

- 和訳版
- 同然 B版
- 備註は前巻

11/28

昭和 57年 2月 日

国際通信社

「造波抵抗の線型理論における
線積分と斉次解と波の散乱」

別冊 正刊

大阪大学

内容

1. 序論

2. 線積分の誘導とその特性

3. 解の一意性と斉次解

4. 波の散乱

5. 結論

参考文献

附録 A 逆流れと相反定理

附録 B 変分原理

〃 C 連続の定理

〃 D アルキメデスの原理の拡張

〃 E 抵抗積分の積分可能性

〃 F 解析接続

1. 序論

既

造船工学理論において線積分および斉次解の問題が提起されて以来既に20年に近い年月を経たが、その間に於ける船型設計への革新的応用の蔭にかくれて今なおと言うよりはむしろ最近になって新しく注目を集め始めている。

この期間には又一方船の波浪中動揺理論も大要成功をおさめて来た。

本論文はこのような背景の上に於て線積分の問題について概観を試みようとするものである。

しかしこの問題を検討して行くと解の不定性という問題を扱わざるを得なくなる。

そしてこの困難を土ける為には境界値問題の定式化についてもう一度検討し直さなければならないが生じるがこのような過程において斉次解を導入しなければならなくなる。

このようにして解の一意性に関する疑問がせげられれば、次の問題は境界値問題を数値的により正しく解く試みが必要である。よってこの時生じるのが波の散乱である。そこで最後の節ではそれを扱う事にしよう。

最後に本論文では水面条件のみ線型化し他は出来る限り線型化しなりの取り扱う事とする。

と言うのは船体表面条件も線型化し且つ速度ポテンシヤルにおいても高次の項を省略すると薄い船の理論以上に出られず、現在の困難については何も答えられないからである。

例へば" 滑走板の理論すらも Ogilvie 等
が言うように 非線型問題となる[26, 30, 38]。

この場合の非線型性は板の位置が決まらない
とあつかじめ 浸水長が決まらないと言う意味で
あるから前の意味とは少し異なっているし又別の
方法によれば" 線型的重ね合せによつて解く事が
出来る。

しかしこの問題は自由表面のある流れの問題に
関する大変重要な点を暗示している。

つまり無限流体中の管理論では管の上下
位置は揚力等に何等影響を及ぼさなかつた
滑走板ではそれによつて浸水長が変化し
流れ場は大変なつて来る。

本文にも見通り僅かな上下位置の変化による
物体境界条件の変化は高次の項を除くと 0 になる
ので無限流体中では確かにそれによる流れの
変化はないと云つたが我々の場合は現実的
に具合が悪く、これに対応する解(奇次解)を
導入する必要がある。

この事情は物体によつて水面が変化する
事から派生して来るのであるから浸水体について
も同じ事情が起つてくる。

実際その場合は水面の非線型性の大きい
影響として有名なものであるがその影響は
所謂管板から生ずるものが大きく存している

さう言う事で水面の変化は我々の問題に固有
の問題であるので無視出来ない故線型化
理論としての一貫性を少々犠牲にしても考へ
に入れたのである。

2. 線積分の誘導とその特性

今ある船が静水に浮いてゐるとする。
 その時の浸水表面を S , 水表面を F としよう。
 この船を沈下も浮上も拘束して前進させ
 ある一定の速度 U に進ませよう。(U を x とおく)。
 この時、浸水表面は S^* , 水表面は F^* に
 なつたとしよう。

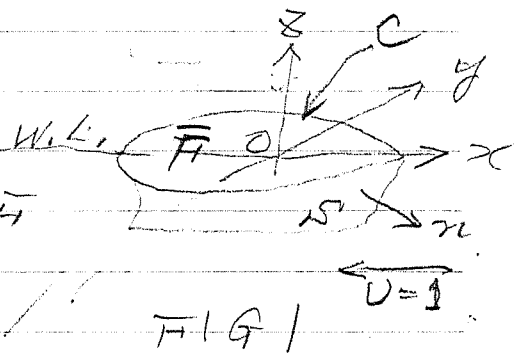
又この時の水の運動の速度ポテンシャルを
 $\phi(P)$ ($P \equiv (x, y, z)$) としよう。(船に固定した

なお、左右対称な船を考へ座標系を図1
 のように採るものとする。

今基本的性質
 として次の関数を導入する。

$$S(P, Q) = \frac{1}{4\pi r(P, Q)} + A(P, Q, U)$$

$z=0$ $P \equiv (x, y, z), Q \equiv (x', y', z')$
 $r = \overline{PQ}$ とし



$A(P, Q)$ は水の中で正則な調和関数とする。

そうすると ϕ および A の無限遠点での値を
 適当に仮定するとよく使われるようにグリーン
 の定理によつて

$$\phi(P) = \iint_{S^* \cup F^*} \left(\phi(Q) \frac{\partial}{\partial n} S(P, Q) - \frac{\partial \phi}{\partial n} S(P, Q) \right) dS(Q) \quad (2)$$

なる表現がえられる。

線型理論の場合では F^* 上の値を F 上の元れで
 近似し水面条件は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \delta \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi(x, y, 0) = 0, \quad \delta = g/U^2, \quad (3)$$

となり又水面上昇 $\zeta(x, y)$ は

$$\zeta(x, y) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi(x, y, 0)}{\partial x}, \quad \dots (4)$$

で与えられる。

ここで基本的特異性 $S(p, \theta)$ も (3) の水面条件を満たすものとするとしてよく知られているように次のように与えられる。

$$A(p, \theta) = \frac{-1}{4\pi^2} \lim_{\lambda \rightarrow +0} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(k \cos^2 \theta + \sigma) e^{k(z+z') + i\theta(\omega-\omega')}}{k \cos^2 \theta - \sigma + i\lambda \cos \theta} dk d\theta, \quad (5)$$

とくに $\omega = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad \omega' = x' \cos \theta + y' \sin \theta.$

