

高速細長船近似理論による船首波の計算について

防衛大学校機械システム工学科

木原 一

1 はじめに

造波問題を時間領域で考える場合、数学的には初期値 - 境界値問題として定式化される。一般的には自由表面は未知の境界であるため計算開始時に初期値を設定する必要がある。自由表面上の波動は、場合によっては船首前方への波動の伝播も生じるため上流からの流れの寄与を初期条件として考慮すべきであるが、通常はこの攪乱が小さいとして自由表面の初期値を0とする場合が多く、初期条件の取扱いについては未だ明確な結論が出ていない現状である。一方、船体表面条件は既知であることが多く船体表面の法線方向の速度成分を境界条件として与えることができるが、船首部先端がカスプ状でない限り船体形状の x 方向微分係数が0でないため法線速度は計算開始時に突然、有限値を持つことになる。つまり、物体が衝撃的な運動を行うことを表しており、造波現象に追従した計算が行えるかが重要な問題となってくる。このような現象は物体が水面上に落下する場合や船首フレア部でのスラミングなどの衝撃荷重を発生する造波問題と類似したもので、強度設計の立場からその推定が重要となる。従って、高速船の適用に合理的な時間領域計算法である2D+Tにより安定した計算を行うことが可能かどうかという問題は検討しておくべき課題である。こうした衝撃的運動に伴う造波問題では物体と自由表面の交点における流体挙動の解明と取扱いが重要であり、また数値解析においても成功への鍵となる。線形造波理論による解析では自由表面が水平に動く物体表面と垂直に交わる点では対数的な特異性があることが一般的に知られている。また、物体と自由表面の非線形相互作用に関する研究 [1][2][3][4][5] においても交点の特異性はしばしば議論されており、水面衝撃や大振幅運動するような造波問題では数値計算上の取り扱いには注意を要することが示されているものの、計算技法の問題として位置付けられるためその対策も必ずしも明確にはされていない部分も多い。

本報告は高速細長船理論を用いた造波問題の時間領域解法により物体の水面衝撃問題に関連する自由表面流れの数値解析を行い、計算法の問題点を明確にするとともに境界要素法を用いた手法の有効性および適用限界についての検討を行うことを目的としている。

2 物体と自由表面の交点の取扱いについて

物体が水面上で大振幅動揺する場合や水面に突入する場合の造波現象は水面衝撃問題として研究されてきた。冒頭でも触れたようにこれらの問題では物体と自由表面の非線形相互作用が重要になるが、境界要素法を用いた数値計算でも交点の取扱いが原因で安定した計算ができなくなる場合がしばしばある。境界要素法による数値解析で交点の取扱いに関連してこれまでに報告されてきた代表的な事項を以下にまとめる。

- 交点付近の速度勾配が非常に大きく計算スキームを壊してしまうことになる。[1]
- 交点近傍では要素数が多いと解析解（線形理論解）に近づくが、交点から離れると比較的少ない要素数でも精度の良い解が得られる。[1]
- 交点近傍で要素が小さいと解の安定性が低下する。[3]
- 線形理論に基づく解析によれば垂直壁が水平方向に運動する場合は対数特異性が、また自由表面と角度を持つ物体表面が垂直運動する場合は平方根の特異性が交点にある。

- 水面と接触した瞬間 ($t = 0^+$) に波面は交点近傍で大きな曲率で変位しているとする、この波面を表現できるだけの (無限に小さい) 要素が必要となる . [5]
- 十分小さい時間については交点が特異性を有することが実験的に確かめられる . [1][3]
- 水面衝撃に対しては数値計算上の質量保存側が保たれない . [3]

また水面衝撃の現象では物体表面に流体の飛沫であるスプレーが生じることが知られている . このとき流体は重力加速度をはるかに上回る非常に大きな加速度をもった流れとなり、いわゆるジェット流れが発生する . これは数学的には交点における特異性に起因するものと説明されるが、Zhao & Faltinsen[6] はスラミングのように重力影響が無視できる楔型物体の着水問題において、スプレーが発生する根本の位置に物体表面に垂直な検査面を導入し境界要素法による計算上の難点を回避している .

