

磁場とその渦度

丸山清志

防衛大学校地球海洋学科

2024年4月4日

要旨

磁場が作られれば、当然その渦度も同時に作られる。本論文では、これとは反対に、渦度が作られると、磁場そのものも同時に作られることが示される。

1 はじめに

「変位電流は磁場を作らない」という指摘（兵頭 2012）を発端として、物理教育に携わる人々の間で変位電流の役割についての議論が続いている（北野 2021）。この議論では、通常の伝導電流が磁場を作ることは認めたいが、変位電流もまた磁場を作るのか否かが主要な争点となっている。

しかしながら、そもそも磁場は、伝導電流によって作られるわけではない（丸山 2024）。実は磁場は、その渦度が作られるとき、それと同時に作られる。これを示すことが本稿の目的である。

2 管状ベクトル場

磁場 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ は、至るところで恒常的に発散がゼロとなる管状ベクトル場である。

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

その渦度 $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)$ は、同一時刻の磁場 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ の回転をとることで得られる。

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

これは、当然のことながら、磁場が作られれば同時に渦度も作られることを意味している。

ところで一般にベクトル場は、無限遠方でゼロになるという条件の下で、その発散と回転を与えれば一意的に決定される（太田 2012, 付録 A.3）。特に管状ベクトル場である磁場は、発散がゼロであるため、その回転、すなわち渦度のみを与えれば、以下のように決定されてしまう。

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}', t) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (3)$$

磁場 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ が同一時刻の渦度 $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)$ を用いて表現されていることに注意しよう。この事実は、渦度が作られるとき、それと同時に磁場もまた作られることを示している。

3 結論

かくして磁場は、その渦度が作られるとき、それと同時に作られることが明らかになった。すでに指摘したとおり、そもそも伝導電流が磁場を作っているわけではない。ゆえに、変位電流が磁場を作るか否かの議論は的外れである。変位電流、そして伝導電流の真の役割を理解するためには、磁場そのものではなく、その渦度の成因を明らかにすることが必要なのである（丸山・難波・菅原 2022）。

参考文献

- [1] 兵頭俊夫, “変位電流は磁場を “作る” か,” 物理教育, 60 (2012), 44–51.
- [2] 北野正雄, “変位電流をめぐる混乱について,” 大学の物理教育, 27 (2021), 22–25.
- [3] 丸山清志, “電流は磁場を “作る” か,” (2024). <https://doi.org/10.5281/zenodo.10775055>.
- [4] 丸山清志・難波竜平・菅原美結, “平行平板コンデンサの極板間磁場の成因ならびに電磁波の伝播機構と励起源の考察 –変位電流の役割–,” (2022). <https://doi.org/10.5281/zenodo.7712685>.
- [5] 太田浩一, “電磁気学の基礎 I,” 東京大学出版会 (2012).