こうすると (2) の F^* 上の積分は部分積分によつて

$$\iint_{F^*} \left[\phi \frac{\partial}{\partial n} S - S \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] dS = - \iint_{F'} \left[\phi \frac{\partial}{\partial z'} S - S \frac{\partial \phi}{\partial z'} \right]_{z'=0} dx' dy'$$

$$= \frac{1}{g} \int_C \left[\phi \frac{\partial}{\partial x'} S - \frac{\partial \phi}{\partial x'} S \right]_{z'=0} dy', \quad \dots (6)$$

となる。ただし C は F と S の交線とする [3, 4, 36, 39]。

これが所謂線積分であつてこれについて以下考察を進めよう。

その前に S^* が水面になつたとき即ち所謂平たい船の場合を考えて見よう。この場合は船体表面条件を線型化すると首尾一貫した線型理論が構成され又実験との一致がよいと言われている [19]。

この時は圧力を

$$\frac{1}{\rho} p(x, y) = -\frac{\partial \phi(x, y, 0)}{\partial x} - \zeta(x, y), \quad (7)$$

(ρ は水の密度)

のように導入し、 C の内外で ζ が連続とすると部分積分によつて

$$\phi(P) = \frac{1}{\rho\sigma} \iint_S p(x', y') \frac{\partial^2}{\partial x'^2} S(P; x', y', 0) dx' dy', \quad (8)$$

と成って線積分の項は消えるので問題はない。
 さて先ず(6)の右辺第2項は艦吹出し分布によるポテンシャルであるからその総和は(3), (4)によつて

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\sigma} \int_C \frac{\partial \phi}{\partial x} dy &= \int_C S(x, y) dy = \\ &= -\iint_H \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy, \quad (9) \end{aligned}$$

となるが、Hから外に出て行く水量である。
 (單位時間)

しかし明らかにこれは物理的に0となるべきであるが(9)式のものは0にはならない[3, 5]。

一方 S^* からの吹出し量は

$$-\iint_{S^*} \frac{\partial \phi}{\partial n} dS = + \iint_{S^*} \frac{\partial x}{\partial n} dS, \quad (10)$$

ただし船体表面条件は

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{\partial x}{\partial n} \quad \text{on } S^*, \quad (11)$$

とする。

この積分範囲を S' とすると0となるが(10)式は一般に0にならない。

S^* と S' の差は船体が水線附近で垂直船側ならば

$$\frac{\partial x}{\partial n} dS' \doteq S(x, y) dy(x), \quad (12)$$

であるから 丁度 (9) の吐出しと同じになり互に
 打消しあつて、全体として水面からの水の流入
 流出はなくなり合理的な結果を得る[3,36,37]
 それ故 (2) は 最も高次のように書ける。

$$\phi(P) = \phi_S(P) + \phi_L(P), \quad (13)$$

$$\phi_S(P) = \iint_S \left[\phi(Q) \frac{\partial}{\partial n} S'(P,Q) - S'(P,Q) \frac{\partial}{\partial n} \phi \right] dS(Q), \quad (14)$$

$$\phi_L(P) = \frac{1}{\sigma} \int_C \phi(Q) \frac{\partial}{\partial x} S'(P; x, y, 0) dy', \quad (15)$$

$\phi_S(P)$ が 従来 使われて来た型式であり ϕ_L が
 考へるべき問題の総積分である[3]。

先づ 最も高い速度の場合に於いて考へて見よう。
 その時は

$$\phi(P) = o(\sigma) \quad \sigma \rightarrow 0, \quad (16)$$

である。

又 薄い船では

$$\phi_S(P) = O(B/L) = o(1) \quad (17)$$

こゝに B は 船幅, L は 船長とする。

それ故

$$\phi_L(P) = o(\sigma B/L^2), \quad (18)$$

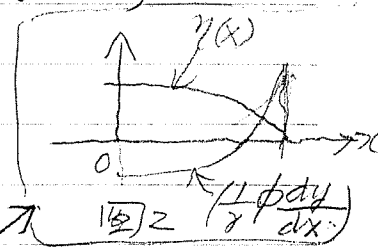
と成つて ϕ_L は ϕ_S に 較べて小さいので無視
 出来る。と考へられ、実験的に 着岸
 し得る 結果論である。

しかし作図が1くは実用的な速度範囲
ではこの項は無視出来ないのでこれを考慮に
入れると造波抵抗曲線の性質は全く変わ
来る。

この事は高次の項を導入した理論^{*)}によつて
裏付けられ^{*)}波形解析によつてえられた
振幅周数と ϕ (船体断面分布)によるものと
があまりよく一致しない。* 車からもその必要
性が感ぜられる。(作図の \rightarrow [23, 32])

このように線積分が造波抵抗に及ぼす影響が大変
大きい事は ϕ を2重引出しで表現して ϕ のそれと
比較して見ると薄り船では図20のような事ので

つまり船首尾部でふくれ中央部で
幅が狭くなる効果があるので



低速ではエツチエル公式によるより

小さい抵抗を与える事がよく判る。

この時 ϕ による造波抵抗は x -軸上の2重引出し
分布として計算しようとするとき $\frac{1}{2}\phi \frac{dy}{dx}$ は一般に
船首尾で0でないので無限大となる(附録E)。

それを避ける為にはこの特異点分布として計算
をすればよいが実際に振幅周数を計算して見ると
船首附近の形状により大変性質が異なるように見える。

これらの事から実際には ϕ があまり大きい影響を
持たない船型がある事が予想されて「造波抵抗
の小さい船型は理論値との一致がよい」という
経験を裏書きしている[28]。

最後に ϕ の2重引出しの総和についで
考えておこう。

$$\frac{1}{\sigma} \int_C \phi(x, y, 0) dy = -\frac{1}{\sigma} \int_C \eta(x) \phi(x, y) dx$$

$$= \int_C S(x, y) \eta(x) dx \quad (19)$$

と成つて排水容積の見掛の増分である。
従つて青帯的浮力はこの ρg 倍だけ増える。

上式は又

$$\frac{1}{\sigma} \int_C \phi(x, y, 0) dy = \iint_H S(x, y) dx dy, \quad (20)$$

と書く事も出来、この時 σ を線型化しないものとすると附録Dに示すようにこの ρg 倍は眞の浮力変化を表わしている。

線型理論では (19) による浮力に Lagally 公式による浮力を加えると良い [5]。

もし船の沈下 η が自由に成つてゐればこのようにしてえられる浮力変化は 0 でなければならぬ。換言すれば船に系外から上下方向の力がかかつてゐるかどうかで η は変化する事になる。