以上の問題点を踏まえ、本報告では境界要素法を用いて物体と自由表面の非線形相互作用を計算する場合の交点の取り扱い方として、2重節点を使用すると交点の粒子速度 v が次式によって定義できると考えた .

$$\begin{cases} v \cdot n_F = \frac{\partial \phi_F}{\partial n} \\ v \cdot n_H = \frac{\partial \phi_H}{\partial n} \end{cases} \quad : \quad \text{for} \quad |\cos \theta| \ll 1 \quad (1)$$

$$v = t_F \frac{\partial \phi_F}{\partial s} + n_F \frac{\partial \phi_F}{\partial n} \quad : \quad \text{for} \quad |\cos \theta| \approx 1 \quad (2)$$

ここで添え字の F, H はそれぞれ自由表面、船体表面を表す記号とし、 t と n は接線ベクトルおよび法線ベクトルを表す . また θ は交点における2つの境界がなす内角である . 2つの境界が交点を挟んで平行に近づいてくる場合は (2) 式を用いて速度を計算し、その他は (1) 式を使用する . 今回の計算では臨界角を $\theta_c = 10^\circ$ と設定した . これらの式は簡単ではあるが、(1) 式は運動学的条件を満足し、(2) 式は θ が小さくなると交点での流れが物体に沿った一次元的な流れになることを表し、ジェット流が発生した後のスプレー先端の移動を追跡していくことができる .

3 結果と考察

3.1 衝撃的運動の影響について

今回の計算に使用した船首物体は横断面形状が長方形になる場合と楔型になる場合の2通りの楔型船首とし、その形状および座標系を Fig.1 に示す . 船体表面が直線になる形状を選んだ理由は、後述するように自由表面との交点位置における流体粒子の移動は直線上では厳密に運動学的条件を満足するように決められているため、今回の調査上、数値計算によるの誤差が物体表面からの流体粒子の剥離を引き起こさないように配慮したためである .

先ず前進速度が比較的小さく波高が小さい場合について (a) タイプの船首が作る定常波を計算した結果を Fig.4 に示す . 計算開始からある程度の時間が経った時点 ($x/d=10.0$) での yz - 平面上の波形である . ここでは $2D + T$ の比較計算として、Fig.2 に示す3種類の方法で計算を行った . (i) は船体表面条件と自由表面条件の両方を線形化した場合、(ii) は船体表面条件は実際の船体位置を用いるが、自由表面条件は線形化して $z = 0$ 上で満足させた場合で、(iii) はともに厳密な位置での条件を満足させており細長船理論の枠組みでは Full Nonlinear な計算である . Fig.4 の結果から船体の攪乱が大きい場合にはいずれも類似しており長い波長の波に短い波長の波が乗ったコーシー・ポワソン波を思わせる波形であることが分かるが、船体近傍に見られる小さな振動部分に違いが見られる . Fig.5, Fig.6 はともに Fig.4 と同じ計算条件下での造波初期の波面上昇の変化を船体近傍で拡大したものである . ただし、Fig.6 は船体を $t = 0$ よりゆっくりと動かして一定速度にした場合の結果である .

Roberts [7] は垂直壁の一部が静止状態から水平に動き出した場合の自由表面との交点近傍における漸近解について調査しているが、今回の薄い船近似による計算では衝撃的運動を与えた場合に船体表面から高

周波の振動が発生し、滑らかな運動を与えた場合にはこの振動がほぼ消えるという結果が得られる Roberts の結論とも一致している。一方、細長船近似による計算では薄い船近似の場合に比べて運動の違いによる大きな変化は見られない。線形計算では薄い船近似のように長時間ではなく初期の段階のみに船体表面との交点から高周波の波の伝播がみられ、しかも滑らかな運動を与えた場合でもほとんど変化は見られない。非線形計算では衝撃が与えられる初期段階で波形が船体表面との交点近傍で対数的に大きくなる傾向が見られ、滑らかな運動の場合には対数的挙動が弱くなっていることが分かる。細長船近似のように少なくとも船体表面条件を厳密な位置で与えれば薄い船近似で生じた振動は発生しないように見えるが、細長船近似による 2 つの計算例では薄い船近似の計算例ほど交点近傍に多くの計算点を取っていないため高周波の波を補足出来ていない可能性もある。つまり摂動論的に言うと交点の近傍の漸近展開は一樣でなく、交点近傍の特異な領域の外部領域の解を表しているだけかもしれない。また線形計算で生じた振動の原因も今のところはっきりしていないが、今回の計算で非線形計算の場合には衝撃的な運動に伴う振動現象が生じないという点は注意すべきである。

