである。

つまり

$$\phi_2^{(s)}(y, 0; x) = -\frac{1}{\gamma} R_2(x, y)$$

である。

よって齊次解 $\phi_s^{(s)}$ は

$$\phi_s^{(s)}(y, z; x) = \frac{1}{\pi\gamma} \log \sqrt{(y-\beta)^2 + z^2} \{ (y+\beta)^2 + z^2 \}$$

$$\phi_{s2}^{(s)}(y, 0; x) = 0 \quad \text{for } \beta > y > -\beta$$

となり 管系に両端における噴出しとなる。

γ が充分小さい時は



$$\phi_2^{(s)}(x, y, 0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\beta}^{\beta} \frac{\mu(\eta, y) d\eta}{(y-\eta)^2}$$

である故、齊次解は

$$\mu(x, y) = \frac{A(x) + \gamma B(x)}{\sqrt{\beta^2 - y^2}}$$

となる。

滑らかな面では これは先に幅の変化に対処できると考える事も出来る。

附録 C 境界条件について

水面条件を利用すると2次元の場合と同様境界条件を変形して核関数が波を含まないようにする事が出来る。

即ち §1 (5) 式に演算をして附録 A の核の性質を使えば、相和関数である事を利用して

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \gamma^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \zeta(x, y)$$

$$= - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left[\gamma p(x, y) + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \iint \frac{p(\xi, \eta)}{r} d\xi d\eta \right],$$

$$r^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$$

を得る。

形が簡単であるので懸力のある式である。

この方程式の斉次解は散乱ポテンシャルも含まれている。

附録D 高速の極限 (平板翼)

アスペクト比の大きい滑走平板 について γ の小さい場合を近似的に見よう。

§5より 解くべき方程式は 元の (22), (23) より

$$\begin{aligned} \zeta(0, y) = A_0(y) &= l(y)B_0(y) + l(y)\alpha(\gamma l)B_1(y) \\ &+ \pi \int_{-B}^B \{ B_0(\eta)C_0'(\gamma l) + B_1(\eta)C_0'(\gamma l) \} l(\eta) \times \\ &\times S_2(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_x(x, y) = A_1(y) &= B_1(y) + \pi \int_{-B}^B \{ B_0(\eta)C_0'(\gamma l) + B_1(\eta)C_0'(\gamma l) \} l(\eta) \times \\ &\times S_2(0, y-\eta, 0) d\eta, \quad (2) \end{aligned}$$

又 ζ_x のみ合せて $\zeta(0, y)$ を指定している時は

$$\begin{aligned} A_1(y) &= B_1(y) + \pi \int_{-B}^B B_1(\eta) l(\eta) C_0'(\gamma l) S_2(0, y-\eta, 0) d\eta, \\ A_1(y) &= 1, \end{aligned} \quad (3)$$

でこの時の ζ は

$$\zeta(0, y) = B_1(y)l(y)\alpha(\gamma l) + \pi \int_{-B}^B B_1(\eta)l(\eta)C_0'(\gamma l)S_2 d\eta, \quad (4)$$

と表わされる。

§7 附録Aより

$$S_2(0, y, 0) \doteq \frac{1}{2\pi|y|} - \frac{\gamma}{3\pi} \quad (5)$$

$$S_2(0, y, 0) \doteq -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{y^2} + \frac{3}{8}\gamma^2 \frac{1}{y} \left| \frac{C\gamma y}{4} \right| + \frac{\gamma^2}{16} \right], \quad (6)$$

但し $\log C = .57721$, Euler's Const.

昭和 年 月 日

又 C'_0 は Kutta 条件を満足し 単位 仰角 に 対する 2次元 揚力 係数 $C_L^{(*)}$ に 対し.

$$C'_0 = \frac{C_L^{(*)}}{\pi} \quad (7)$$

なる 関係 に おる α で (答器 文庫 による)

$$C'_0 = \frac{1}{1 + (\pi + \frac{4}{\pi})\alpha l} \quad (8)$$

軸 丸 尾 (前出) の 近似 値 は

$$C'_0 = \frac{1}{1 + 1.477\pi\alpha l} \quad (9)$$

と なつ て い て 割合 よく 一致 して いる。

この 時

$$\alpha = \frac{\log(\frac{2}{\alpha l})}{1 + (\pi + \frac{4}{\pi})\alpha l} \quad (10)$$