このようにして線積分は低速で造波抵抗に大きい影響があると共に一才では浮力の平衡度によつて変化する要素を含んでいる。

実際 2次元半円垂直平板の結果によれば造波抵抗は系外から受ける上下力が指定されなければ決まらない [11]。

* 詳細略

3. 齊次解 (解の一義性と)

このように線積分は大変重要な役割を演じていると考えられるがこれを考慮して境界値問題を解く為には前節の表現では少し不便である。

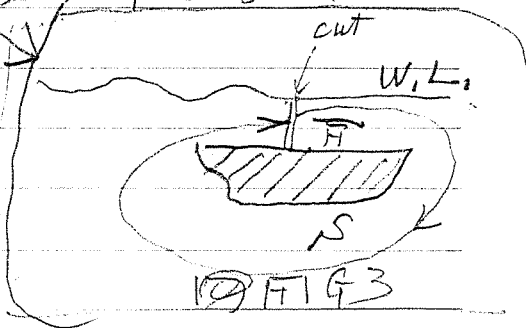
この節では水上船を完全に没水した船の極限として取扱ひ、滑走板の理論を参照して速度ポテンシャルの別の表現を求めよう。

さてそのような没水船は勿論一意的に定まる訳ではなく種々の形が考えられるがこゝでは簡単の爲に図3のようにその水線面 Γ が固体壁であると考えるこゝう[6]。

最終的には Γ は水の上に出て水上船となり、流れの様子には直接関係しないのであるからこの仮定によつて一般性を損う事はない。

さらに問題を簡単にする爲に先づ2次元問題を考へて見よう。

こうすると水の領域は2重連結であるからサーキュレーションを除いて流れ場は一義的に定まる。



つまり速度ポテンシャルは一価関数であり今回のようにカットを作つた場合その前後で連続である。

しかしながら Γ が水面に近づいて遂にその上に水がなくなつた極限を考えると速度ポテンシャルがカットの上で連続かどうかはわからない故一般的にはあるジャム γ を持つと考へておくべきであらう[11]。

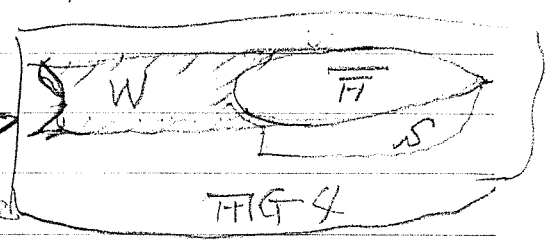
實際滑走板の理論ではサーキュレーションを考へに入れるのは当然の事である。

しかしその場合は 後端における クッタの流出条件が
あつてサーキレーションが一義的に定まるが今の場合
はそのような条件は考えられないので不定である。

一才滑走板では流出条件を満足する解は
浸水長が不定であり、水面上昇と沈下量を
調節して物理的に着岸しうる解が定められる。^[3.11, 3.12]

今の場合長さが変らなるとすると結局 \bar{H} の上り
水面上昇量が合理的になるようにするとその
不定さが除かれるだろう。

さて以上の考察から次々では 1) のように \bar{H} の同じ
水平面内に無限後方まで続く平面 W を考え
その上下で速度ポテンシャルが
 $\Delta\phi$ だけ $2\pi\alpha\gamma$ すると考え
ればよい。



そうすると §1 (2) と同じようは

$$\phi(P) = \iint_{S+\bar{H}} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial}{\partial n} S(P, Q) - S(P, Q) \frac{\partial \phi}{\partial n} \right\} d\sigma$$

$$+ \iint_W \Delta\phi(Q) \frac{\partial}{\partial n} S(P, Q) dx'dy', \quad (21)$$

$$\text{但し } \Delta\phi(P) = \phi(P)|_{W+} - \phi(P)|_{W-}, \quad (22)$$

勿論 W の上下で ϕ の法線速度は連続とする
が、更に x -方向の速度も連続と考えられる故

$$\frac{\partial}{\partial x} \{ \Delta\phi(P) \} = 0, \quad \text{on } W, \quad (23)$$

である。

この船を無限に水面に近づけて行こう。

↑ $\alpha \rightarrow 0$ のとき $\gamma \rightarrow \infty$ には

()

そうすると \bar{H} の上には非常に薄い水の膜が
出来、そこで流速の x 方向の変化はなくなる
だろう。

そして境界条件 (2) と (1) により

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \text{ on } \bar{H}, \quad (25)$$

それ故
$$-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \zeta(x, y) = f_{unc.}(y) \text{ on } \bar{H}, \quad (26)$$

と仮定[10]。

又 (1) 存在中の項は水面条件により部分
積分すると (3) によって W 上の積分は消え

$$\int_W \Delta \phi \frac{\partial S}{\partial z} dx' dy' = -\frac{1}{\gamma} \int_{CA} \Delta \phi \frac{\partial S}{\partial x} dy', \quad (24)$$

ここに CA は W と \bar{H} の境界線である。

このまゝではまた前節の表現 (13) とあまり変らな
いので、その境界値問題を前述の滑走板の場合
を思い出しながら考えよう。

先ずサーキュレーションがなければ、没水船の速度ポテン
シャルは一義的に定まる[22]故

$$\phi(p) = \iint_{S+\bar{H}} \left(\phi \frac{\partial S}{\partial n} - S \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS, \quad (27)$$

は \bar{H} が水面に限りになく近づくと

$$\frac{\partial \phi(p)}{\partial n} = -\frac{\partial \chi}{\partial n} \text{ on } S \text{ and } \bar{H},$$