なお、今回の計算例では全て計算領域の他端を剛体壁として扱っている。計算では $y/d=150$ までの範囲を考慮しており波の反射影響が大きくなる前に計算を終えるものとしている。計算点は $y/d=10$ までの自由表面上では蜜にとりそれ以降は粗くなるよう節点を配置している。また計算は $x/d = 10$ 物体長さを 2000 分割して行うものとしている。Fig.5, Fig.6 の例は 0 から 200 ステップまでの結果を 20 ステップ毎に表したもので、Fig.6 においては最初の 60 ステップ間で速度が 0 から目標値に達するように計算している。なお図中には 60 ステップ目の結果を点線で明示している。

3.2 船首波の非線形性について

次に前進速度を大きくした場合の楔形船首 (a) の船側波形の計算結果と実験結果を比較したものを Fig.7 に示す。今度は楔の頂角 α も 15° とし前の計算例より定常攪乱は大きい場合の例である。薄い船近似の計算と細長船近似の線形計算の結果は既に述べた理由により船側波形も振動していることが分かる。薄い船近似について計算点を少なくすると振動周波数、振動振幅はともに小さくなる傾向にあり、滑らかな運動を与えると振動は完全に消える。これら 2 つの線形計算は波高の大きい船首波になるとかなり過小にしか見積もることが出来ず、船首部造波における線形計算の限界を示唆しているものと考えられる。実験値は Fontaine & Coite [8] によって行われたものであり、図に示すような波高の無次元化を行うと速度の差による違いが現れていないが、非線形計算の結果には差が見られる。図には示していないが、線形計算で $F_d=0.78$, $\alpha=7.5^\circ$ の計算を行い波高に対して同じ無次元化を行うと図に示す $F_d=1.56$, $\alpha=15^\circ$ の結果と一致することからここでやっている無次元化は速度による波高の非線形性を考慮したものになっていないことが分かる。船側波形を精度良く計測することは容易ではないし、非線形計算の場合も後の例から分かるように物体と自由表面の交点高さを正確に推定することは簡単ではない。しかし、非線形計算による推定値は概ね実験結果を捕らえていると言える。また船首部先端付近の実験値とのずれは計算で与えた初期条件によるものである。

3.3 飛沫の計算について

前節ではスプレー発生後の交点の流体挙動を計算していく方法を提案した。スプレーあるいはジェットであることの判断とその発生を規定することは数値計算ではまた一つの問題点ではあるが、ここでは

$$\cos \theta \geq \cos \theta_c \quad (3)$$

なる条件をもってジェットの発生と見なし、そう呼ぶことにする。このときの交点の加速度は確かに重力加速度の数倍から数十倍になっている。

Fig.8 は船側部を駆け上がった自由表面が下降して船体から離れて碎波していく波面の様子を示す。計算は Fig.7 の $F_d = 1.56$ の場合に対応する。3 種類の計算があるが *cal.1* は節点の初期配置を船体との交点近傍で比較的粗く取り、計算中にジェットの発生が起きないように計算したものである。次の *cal.2* は交点近傍の節点間隔も交点から離れた部分とも同じように等間隔に初期配置を行ったものである。運動開始後、交

点近傍の波面は対数的な挙動を示し垂直な壁面上昇して行き、2つの境界が平行になるとジェットが発生し船体表面上には薄いスプレーの境界層が形成される。そして境界層内の流体の上昇が重力と釣り合った後は船体表面に沿って落ちてくることがわかる。最後の cal.3 は cal.2 で発生したスプレーによる自由表面境界が計算を継続していく上で好ましくないためスプレー部分を切り取りながら計算したものである。3つの結果を比較するために Fig.9 に流体の質量がどの程度ほ保存されているかを見るために流入するフラックスと領域内の全フラックスの比を計算してみた。計算開始直後には保存則は置かされており、交点近くの節点分布が粗い方が低下している。しかし、その後しばらくはいずれも良く質量保存されていて砕波が始まると再び低下している。スプレーの計算を続けると計算精度も不安定になることが分かる。図中の $y/d = 0.5$ 付近にスプレー先端をもつのが時間ステップで 380 番目に当たる。最後に、物体表面に沿った薄いスプレー層が形成される場合と、そうでない場合の 2 者択一的な数値計算上の現象は船首 (b) についても同様であった。また自由表面に薄い層が形成されるような計算を扱う場合には離散化した境界要素積分における積分精度は安定した計算を行う上で非常に重要であり、必ずしも高次要素を使用する必要はないことがわかったことを付記する。