次に $\zeta(0, \eta)$ が $\zeta(\eta)$ だけ 上昇 し Kutta 条件 を 満足 する 解 を $P_0(\alpha)$ と すると それは 先端 で 積分 可能 と なる が それ を 浸水 長 かの ひく 効果 と 考え る と その 場合は **

$$C'_0 = \left(\frac{\alpha + \gamma\alpha\gamma + 1}{\alpha + \gamma\alpha\gamma - 1} \right) / \left(\log \frac{2}{\alpha l} \right) \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \gamma\alpha\gamma - 1 &= \frac{\left[\log \frac{2}{\alpha l} - 2 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(\pi + \frac{4}{\pi} \right) \alpha l \right\} \right]}{\left\{ 1 + \left(\pi + \frac{4}{\pi} \right) \alpha l \right\}^2} \\ \alpha + \gamma\alpha\gamma + 1 &= \frac{\left[\log \frac{2}{\alpha l} + \left(\pi + \frac{4}{\pi} \right) \alpha l \right]}{\left\{ 1 + \left(\pi + \frac{4}{\pi} \right) \alpha l \right\}^2} \end{aligned} \right\} (12)$$

で 浸水 長 の 伸び は

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{\alpha + \gamma\alpha\gamma - 1}$$

* 別冊 "2次元滑空板の基礎理論" 昭44年9月

** "2次元滑空板における浸水長の变化について" 49年9月

昭和 年 月 日

なるべく簡単な場合について以下計算して見よう。

その為 弦長が次式であらわされる楕円盤を考えよう。

$$l(y) = \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} \cdot \frac{4\bar{l}}{\pi}, \quad (13)$$

パラメータ $\lambda = \beta/\bar{l}$,

さて (1)~(4) 式中の C_0, C_0' の変数 l の替りに \bar{l} とした平均値を使うものとする。

これは又一方から見れば "弦長 \bar{l} 一定の矩形盤を考慮して仰角分布が (13) で表わされるような楕円分布をしている換水滑走面と考える事も出来る。

さて最初に (3) によって B_1 を求め (4) から C_L を計算しよう。(B_1 は明らかに定数となるので)

$$\frac{1}{\beta} \int_{-\beta}^{\beta} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} \int_{-\beta}^{\beta} (0, y - l, 0) dy \approx -\frac{1}{2\pi\beta} \int_{-\beta}^{\beta} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} \left(\frac{1}{(y-l)^2} + \frac{3y^2}{8} \frac{(\beta/\bar{l})^2}{\beta^2} \right) dy$$

$$\approx \frac{1}{2} + \frac{3}{32} (\beta/\bar{l})^2 \log\left(\frac{16}{\cos\beta}\right) + O(\beta^2), \quad (14)$$

これを (3) に代入すると B_1 は次のように求められる。

$$B_1 \left[1 + \frac{2}{\lambda} C_0'(\lambda\bar{l}) \left\{ 1 + \frac{3}{64} (\beta/\bar{l})^2 \log\left(\frac{16}{\cos\beta}\right) \right\} \right] = 1, \quad (15)$$

揚力係数は

$$C_L = \frac{\pi}{2\beta\bar{l}} \int_{-\beta}^{\beta} B_1 l C_0' dy = \pi B_1 C_0'(\lambda\bar{l}), \quad (16)$$

単位仰角とに 113 のので 揚力係数 $C_D = C_L$ となる。

$\beta \rightarrow 0$ とすると明らかに楕円平板盤に一致する。

これに (4) を代入すると

$$\int_{-\beta}^{\beta} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} S_z(0, y - l, 0) dy = \frac{1}{2\pi} \int_{-\beta}^{\beta} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} \left\{ \frac{1}{|y-l|} - \frac{2\gamma}{3} \right\} dy$$

これを

$$\int_{-\beta}^{\beta} \frac{f(y)}{|y-l|} dy \approx 2 \left(\log \frac{2}{\pi} \right) f(y), \quad \dots \quad (17)^*$$

と近似すると

$$\lambda = \frac{\beta}{4l} = \frac{\pi \lambda}{4}$$

$$\int_{-\beta}^{\beta} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} S_z dy \approx \frac{\log \frac{2}{\pi}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\beta^2}} - \frac{\gamma \beta}{6}, \quad \lambda' = \frac{\pi \lambda}{4} \quad (18)$$

