かき混ぜ駆動深層循環理論という幻

丸山清志
防衛大学校地球海洋学科

2019 年 9 月 27 日

1　はじめに

海洋中には様々な時間・空間スケールを持つ流れが存在する。日々の潮の干満に伴って生じる潮流は、海の近くに住む者にとっては馴染み深いものであるが、鳴門海峡のような狭い海峡では特に強い流れとなって、いわゆる渦潮を発生させたりする。一方、日本南岸には黒潮と呼ばれる暖流が常時存在しており、沿岸各地に海の恵みをもたらすばかりでなく、沿岸の気象にも影響を及ぼしている。この黒潮には 2017 年夏以降現在に至るまで、紀伊半島から東海沖でその流路が陸から遠く離れてしまう黒潮大蛇行と呼ばれる現象が生じているが、この現象は通常数カ月から数年の継続期間を持つものである。

主として海洋表層で見られるこれらの流れに加えて、海洋中には海洋深層にまで至る大規模な流れが存在する。深層循環と呼ばれるこの流れは、極域で冷却された表層の海水が深海にまで沈み込み、千年以上かけて全世界の海洋を巡りつつ、徐々に表層に戻って来るという循環を形成している。この循環の起点となる深海にまで至る海水の沈み込みは、北大西洋のグリーンランド沖と南極周辺海域というごく限られた海域でのみ生じており、特に北側が浅いベーリング海峡によって閉じられている北太平洋では生じない。深層循環は極めてゆっくりとした流れではあるが、その変動は世界の気候に大きな影響を及ぼすものと信じられている。

さて海洋中に生じるこれらの流れのエネルギー源は一体何であろうか。潮汐は主に月と太陽が及ぼす起潮力により引き起こされる現象である。従って潮流のエネルギー源は起潮力のなす仕事ということになろう。一方で黒潮を含む海洋表層の大規模な循環は、風成循環とも呼ばれるように、海面に吹く風の応力を原因として発生している。このことから、表層循環のエネルギー源は風応力のなす仕事と考えてよかろう。

では深層循環のエネルギー源は何か。この深層循環のエネルギー源については、前世紀の終わり頃から、次節で述べるような実に奇妙な議論が展開されているのである。

2　かき混ぜ駆動深層循環理論

特殊な場合を除いて流体の運動には必ず抵抗が働き、流体の運動エネルギーは内部エネルギーへと不可逆的に変換される。運動エネルギーの散逸と呼ばれる現象である。このため流体の運動を維持するためには、散逸される運動エネルギーに見合うだけのエネルギーを供給し続ける必要がある。深層循環も海水という流体の運動である以上、当然それを維持するためのエネルギー源が存在しているはずである。

以上の議論は物理的に見ても全く合理的である。ところがこの合理的な議論を出発点として、一部の海洋物理学者たちは、深層循環のエネルギー源に関して以下のような実に不合理な議論を展開し始めた。

彼らはまず深層循環の起点である極域に注目する。ここでは、海面で冷却されて密度を増した海水が地球の重力場中を深海にまで沈降している。比較的高密度の海水が重力場中を沈降していることから、極域では位置エネルギーから循環の運動エネルギーへのエネルギー変換が生じていることになる。

これでめでたく深層循環のエネルギー源が特定できたかというとそうではない。位置エネルギーが運動エネルギーに一方的に変換され続けたのでは、位置エネルギーはいずれ枯渇してしまう。よって今度は、失われた位置エネルギーを回復する何らかのメカニズムが必要ということになる。

そこで彼らは深層水、すなわち深海にまで沈み込んだ海水に注目する。そして彼らは次のように考える（日比谷 2009)。海洋中には潮汐や風に起因して発生した乱流に伴う渦が大量に存在するが、これらの渦は海水を上下にかき混ぜることにより、海洋表層の熱を下方へと輸送している。この熱が深海にまで伝わると、深層水は暖められ「浮力を与え」られて海洋表層にまで「引き上げ」られる。かくして、沈み込んだ深層水が再び表層にまで「引き上げ」られることで、失われた位置エネルギーは回復される。

さらに続けて彼らは考える。極域で深海に供給され続ける深層水を、表層にまで恒常的に「引き上げ」るのに十分な乱流渦によるかき混ぜを起こすには、ざっと見積もって 2.1TW（$1\text{TW}=10^{12}\text{W}$）のエネルギーが必要である。このエネルギーはそもそも潮汐や風によって供給されるが、このエネルギーこそが深層循環のエネルギーの源であると。潮汐・風由来の乱流渦によるかき混ぜ駆動深層循環理論の誕生である。