4 おわりに

高速細長船理論による時間領域計算法で船首波の計算を行い、境界要素法を用いた水面衝撃に関連する造波シミュレーション上の問題点を探った。粘性や表面張力を考慮していないため流体モデルの誤差や数値計算上の誤差が数値解析には含まれると考えられるため実現象と正しい比較評価を行うことは難しい面もあるが、2D+T により水面衝撃を扱うための指針が出来た。線形計算では衝撃的運動によって伝播する振動現象が非線形計算では現れにくいことや非線形計算では交点近傍に配置する節点数密度と境界要素の積分精度が衝撃部分の流体挙動を安定した計算結果を得る上で大きく寄与していることが分かり、またスプレー発生時の計算上の対策についても講じた。

参考文献

- [1] Lin, W.M., Newman, J.N. and Yue, D.K. : Nonlinear Forced Motions of Floating Bodies, *Proc. 15th Symp. on Naval Hydrodynamics*, pp.33-49, 1984.
- [2] Greenhow, M and Lin, W.M. : Numerical Simulation of Nonlinear Free Surface Flows Generated by Wedge Entry and Wavemaker Motions, *Proc. 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, pp.94-106, 1985.
- [3] Yim, B. : Numerical Solution for Two-Dimensional Wedge Slamming with A Nonlinear Free-Surface Condition, *Proc. 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, pp.107-116, 1985
- [4] 谷澤克治 : 境界要素法による楔の着水問題の相似解, 関西造船協会, 第 196 号, pp.147-154, 昭和 60 年 3 月.
- [5] Takagi, K. : An Application of Boundary Element Method to the Fluid-Body Interaction Problem *Proc. 18th International conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, pp.504-516, 1989.
- [6] Zhao, R. and Faltinsen, O. : Water entry of two-dimensional bodies, *J. Fluid Mech.*, Vol.246, pp.593-612, 1993.
- [7] Roberts, A.J. : Transient Free-Surface Flows Generated by a Moving Vertical Plate, *Q.J.Mech.Appl.Math.*, Vol.40 pp.129-158, 1987.
- [8] Fontaine, A. and Cointe, R. : A slender approach to nonlinear bow waves, *Philosophical Trans. of the Royal Soc.*, Series A, Vol.335, pp.565-574, 1997.

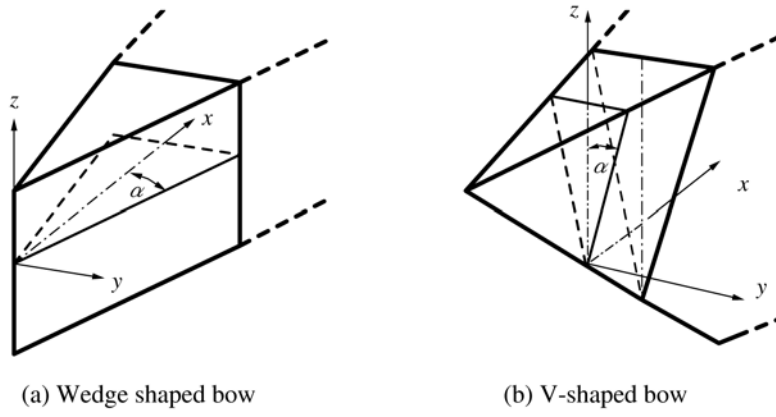


Fig. 1 Bow shapes and coordinate systems.