なる境界値問題の解は一義的に定まるだろう。

その解から表面変位 ζ_s を計算すると (5) に

よって

$$\zeta_s(x, y) = \zeta_s(y) \text{ on } \bar{H},$$

と従ってこれは恒等的に 0 とはならないだろう。

それ故 もう一つ速度ポテンシヤル ϕ_R を考えてそれによる \overline{H} 上の水面変位 ζ_R かん。

$$\zeta_R(x, y) = \zeta_R(y) = -\zeta_S(y), \quad (28)$$

となるようにする事が出来れば $(\phi_S + \phi_R)$ による \overline{H} 上の水面変位は 0 となるから もはや ζ には水の層はなく なり 水上船と等価になる。

そのような ϕ_R は勿論 (1) の形であり 它是 (8) を満たすとしたから $S + \overline{H}$ 上では齊次境界条件

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial n}(P) = 0 \quad \text{on } S \text{ and } \overline{H}, \quad (29)$$

を満たさねばならない。

これを齊次解と呼んでおこう。

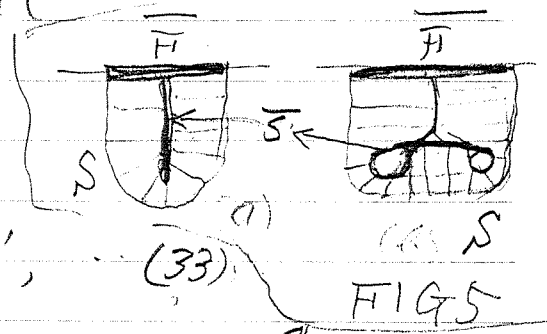
このような解の存在は上述のように 2次元問題および 3次元滑き板および 零理論から明らかであり、又既にそれを近似的に解いた良い結果を得た例もある [24]。

最初に述べたように (1) の形は不便であるので 実際の計算には S 上の特異点を 座標のように スケルトン面 S まで掃き込めると \overline{H} 上の特異点は 圧力分布で表現出来るから (8) を参照して

[新録H]

$$\phi_R(P) = \iint_S \sigma(Q) S'(P, Q) dS$$

$$+ \frac{1}{\rho g} \iint_{\overline{H}} p(Q) \frac{\partial}{\partial x_i} S'(P, Q) dx' dy', \quad (33)$$



とする事が出来よう。

図の左側は所謂ヨット型の船であるから ζ にはその埋込を記念して スターカー船と呼ぼう [31]。

さて 薄い 船では 速度ポテンシャルは (33) 右辺沖
1 項の 1/2 で与えられるが そうすると 一般に $\bar{\Gamma}$ の 所
には 有限な ϕ でない 水面変位がある。

(33) 右辺 第 2 項は "その 水面変位を 0 に なる
ように おさえつける 役割を している。"

そうすると これは 正に 字義通り sheltering 又は
shielding 効果をもたらし 2 項である [20, 21]。

最後に 条件 (28) によれば " $\bar{\Gamma}$ の 水面変位は
0 であるから" (49) によつて 見掛の 排水量変化は
0 となるが "そこで の" 1/2 によつて 一般的には そのよう
に 決めて しまうのは よくない。

それ故 さらに もう一つの 速度ポテンシャル ϕ_{R0} を
導入し 齊次境界条件 (29) を 満たすものとし $\bar{\Gamma}$ 上で
その 水面変位が

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_{R0}}{\partial x} = \int_{R0}(x, y) = 1 \quad \text{on } \bar{\Gamma}, \quad (31)$$

となるものとする。

そうすると α を 任意定数として 示す 速度ポテン
シャルは 一般に

$$\phi(p) = \phi_s(p) + \phi_R(p) + \alpha \phi_{R0}(p); \quad (30)$$

と書く事が出来、定数 α は 垂直力の 平衡から
定められる。

この 垂直力を 平衡させる為には 船は 僅かな
平行沈下をする必要がある。

所が 船体は 僅かに ξ の 位置から 垂直方向
に 平行移動しても 表面上の 流線の 方向余弦
は 変わらないから 高次の 項を除けば "その 変化分
の 境界条件は (29) で 与えられる。

それ故 ϕ_0 は正に垂直力の平衡を保つための平行沈下に対応する速度ポテンシヤルである。

なお、トリム ^{τ} の場合はそれが僅かであるとしても容易にわかるように法線方向が変り

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \tau \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

と存るので無視する事が出来ず、結局船型が変化する事に存る。

（全没船の極限は）

と言う訳で最終的に水上船の場合その水線面 Γ における水面変位を指定すれば速度ポテンシヤルは一義的に定まる事になる。

この際後流渦面 W は水面 Γ に含まれてしまうのでこれについて特に考える必要はない。

この結論は勿論滑走板のそれと一致しているがその場合は Kutta の流出条件があるので浸水面の不定さとして表われる [13.30]。

波の
A 散乱

従来 造波抵抗理論における 波の散乱問題
は 高次の微小量であるとして 無視されて来た。

しかしながら 最近の波形解析の結果からも
明らかのように 普通の速度において特に 発散波
系においては 大変大きい寄与をなしている事が
わかり、理論的予想を裏づけている [1, 32, 33]。

一方 動揺問題では 散乱問題は 大変重要な
役割を果たしており、散乱ポテンシャルからは
波の強制力が求められると同時に ハスキント花割
の関係によって 造波減衰が求められる [6, 14]。

この関係を今の場合に適用するならば "散乱
ポテンシャルを求めただけで" 振幅減衰が求め
られ従って 造波抵抗が計算出来るはずである。

この節では 先ず "散乱ポテンシャルを導入して
この関係を求め 又更に 船が自分で作った波
を自分で散乱している様子を表現している
式を求めて見よう。

その為には 一樣流れの方向が 逆になった所謂
逆流れポテンシャルを考えておく 必要があるので
附録 A のように 定義しておこう。

さて 入射波としては θ 方向に進む 要素平面波
(A.7) を考えて 散乱ポテンシャルを次のように
定義しよう。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} (P, \theta) = - \frac{\partial \phi}{\partial n} \phi_0 (P, \theta), \text{ on } S \text{ and } \bar{H} \quad (B.1)$$

$$\zeta_a(x, y; \theta) = - \zeta_0(x, y; \theta), \text{ on } \bar{H} \quad (B.2)$$