一部の海洋物理学者たちによる以上の議論には、直感的な居心地の悪さがある。この居心地の悪さの原因はまず、熱的に安定成層した流体をかき混ぜると、下層の冷たい流体が暖められ「浮力を与え」られて、より暖かい表層にまで「引き上げ」られるという点にあろう。というのも、冷たい流体と暖かい流体をかき混ぜた場合には、生暖かい流体しか出来るはずもなく、その生暖かい流体が安定成層に逆行して、より暖かい表層にまで「引き上げ」られて来るとは考えられないからである。さらに、そもそも表面冷却に伴って冷たい流体が連続的に供給され続けているのなら、その水をわざわざ表層にまで「引き上げ」る必要は無いであろう。あたかも浴槽に水を張りながら、水面を「引き上げ」ねばならぬと心配しているようなものである。

潮汐・風由来の乱流渦によるかき混ぜ駆動深層循環理論は、前世紀の終わり頃に誕生した。実はこの奇妙な理論誕生の背景には、次節で述べるブシネスク近似と呼ばれる近似に関する誤解が存在するのである。

3 ブシネスク近似

海洋物理学における理論的研究は、ほぼ必ずブシネスク近似の下で行われている。深層循環の研究とて例外ではなく、前節で見た潮汐・風由来の乱流渦によるかき混ぜ駆動深層循環理論もまた、ブシネスク近似下で展開されている。そこで以下ではまず、このブシネスク近似について復習してみることにしよう。

3.1 運動方程式の伝統的導出法

一様重力場中にある流体のブシネスク近似下での運動方程式は、流体の粘性を無視するとき、

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p' + \beta T' g \boldsymbol{k} \tag{1}$$

で与えられる（ランダウ, リフシッツ 1970, §56)。ここに定数 ρ_0 は流体の密度 ρ の基準値、β は流体の熱膨張係数、g は重力加速度を表し、$\boldsymbol{k}$ は鉛直上向きの単位ベクトルである。また流体の流速 $\boldsymbol{u}$ は非発散条件

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \tag{2}$$

を満足するものと仮定される。一方で流体の圧力 p は

$$p = p_0 + p' \tag{3}$$

のように表現されている。ただし p_0 は、鉛直上向きに取った座標を z として、

$$p_0 = -\rho_0 g z + \mathrm{const.} \tag{4}$$

で与えられ、摂動圧力 p' は微小であるとする。同様に流体の温度 T は、適当な基準温度を T_0 として、

$$T = T_0 + T' \tag{5}$$

のように表される。ただし摂動温度 T' は微小で、

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla T' = \kappa \nabla^2 T' \tag{6}$$

を満足するものと仮定する。ここで κ は流体の温度伝導率を示す。

上で示したブシネスク近似下での運動方程式 (1) は伝統的には、一様重力場中でのオイラーの方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - g\boldsymbol{k} \tag{7}$$

から以下のようにして導出される（ランダウ, リフシッツ 1970, §56)。すなわち、まず流体の密度 ρ が摂動温度 T' の一次関数として次のように与えられるものと仮定する：

$$\rho = \rho_0 - \rho_0 \beta T' \tag{8}$$

これを (7) の右辺第一項中の $1/\rho$ に代入し二項級数に展開すると、微少量 T' について一次までの近似で、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0}(1 - \beta T')^{-1} \simeq \frac{1}{\rho_0}(1 + \beta T') \tag{9}$$

が得られる。一方 (3) と (4) から

$$\nabla p = \nabla p_0 + \nabla p' = -\rho_0 g \boldsymbol{k} + \nabla p' \tag{10}$$

を得るので、(7) の右辺第一項は、微少量 T', p' について一次までの近似で、

$$-\frac{1}{\rho}\nabla p \simeq g\boldsymbol{k} - \frac{1}{\rho_0}\nabla p' + \beta T' g \boldsymbol{k} \tag{11}$$

となる。これを (7) に代入すると、ブシネスク近似下での運動方程式 (1) が出てくる。

3.2 運動エネルギーの方程式

ここでブシネスク近似下での流体の運動エネルギーについて考えてみよう。そのためにまず (1) を

$$\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \rho_0 \nabla(\tfrac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2) - \rho_0 \boldsymbol{u} \times (\nabla \times \boldsymbol{u}) = -\nabla p' + \rho_0 \beta T' g \boldsymbol{k} \tag{12}$$

と書き直すと便利である。これはベクトル解析の公式（ランダウ, リフシッツ 1970, §2）

$$(\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = \nabla(\tfrac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2) - \boldsymbol{u} \times (\nabla \times \boldsymbol{u}) \tag{13}$$

を (1) の左辺第二項に適用すると直ちに出てくる。方程式 (12) と $\boldsymbol{u}$ との内積を取ると

$$\rho_0 \boldsymbol{u} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \rho_0 \boldsymbol{u} \cdot \nabla(\tfrac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2) = -\boldsymbol{u} \cdot \nabla p' + \rho_0 \beta T' g w \tag{14}$$

を得る。ここに w は流速 $\boldsymbol{u}$ の鉛直成分である。この方程式の左辺第一項は

$$\rho_0 \boldsymbol{u} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2) \tag{15}$$