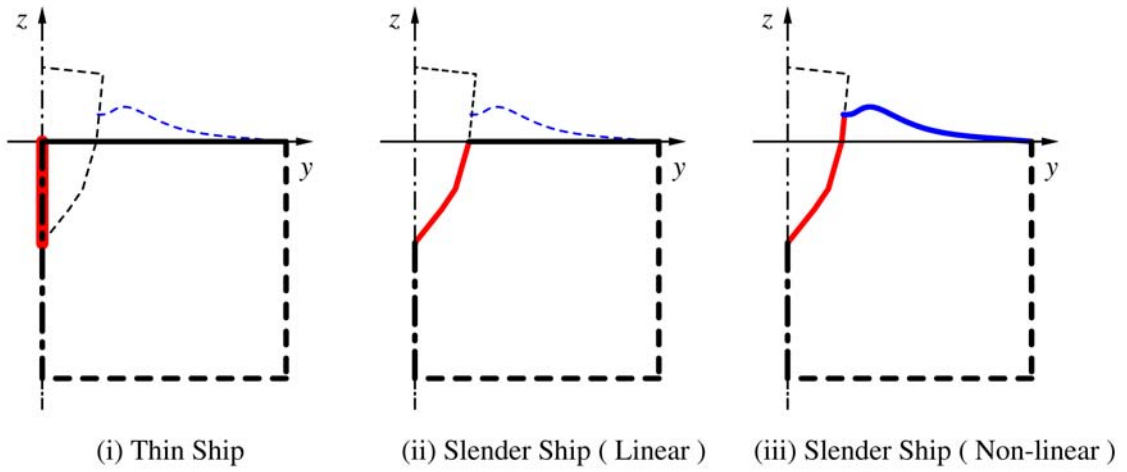


Fig. 2 Three approaches based on 2D+T theory to the boundary value problems.

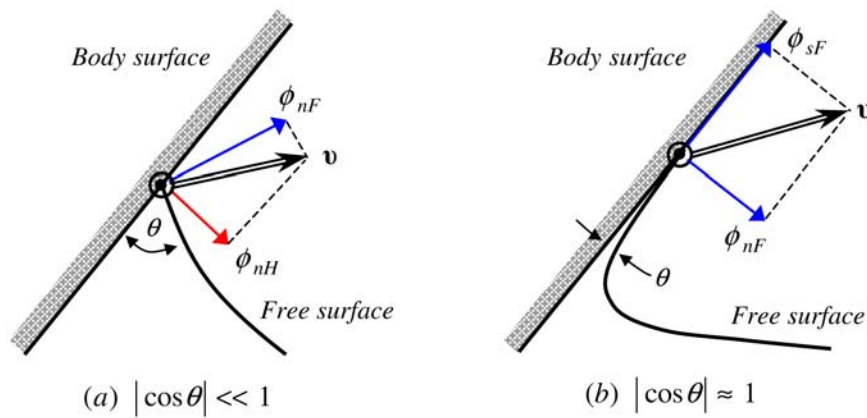


Fig. 3 Fluid velocity at the intersection of a body with the free surface.