こうすると 前節の所論により ϕ_a は 一義的に
決まる。

* Sharma Eqs. 他 見
** 鈴木 の 引 用

その逆流れポテンシャルは 附録 A の定義より

$$\tilde{\phi}_0(p, \theta) = -\overline{\phi}_0(p, \theta), \quad (37)$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}_d}{\partial n}(p, \theta) = -\frac{\partial \phi_d}{\partial n}(p, \theta) = -\frac{\partial \tilde{\phi}_0}{\partial n}(p, \theta), \quad (38)$$

$$\tilde{\psi}_d(x, y; \theta) = -\tilde{\psi}_0(x, y; \theta), \quad (39)$$

とすればよい。

そうすると

相反定理 (A.11)

により 振幅関数 (A.10) は

$$H(\theta) = - \int_{S_{\text{体}}} \tilde{\Phi}_d(p; \theta) \frac{\partial \phi}{\partial n} ds, \quad (40)$$

と存する。

$$H(\theta) = - \int_{S_{\text{体}}} \tilde{\Phi}_d(p; \theta) \frac{\partial \phi}{\partial n} ds, \quad (40)$$

$$\text{よって } \Phi_d(p; \theta) = \phi_0(p, \theta) + \phi_d(p, \theta), \quad (41)$$

と存する。前節と同じ観点にたつて、

今中の船体表面条件 (11) と \tilde{w} が
水面に一致した時の境界条件 (3) を入れると
(40) は次のように書ける。

$$H(\theta) = + \int_S \tilde{\Phi}_d(p, \theta) \frac{\partial \chi}{\partial n} ds - \int_{CF} \Delta \tilde{\Phi}_d(p, \theta) \zeta(x, y) dy, \quad (42)$$

この右辺中 2 項において $\tilde{\Phi}_d$ の内 ϕ_0 は明らかに一箇で
ある故 $\tilde{\Phi}_d$ を ϕ_d と入れかえる事が出来る。

それ故、前節のように速度ポテンシヤルを (30) のように分解し (11) (12) の境界条件を考慮すれば

$$H_s(\theta) = \iint_S \frac{\partial \phi_a(P, \theta)}{\partial n} dS, \quad (8) (43)$$

$$H_{e0}(\theta) = - \int_{CF} \Delta \phi_a(P, \theta) dy, \quad (9) (44)$$

$$H(\theta) = H_s(\theta) + \alpha H_{e0}(\theta), \quad (10) (45)$$

こゝに H_s は $(\phi_0 + \phi_s)$ の、 H_{e0} は ϕ_{e0} の振幅関数とす。これらの式から散乱ポテンシヤルがわかれば、振幅関数が求められる。

例へば、入射波に対して散乱波を無視する波が出来るとすれば (45) は

$$H_s(\theta) = - \iint_S \phi_0(P, \theta) \frac{\partial x}{\partial y} dS, \quad (11) (47)$$

となる故、極限において薄い船、細長船等の場合の振幅関数に一致する。

又此の式は動揺問題における波の強制力を与える式においてはフルード・クリロツフ力として知られているものである。

このように考えると次の近似としてストリツフ法における船身の近似法を適用する方法が考えられる [12]。

しかし動揺問題の場合 (前進速度のない場合、^{正確には} と言うのは前進速度があると今の場合と同様線積分の項が出て来 (47) と異なるのは散乱ポテンシヤルの中には (30) の ϕ_a に対応する奇次解を含まれてゐる。

* 別所

** Newman

ゆえに薄い船では
吐出し分布は [17]

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = \left(+i\alpha \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial x} - \alpha \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \phi_0(x, 0, z; \theta) \quad (52)$$

よって決まり又 \bar{H} 上の圧力分布は

$$-p \delta S_0(x, y, \theta) = p i \alpha \cos \theta \phi_0(x, y, 0; \theta), \quad (53)$$

となる。

$$\begin{aligned} \text{又} \int \Delta \phi_d(x, y, 0; \theta) dy &= \iint_{\bar{H}} \frac{\partial}{\partial x} [\phi_d(P, \theta)]_z dy dx \\ &= - \iint_{\bar{H}} \frac{\partial}{\partial x} \phi_0 dx dy, \quad (54) \end{aligned}$$

となるがこれらを代入して振幅関数を作って
見ると (53) と (54) から出て来る項が \int の線積分
分から出て来る項に等しい事がわかる。

このように誘導から考えると線積分を考える時は
同時に水線面 \bar{H} 上の条件も正しく考えに入れなけ
ればならない事、そして又その逆も言える事が容易に
わかる。

又一方波長の短い所は幾何光学的近似を
考えるに当っても散出しポテンシャルを使えば
光学における理論が同様にそのまま使えて
便利であろう [35]。

なおこの際核 $S(P, Q)$ は非対称故

$$S(P, Q) = \frac{1}{2} [S(P, Q) + \tilde{S}(P, Q)] + \frac{1}{2} [S - \tilde{S}] \quad (55)$$

と別けると 右辺第1項は対称核, 第2項は非対称核でかつ波長の主となるのでより一層便利である。

(45)の分解は勿論速度ポテンシヤルに於いても成立ちこの場合は次のようになる。

(A.9)により $\tilde{\phi}$ は $x \rightarrow \infty$ でケルビン波を有するが今 ϕ は有しない故

$$\phi(\rho) + \tilde{\phi}(\rho) = \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\Phi_d(\rho, \theta) \tilde{H}(\theta) - \overline{\Phi_d(\rho, \theta)} \overline{H(\theta)}] \sec^2 \theta d\theta, \quad (47)$$

なる函数を考へれば $x \rightarrow +\infty$ では $\tilde{\phi}$ はケルビン波形は消え $x \rightarrow -\infty$ のみ波を有する。

一方 ρ と $\bar{\rho}$ 上の境界条件は 0 であり $\bar{\rho}$ の水面変位も定義によつて 0 である故 ρ の解の一義性から上式は恒等的に 0 となる。

それ故

$$\phi(\rho) + \tilde{\phi}(\rho) = \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\Phi_d \tilde{H} - \overline{\Phi_d} \overline{H}] \sec^2 \theta d\theta, \quad (48)$$

(水面下に)