よって

$$S(0, y) = B_1 l(y) \left\{ \alpha(\gamma l) + C_0'(\gamma l) \log \frac{2}{\pi} \right\} - \frac{2}{3} l \cdot C_0' B_1 \gamma \beta$$

$$\approx l B_1 \left[\frac{l(y)}{l} \log \left(\frac{16}{\pi C \gamma \beta} \right) - \frac{2}{3} \gamma \beta \right] C_0'(\gamma l), \quad (19)$$

あるいは (16) を使うと

$$S(0, y) = \frac{l}{\pi} C_L \left[\frac{l(y)}{l} \log \left(\frac{16}{\pi C \gamma \beta} \right) - \frac{2}{3} \gamma \beta \right], \quad (19')$$

となって この場合揚力係数は比例して楕円型の水面の盛り上がりがある事になりこれが底面の横断面形状となる。

これが与えられた開き数に一致するには弦長の変化を与えて圧力分布を導入し (1) (2) の解が成り立たない。

* 別冊「細長管細長洋理論の展開」昭和49年12月

昭和 年 月 日

(1) (13) の積同様に考え、 B_0, B_1 共に定数とすると
(2) は前回同様積分出来て

$$B_1 \left[1 + \frac{2}{\lambda} C_0'(\alpha x) \left\{ 1 + \frac{3}{64} \gamma^2 \beta^2 \log \frac{16}{\pi c \beta} \right\} \right] \\ + \frac{2}{\lambda} B_0 C_0''(\alpha x) \left\{ 1 + \frac{3}{64} \gamma^2 \beta^2 \log \frac{16}{\pi c \beta} \right\} = 1, \quad (17)$$

又 (1) と同様

$$s(0, y) = B_0 l(y) + (B_0 C_0'' + B_1 C_0') l(y) \log \frac{2}{\lambda} + l(y) B_1 \alpha c l \\ - \frac{2}{3} \bar{l} \gamma \beta (B_0 C_0'' + B_1 C_0'), \quad (18)$$

ここで最も簡単な場合で床面が平らな場合を
考えると、上式で $l(y)$ の係数が 0 になればよい故

$$B_0 = - \frac{B_1 \{ C_0'(\alpha x) \log \frac{2}{\lambda} + \alpha c l \}}{1 + C_0''(\alpha x) \log \frac{2}{\lambda}}, \quad (19)$$

(17) にこれを代入すると

$$B_1 \left[1 + \frac{2}{\lambda} \left\{ 1 + \frac{3}{64} \gamma^2 \beta^2 \log \frac{16}{\pi c \beta} \right\} \left\{ 1 - \frac{\log(\pi c \beta)}{1 + C_0''(\alpha x) \log \frac{2}{\lambda}} \right\} C_0'(\alpha x) \right] = 1, \quad (20)$$

$$\frac{C_L}{\pi} = B_0 C_0'' + B_1 C_0' = \frac{B_1 C_0'}{1 + C_0'' \log \frac{2}{\lambda}} \left\{ 1 - C_0'' \log \frac{16}{\pi c \beta} \right\}, \quad (21)$$

よって (18) より

$$s(0, y) = - \frac{2}{3\pi} \bar{l} \gamma \beta C_L, \quad (22)$$

揚力係数は

$$C_L = \pi (B_0 C_0'' + B_1 C_0'), \quad (23)$$

昭和 年 月 日

この時 寸法の変化量は

$$B_0 = - \frac{B_1 (\alpha + C_0 \log \frac{z}{\lambda})}{1 + C_0 \log \frac{z}{\lambda}} \doteq - \frac{C_L}{\pi} \frac{\log \left(\frac{16}{\pi c \delta \beta} \right)}{1 - C_0 \log \left(\frac{16}{\pi c \delta \beta} \right)}, \quad (24)$$

となるので

$$\begin{aligned} \Delta l(y)/l(y) &= B_0 / (\alpha + \alpha' - 1), \\ &\doteq \frac{C_L \log \left(\frac{16}{\pi c \delta \beta} \right)}{\pi (1 - \alpha - \alpha') (1 - C_0 \log \left(\frac{16}{\pi c \delta \beta} \right))}, \quad (25) \end{aligned}$$

$$\text{よ} \quad 16/\pi c = 2.860,$$

となり新しい滑走面はやはり楕円形となる。

そこで始めに戻って $l(y)$ をこれを"増して"同じ操作を繰返せば"よいわけ"であるが形が"変わらない"か"寸"としては全く同じとなり寸法が"変るだけ"フルード数が"変る"事になる。