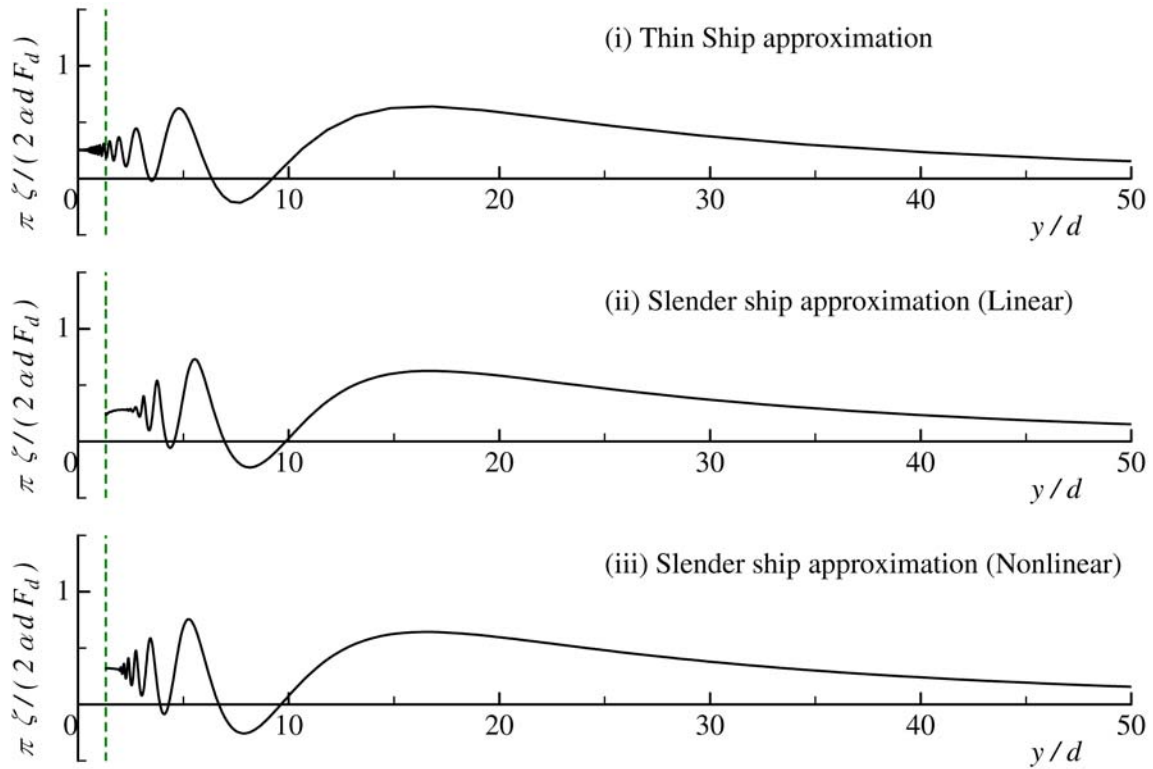


Fig. 4 Wave profiles at transverse section $x/d=10.0$, due to the wedge-shaped bow with $\alpha=7.5^\circ$, $d=0.1\text{m}$ and $F_d = 0.78$ ($U=0.75\text{m/sec}$).

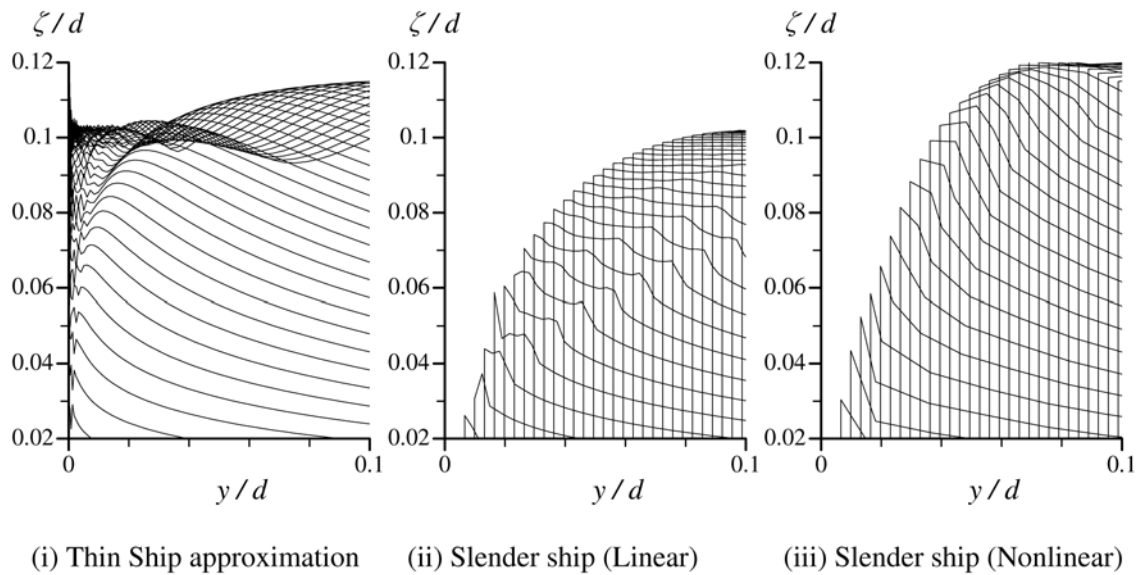


Fig. 5 Initial evolution of free surface elevation near the intersection in the case of impulsive motion.