(本書の没氷体で \bar{W} があると それに対応する項を考へればならないが今は水上船とする) [12]。

この式から 逆流ポテンシヤルは ϕ がわかる。 ϕ と $\tilde{\phi}$ がわかる。 $\tilde{\phi}$ がわかる。

あるいは又 別へば 船が対称性ならば 逆流ポテンシヤルも勿論対称性をもつ故 それは既知となる故 (48) の右辺は直ちに求まる。

(48) は夫音基本的な関係であるからこれは又特異点分布に於て成立つ事は明らかである。

昭和 年 月 日

つまり船の前後対称ならば"速度場の対称性"は専ら散乱に基づくものである。

それ故 例へば"振幅関数"もこの場合薄板船等では純虚数値をとるからこの(16)式によつてその実数値部分を見積る事が出来る。

即ち (16) から振幅関数の積分をすれば

$$H(\theta) + \tilde{H}(\theta) = \frac{i\sigma}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [H_d(\theta, \theta') \tilde{H}(\theta) - \overline{H_d(\theta, \theta')} H(\theta)] \times \sec\theta d\theta, \quad (17)$$

(47)

2212

$$H_d(\theta, \theta') = H_d(\theta', \theta) = - \iint_{S+\bar{H}+W} \Phi_d(p, \theta') \frac{\partial \Phi_0(p, \theta)}{\partial n} dS, \quad (18)$$

(5)

となる故に (20) より H の実数部分が見積る [6, 12]。
 Φ_d を省略すれば (18) は近似的に

$$H_d(\theta, \theta') \doteq - \iint_{S+\bar{H}} \Phi_0(p, \theta') \frac{\partial \Phi_0(p, \theta)}{\partial n} dS, \quad (19)$$

(51)

と見かけるのでこの式で実際にそれを見積る事が出来る。

従来 2 のような計算を 実行した例はないし又波長の小さい許での散乱ポテンシャルの計算は大変困難であると予想されるのでこれらの式の効用の程はよくわからない。

しかし (19) の示す所は Φ_0 のものを計算する時を確かに一部 Φ_d を計算しなければならぬのであるから、もし造波板だけを求めるのが目的ならばむしろ散乱ポテンシャルのみ計算する方が之で簡単であると言えよう。

結論

以上を要約すれば

1. 速度ポテンシャルの所謂総積分項について

- a) 吹き出し項は船体の浸水表面の変化による項と打消し合う。
- b) 2重吹き出し項の総和は船の見掛の排水量変化に等しく船に働く垂直力の静的浮力分である。
- c) 総積分は高速では従来考えられた通りあまり重要ではないが低速特に発散波系に重要な影響がある。

2. 齊次解の存在について

- a) 水上船に属する我々の境界値問題の解は一意的に定まらない。
 - 1) それを一意的にする為には船の水線面が固体壁であるような全没船を考えその極限として水上船を考える事としてこれを行う。
- b) 水線面の上の水面変位は予め決まらない。
- c) それを与えられた値にする為には齊次解を導入しなければならない。
- d) その齊次解はサーキエレーシヨニを持つ。
- e) 又それは近似的に船の平行沈下に対応すると思わせる。
- f) 又それによつて船に働く垂直力が指定出来る。

3. 波の散乱について

要素平面波に対して散乱波のポテンシャルを導入すると

昭和 年 月 日

- a) 振幅関数は散乱ポテンシヤルによつて表現出来る。
- b) 速度ポテンシヤルの一部分は確かに自分の作った波を反射散乱させる部分でそれはポテンシヤルの対称性を破つている。
- c) これらの関係を用い、散乱ポテンシヤルに適當な近似値を代入すると種々の新しい表現を得る事が出来るだろう。

以上

参考文献は 英文原稿の末尾に
(Reference)

附録A 逆流ポテンシヤルと相反定理

\mathcal{S} と同様に没水体の極限として水に船を
取扱う事とする。

此故 後流渦面 W は最終的には \bar{F} に含
まれるものとし \bar{F} も 原水面に一致するものとする。

さて ある 順向ポテンシヤル $\phi(p)$ に 対して
一様速度の方向が逆に なった時の 逆流
ポテンシヤル $\tilde{\phi}(p)$, 所謂逆流ポテンシヤル,
を 考えよう。

以下 逆流 諸量は (\sim) \bar{F} をつける事に
する。

水面条件は変わらないで (3) で "あ" が "流れ
の方向が 逆に なるので" 水面変位は

$$\tilde{\zeta}(x, y) = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\phi}(x, y, 0), \quad (A-1)$$

となる。

又 船体表面条件も 符号が 変わるので、今

$$\frac{\partial \tilde{\phi}(p)}{\partial n} = - \frac{\partial \phi(p)}{\partial n} \quad \text{on } \mathcal{S} \text{ and } \bar{F}, \quad (A-2)$$

と 仮定。

\mathcal{S} の 議論から そのような $\tilde{\phi}$ が 一義的
に 決まるのは 水線面上の 水面変位 が 与えられ
ねばならないので 今は

$$\tilde{\zeta}(x, y) = \zeta(x, y) \quad \text{on } \bar{F}, \quad (A-3)$$

と 指定しよう。

なお この時 後流渦面は \tilde{W} とし, \tilde{W} と 原点
に 関して 前後 対称的 に あるものとする。

そうすると (21) と 同様に 次の 表現が 成立つ。

$$\tilde{\phi}(\rho) = \iint_{S+\bar{H}+\tilde{W}} \left\{ \tilde{\phi} \frac{\partial}{\partial n} \tilde{S} - \tilde{S} \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi} \right\} dS, \quad \begin{matrix} (A.4) \\ (4) \end{matrix}$$

2.2.12

$$\tilde{S}(x, y, z; x', y', z') = S(-x, y, z; x', y', z'), \quad \begin{matrix} (A.5) \\ (5) \end{matrix}$$

このようにすると 2 流は 逆流れ側にある。

$$\tilde{\phi}(\rho) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{i\gamma}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\phi_0(\rho, \theta) \overline{H(\theta)} - \overline{\phi_0(\rho, \theta)} H(\theta) \right] \sec^2 \theta d\theta, \quad \begin{matrix} (A.6) \\ (6) \end{matrix}$$