1 結局 (25) が 0 になる"よいわけ"であるから

$$\delta \beta = \delta \bar{l} \approx 2.86 \quad (26)$$

の時のみ $\Delta l = 0$ と成りうるが $\delta \beta$ を指定するとこのような値は一般にはとれない事になる。

物理的に考えると平板滑走面である故横方向にも"滑走面"は変化しうる"寸法"での操作を繰返して無理のない解をうるには"幅"を変化させるのが"早道"である事を示すので"あろう"。

よってそのような時は"最初"の方法で"寸" (19) は (22) に一致している。

これにても (26) の値は大変大きく"実際の"とは思われる。

昭和 年 月 日

そこでもう一度始めに戻って B_0 の場合となった状態を
考えて見ると (3) (4) の積分方程式で (4) は (17) の近似
では (19) のようになるから、 $\log \gamma \beta$ に対し $\gamma \beta$ を無視すると、

$$B_1(\gamma) l(\gamma) = A_0(\gamma) / \left\{ C_0'(\gamma \bar{L}) \log \frac{16}{\pi c \gamma \beta} \right\}, \quad (27)$$

これを (3) の右辺の 2 項に代入すると、

$$B_1(\gamma) = A_1(\gamma) - \frac{\pi}{\log \left(\frac{16}{\pi c \gamma \beta} \right)} \int_{-\beta}^{\beta} A_0(\eta) S_2(0, \eta - \gamma, 0) d\eta, \quad (28)$$

となり、これより $B_1(\gamma)$ が求められる故 (27) に代入すると

$$l(\gamma) = A_0(\gamma) / \left\{ B_1(\gamma) C_0'(\gamma \bar{L}) \log \frac{16}{\pi c \gamma \beta} \right\}, \quad (29)$$

となり $l(\gamma)$ が求められる。

$$A_0 = \text{const. とすると } (A_1 = 1)$$

$$-\pi \int_{-\beta}^{\beta} S_2 d\eta \doteq \frac{1}{2} \int_{-\beta}^{\beta} \frac{d\eta}{(\eta - \gamma)^2} = \frac{1}{2\gamma} \left[\frac{1}{\eta - \gamma} \right]_{-\beta}^{\beta} = \frac{\beta}{\gamma^2 - \beta^2}, \quad (30)$$

故

$$B_1(\gamma) = 1 + \frac{\beta A_0}{\log \left(\frac{16}{\pi c \gamma \beta} \right)} \times \frac{1}{\gamma^2 - \beta^2}, \quad (31)$$

$$\therefore l(\gamma) = \frac{A_0 (\gamma^2 - \beta^2)}{C_0' \left\{ \beta A_0 + (\gamma^2 - \beta^2) \log \left(\frac{16}{\pi c \gamma \beta} \right) \right\}}, \quad (32)$$

$$C_L = \frac{\pi}{2\beta \bar{L}} \int_{-\beta}^{\beta} B_1 l C_0' d\gamma = \frac{\pi A_0}{\bar{L} \log \frac{16}{\pi c \gamma \beta}}, \quad (33)$$

$$\bar{L} = \frac{1}{\beta} \int_0^{\beta} l d\gamma \quad \text{であるから (32) を代入して計算すると}$$

$$\beta \bar{L} \text{ として } \beta / \bar{L} = \lambda \text{ と置く}$$

昭和 年 月 日

$$\frac{C_0(x\bar{x})}{\lambda} = \frac{C_L}{\pi\lambda} \left[1 - \frac{C_L}{2\pi\lambda\sqrt{1-\frac{C_L}{\pi\lambda}}} \log \left| \frac{1-\frac{C_L}{\pi\lambda}}{\frac{C_L}{\pi\lambda}} \right| \right], \quad (34)$$

を得る。

さて A_0 が与えられると (33) により

$$\frac{C_L}{\pi\lambda} = \frac{(A_0/\beta)}{\log \frac{16}{\pi\lambda\beta}}, \quad (35)$$

となる故 $C_L/\pi\lambda$ が定まるから (34) の右辺が計算出来従って λ が定まる。

しかし (32) 式の $l(y)$ は $y \rightarrow \beta$ の近くでは ∞ となって都合が悪いので "良い" 解とは言えない。
(もし (31) 右辺第2項を無視すれば $l(y)$ は一定となる矩形板となる。

このような不具合を生ずるのはやはり前同様幅の変化を認めない所為ではなからうか。