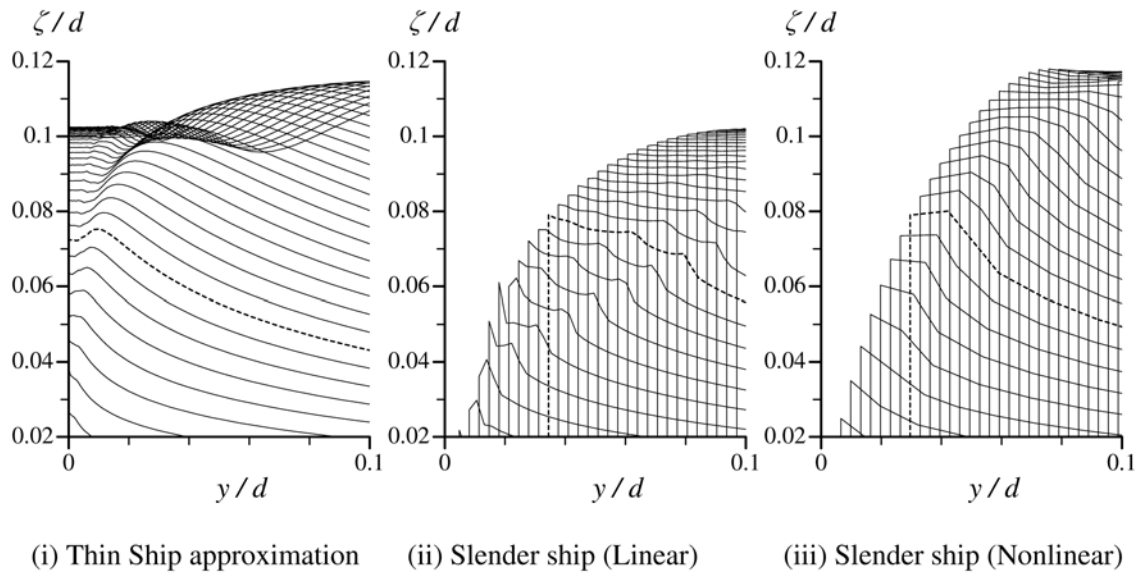


Fig. 6 Initial evolution of free surface elevation near the intersection in the case of ramp motion.

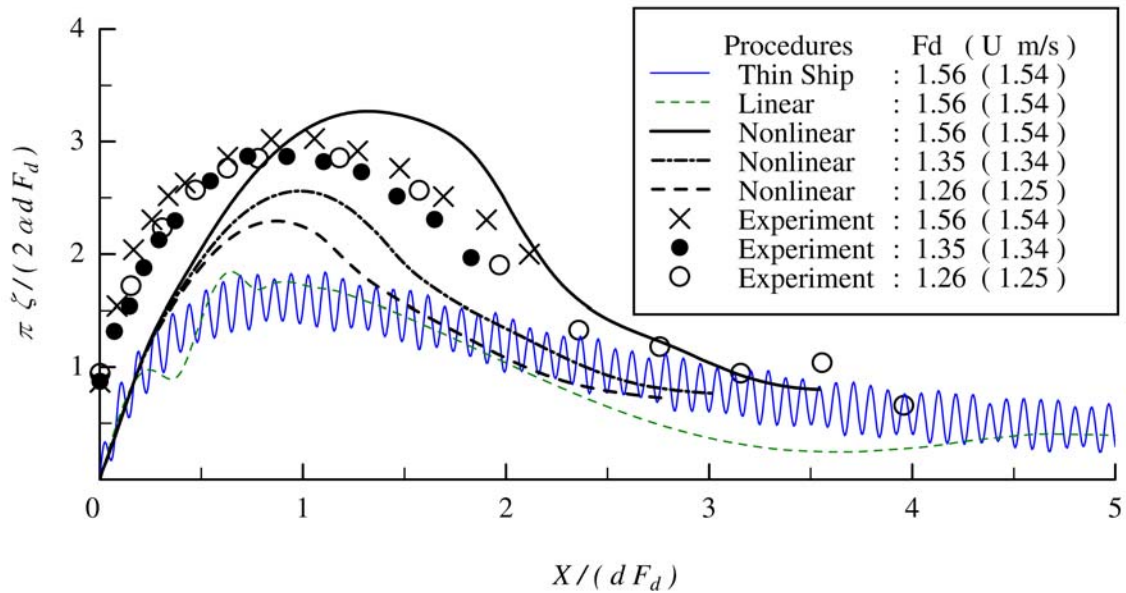


Fig. 7 Wave profiles along the wedge-shaped bow with $\alpha=15.0^\circ$, $d=0.1\text{m}$.