2.2.12

$$\phi_0(\rho, \theta) = \exp \left[\gamma \left\{ z + i(x \cos \theta + y \sin \theta) \right\} \sec \theta \right] \quad (A.7)$$

$$H(\theta) = \iint_{S+\bar{H}+\tilde{W}} \left[\phi_0(\rho, \theta) \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi} - \tilde{\phi} \frac{\partial}{\partial n} \phi_0 \right] dS, \quad \begin{matrix} (A.8) \\ (8) \end{matrix}$$

ここで以下 $H(\theta)$ を振幅関数と呼ぶことにしよう。
 右の "順向ポテンシヤル" は

$$\phi(\rho) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \frac{\gamma}{2\pi i} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\phi_0(\rho, \theta) \overline{H(\theta)} - \overline{\phi_0(\rho, \theta)} H(\theta) \right] \sec^2 \theta d\theta, \quad (A.9)$$

$$H(\theta) = \iint_{S+\bar{H}+\tilde{W}} \left[\phi_0(\rho, \theta) \frac{\partial}{\partial n} \phi - \phi \frac{\partial}{\partial n} \phi_0 \right] dS, \quad (A.10)$$

となる。

さて今任意の 2 つの "順向ポテンシヤル" ϕ_1, ϕ_2 に対して 逆流れポテンシヤルを考えると、花岡の第 2 定理 によつて [18]

$$\iint_{S+\bar{H}+W} \phi_i(\rho) \frac{\partial \vec{\phi}_j(\rho)}{\partial n_j} dS = \iint_{S+\bar{H}+\tilde{W}} \vec{\phi}_j \frac{\partial \phi_i(\rho)}{\partial n} dS, \quad (A.11) \quad (H.7)$$

ここで ϕ_i, ϕ_j は W の, $\vec{\phi}_i, \vec{\phi}_j$ は \tilde{W} の上下で $\epsilon \times 4\pi^\circ$ があるが、速度は連続 とする。
(x, z 方向の)

薄い船, 平たい船では花岡の第1定理も併せて考える方が便利であるがその時は積分可能性についての注意が必要である。

又 W, \tilde{W} が水面に移行するとその上の積分は H と S の交線 C 上の積分で表わされる。それ故 (A.11) は次のようになる。

$$\iint_{S+\bar{H}} \phi_i \frac{\partial \vec{\phi}_j}{\partial n_j} dS + \int_{CA} (\Delta \phi_i) \vec{\phi}_j(x, y) dy'$$

$$= \iint_{S+\bar{H}} \vec{\phi}_j \frac{\partial \phi_i}{\partial n} dS + \int_{C\bar{H}} (\Delta \vec{\phi}_j) \phi_i(x, y) dy', \quad (A.12) \quad (H.8)$$

ここで C, \bar{H} は \tilde{W} と \bar{H} の境界線とする。

最後にもし船が前後対称な時 (左右も対称として)
境界条件(A2)が前後反対称と成って明らかに

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = \phi(-x, y, z), \quad (19) (A-13)$$

となり又振幅関数は ϕ の実関数であるならば

$$\tilde{H}(\theta) = \overline{H(\theta)}, \quad (20) (A-14)$$

もし境界条件(B)が前後対称ならば

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = -\phi(-x, y, z), \quad (21) (A-15)$$

$$\tilde{H}(\theta) = -\overline{H(\theta)}, \quad (22) (A-16)$$

となる。

船が前後非対称の時は簡単ではないが
一般にその非対称性は僅かであるので
前後の平均面を考えてその上で境界条件
(11)を考えて ϕ を対称成分と反対称
成分に別ければ上述の関係が成立ち
問題は大変簡単になる。

昭和 年 月 日

附録B 変分原理 [7, 8, 10, 13]

積分 (A.11) 或いは (A.12) は ^{ラグランジアン} の定式化と水面条件によって

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \rho g \phi \right] d\Omega - \frac{1}{2} \rho g \int_{\Sigma} \phi^2 d\Sigma \quad (B.1)$$

と書けるので、ラグランジアン (運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの差) を変形した双一次形式となっている。

○ 我々の境界値問題は、この積分の極値問題として定式化する事が出来るか、この時始めてその力学的意味づけが可能になる。

例は ϕ を水面条件を満たす、^{任意の} 関数とす

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \rho g \phi \right] d\Omega - \frac{1}{2} \rho g \int_{\Sigma} \phi^2 d\Sigma \quad (B.2)$$

とし

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \rho g \phi \right] d\Omega - \frac{1}{2} \rho g \int_{\Sigma} \phi^2 d\Sigma \quad (B.3)$$

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \rho g \phi \right] d\Omega - \frac{1}{2} \rho g \int_{\Sigma} \phi^2 d\Sigma \quad (B.4)$$

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \rho g \phi \right] d\Omega - \frac{1}{2} \rho g \int_{\Sigma} \phi^2 d\Sigma \quad (B.5)$$

解法関数を考えて、その変分をとって見れば、容易にこの極値問題が (B.3), (B.4) の境界値問題と等価である事がわかるだろう。又逆に、水銀面の条件 (B.4) が「なげ小は」問題が不定になる事もわかり、この中からこの条件を導入する事の妥当性も理解出来るだろう。

附録 C 連続の法則

§2の(9)より

[] (C.1)

は船体表面から水の中に出て行く流量であるが、勿論これは連続の法則によつて自由表面から出て行くものと釣り合はなければならない。

そこで水面と船体表面から出て行く流量を正確に計算すると

[] (C.2)

右のLは無限後流における検査面と自由表面の交線である。

尚か水面変位に漸近展開(A.9)を代入するとL上の積分は平均において0となるので、△Aが0となつて都合が悪い。

そこで無限後流の検査面(γ-面)に平行な面を通る流量を考慮せると

[] (C.3)

となり、ここで(A.9)を代入すると右辺第1,2項は又平均において0となり、結局第3項のみが残るから連続の法則が成立するためには

[] (C.4)