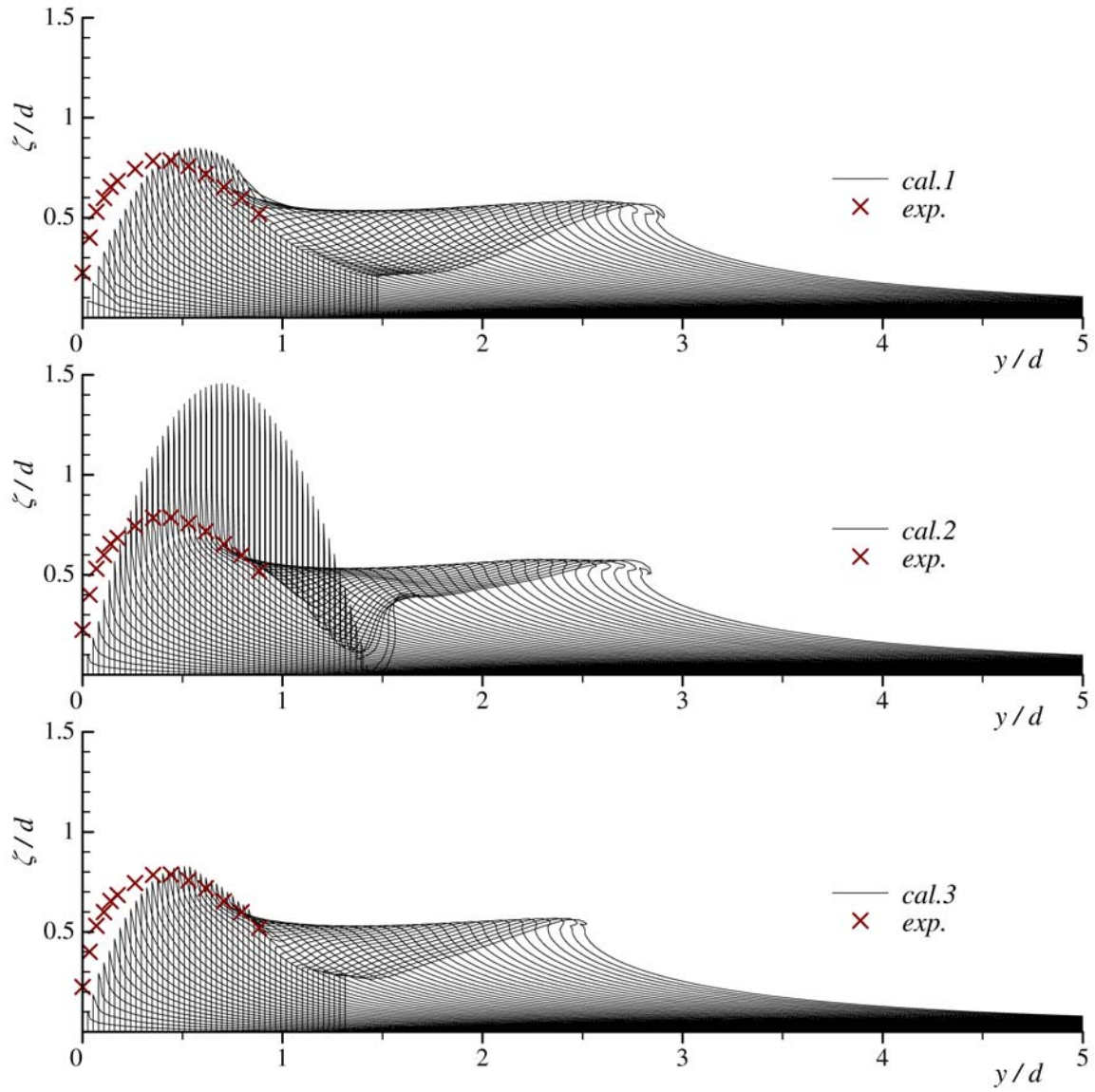


Fig. 8 Breaking bow waves in transverse section about $x/d=0-0.5$ (every 20 step), due to the wedge-shaped bow with $\alpha=15^\circ$, $d=0.1\text{m}$ and $F_d=1.56$ ($U=1.54\text{m/sec}$).

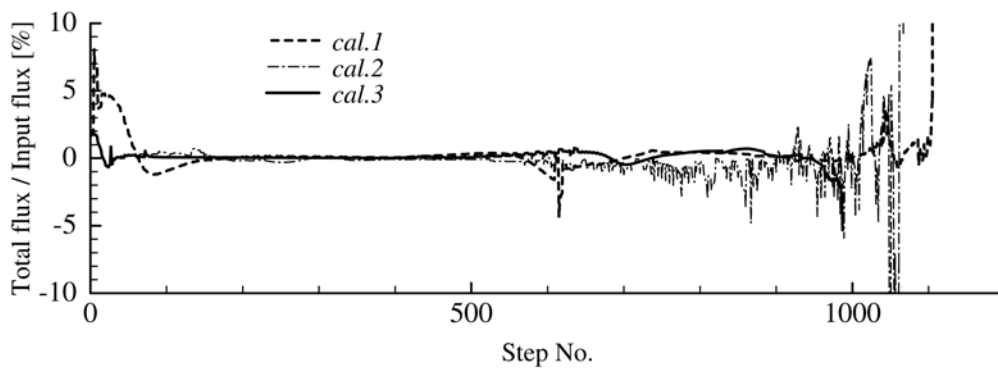


Fig. 9 Conservation check of fluid mass.