でなければならぬ。

こゝには又 (A.9) を代入して

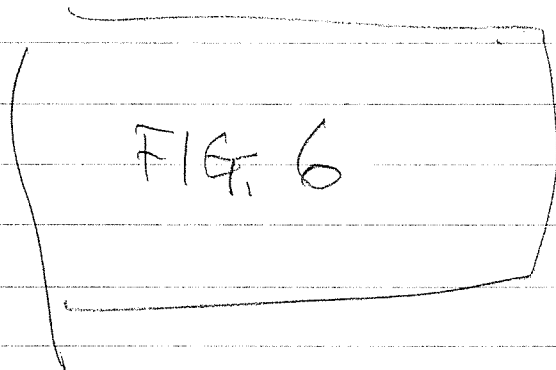
$$\left[\dots \right] \quad (C.5)$$

と書ける。

薄い板では (C.1) から直接上式に似た表現がえられるが

ΔA は 図 6 のように 舷側面形状の正断面の投影面積であるからこの (A.9) 倍は水頭抵抗とも言うべきものであるから ΔA は造波抵抗の約 4 倍とたゞ「4」 「実際には」

実際 (C.5) は 造波抵抗積分 (E.1) の約 4 倍となる事はよくわかるだろう。



附録 D アルキメデスの原理の拡張 [11]

静水力学における浮力に関する アルキメデスの原理は、一様流中の船の場合に次のように拡張される。
 " 静的浮力も含めて船に働く垂直力は船の静止水面からの排水重量と水の自由表面の静止水面からの変化分の排水重量の和に等しい "

今垂直力を Z とすると

$$Z = - \iint_{S^*} \rho \frac{\partial \phi}{\partial n} dS, \quad (D.1)$$

と与えられるが、ベルヌーイの定理により

$$\frac{\rho}{\rho} + \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g z = 0, \quad (D.2)$$

で、水面では圧力は一定である故これを 0 とおくと (1) は次のように書ける。

$$Z = - \iint_{S^* + H^*} \rho \frac{\partial \phi}{\partial n} dS, \quad (D.3)$$

ここで S^* と H^* 上で境界条件 (1) が満たされておると

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial n} \right]_{S^* + H^*} = 0, \quad (D.4)$$

この条件を代入すればよく知られた変換によって

$$\iint_{S^* + H^*} \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 \right] \frac{\partial \phi}{\partial n} dS = 0, \quad (D.5)$$

となる。

それ故(D.3)より

$$Z = \rho g \int_{S+H^*} Z \frac{\partial Z}{\partial n} dS = \rho g \nabla - \rho g \int_{H^*} Z(x,y) dx dy, \quad (D.6)$$

2212

$$\nabla = \int_S Z \frac{\partial Z}{\partial n} dS, \quad (D.7)$$

(6) は 正に 命題、そのもの 7" ある。

流体理論では 水面変位は $\zeta = -\frac{1}{g} \dot{\phi}$ とする
故 (D.6) は

$$\begin{aligned} Z^{(0)} = Z - \rho g \nabla &\doteq + \rho \int_{H^*} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = - \rho \int_C \phi dy \\ &\doteq + 2\rho \int_0^1 \eta(x) \frac{\partial \phi}{\partial x} dx = -2\rho g \int_0^1 \zeta(x) \eta(x) dx. \quad (D.8) \end{aligned}$$

と成って これは 見掛けの排水量変化に基づき
静的浮力の変化である 浸水体では勿論
0となる。

それ故 水の動圧に基づく力を求めるには (D.6)
における水面変位を更に高次の項まで取る必要
がある。

附録 E. 造船抵抗積分の積分可能性

造船抵抗は次の積分によって与えられる。



(E.1)

H(0)は(A.10)によって与えられるとする。

細長船理論では横断面積曲線が船首尾で切れ線まで0でなければこの積分は存在しない。

しかしこのような場合でも薄い船もしくは平坦の船として計算すればこの積分は存在する。

しかたこの両者の結果は同じではなならない。この原因をよく調べて見ると横波系では振幅関数はどの近似でもよく似たものになるが発散波系では大変異なつて来、特に細長船ではこの積分が存在しなくなるという事がわかる。

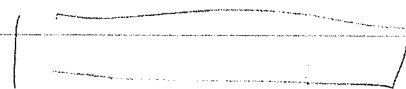
極端な例として幅が長、吃水が短の長方形箱船を考えよう。

細長船近似では



(E.2)

この積分は勿論無限大となる。



(E.3)

これを平坦の船で近似すると。



(E.4)



(E.5)

昭和 年 月 日

抵抗積分は有限値となるが、この低速にかけた
近似値は

$$\left(\frac{1}{2} \right) \quad (E-6)$$

となって、細長船近似の結果(E-3)とオーダー
が異なってきた事がわかる。

薄い船で近似すると又別のオーダーと
なる。

つまり細長船理論では^{（此の波）}抵抗は常に
(E-3)のオーダーとなるが、その抵抗積分が存在
しない時はオーダーがそれと異なってくる。

このようにして細長船近似で遠目抵抗が
無限大の場合も理論の中にとり入れる事は
出来るけれど、これらの考察からわかるように
このような矛盾は発散波系の性質に対する
近似度の不足に由来している。

したがって、そのような波長の短い波については散乱
はちがうな理論は明らかに悪い近似と
なるだろうから、この点について検討する際には
どうしても散乱についての知識が必要に
なってくる。

附録Ⅱ 解析接続

速度ポテンシャルは 調和関数であるから
鏡像原理によつて、ある面を超えて別の
ように解析接続出来る。

この時新しい特異点の分布面 S を
スケルトン面と呼ぶ。この上に立てた法線
は元の船体表面 S に囲まれた領域で
「 S 」と

互に交わつてはならない。

もし交点があるとするとその交点は特異点
としなければならぬ。

自由表面も特異点の分布面であるが
線型理論では水面条件によつて
その特異点は船体水線周りの特異点
のみで表現出来、それが所謂線積分項
となる。

それ故上述のスケルトン面 ~~に~~ 水線面
を含めておけば自由表面の特異点を代
表させる事が出来るだろう。

* < この船体と水の自由表面の交線 あるいは
その交線を含む >