のように書き直せる。一方で左辺第二項は、(2) に注意すると、

$$\rho_0 \boldsymbol{u} \cdot \nabla(\tfrac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2) = \nabla \cdot (\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2\boldsymbol{u}) - (\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2)\nabla \cdot \boldsymbol{u} = \nabla \cdot (\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2\boldsymbol{u}) \tag{16}$$

と書け、同様にして右辺第一項は

$$-\boldsymbol{u} \cdot \nabla p' = -\nabla \cdot (p'\boldsymbol{u}) \tag{17}$$

となる。以上より (14) は

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2) + \nabla \cdot \big\{(\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2 + p')\boldsymbol{u}\big\} = \rho_0 \beta T' g w \tag{18}$$

のように表現されることになる。

さて今考えている流体が、一定の体積 V を持つ領域 Ω の内部を満たしているものと仮定して、上で得られた方程式 (18) を、この領域にわたって積分してみよう。ガウスの発散定理により、左辺第二項の積分は

$$\int_\Omega \nabla \cdot \big\{(\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2 + p')\boldsymbol{u}\big\}\, dV = \int_\Sigma (\tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2 + p')\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n}\, dS \tag{19}$$

となる。ここに Σ は領域 Ω の境界で、$\boldsymbol{n}$ は Σ 上の外向き単位法線ベクトルである。固体境界上でそうであるように、境界 Σ 上で流速の法線成分 $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n}$ がゼロとなる場合には、この積分もゼロとなる。このとき

$$\frac{d}{dt}\int_\Omega \tfrac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{u}|^2 dV = \int_\Omega \rho_0 \beta T' g w\, dV \tag{20}$$

が得られる。この方程式の左辺が流体の運動エネルギーの時間変化率を表していることは明らかであろう。一方その右辺は、ブシネスク近似下での運動方程式 (1) の浮力項と呼ばれる右辺第二項に由来しており、単位時間に浮力のなす仕事と称されている（木村 1983, §9.3）。熱膨張係数 β は普通は正なので、比較的低温の流体が下降し、比較的高温の流体が上昇すると、流体の運動エネルギーが増加することが容易に理解できよう。

さてエネルギー方程式 (20) に基づいて深層循環のエネルギー源の問題を考察してみよう。この方程式の左辺の積分を深層循環の運動エネルギーとみなせば、右辺、すなわち浮力のなす仕事がそのエネルギー源ということになる。我々は今、固体境界で囲まれた領域を占める流体のように、外部との力学的エネルギーのやり取りがない状況を考えているので、この仕事は深層循環の運動エネルギーと他のエネルギー形態、具体的には位置エネルギーまたは内部エネルギー、との間のエネルギー変換を表しているはずである。ではこの浮力のなす仕事は、運動エネルギーと位置エネルギーとの間のエネルギー変換を表しているのであろうか、それとも運動エネルギーと内部エネルギーとの間の変換であろうか。

伝統的には、浮力のなす仕事は運動エネルギーと位置エネルギーとの間のエネルギー変換を表すものと認識されてきた（木村 1983, §9.3）。その理由は、ブシネスク近似下での運動方程式を導く際に用いた仮定 (8) に基づいて、以下のように理解することができる。すなわち、この仮定によれば、比較的低温の流体は比較的高密度、比較的高温の流体は比較的低密度ということになる。従って、比較的低温の流体が下降し、比較的高温

の流体が上昇するときには、既に見たとおり流体の運動エネルギーが増加する一方で、流体の重心位置は低下し、その結果として流体の位置エネルギーが減少するものと期待される。

ところが、である。ブシネスク近似下での運動方程式を導く際に用いた仮定 (8) は、実は物理的に見て容認しがたいものなのである。以下、その理由を説明しよう。

3.3 伝統的導出法の問題点

再び一定体積 V を持つ領域 Ω の内部を満たす流体を考え、この流体の質量 M を求めてみよう。もしこの流体の密度 ρ が (8) で与えられるならば、

$$M = \rho_0 V - \rho_0 \beta V \overline{T'} \tag{21}$$

が得られる。ただし $\overline{T'}$ は次式で定義される摂動温度の平均値である：

$$\overline{T'} = \frac{1}{V}\int_\Omega T' dV \tag{22}$$

この結果によれば、この流体の質量 M は流体の加熱・冷却に伴って変化することになる。これは質量の保存則に明白に違反しており、物理的に受け入れられるものではない。

次に (8) を用いて T' を ρ で表現してみよう：

$$T' = 1/\beta - \rho/\rho_0\beta \tag{23}$$

これを T' の方程式 (6) に代入すると

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\rho = \kappa\nabla^2\rho \tag{24}$$

が得られる。あるいは、流速の非発散条件 (2) に注意すると、この式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{j} = 0 \tag{25}$$

と書き直せる。ただし、

$$\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{u} - \kappa\nabla\rho \tag{26}$$

は質量が流れる速度を表すベクトルであり、質量流束密度と呼ばれる。質量流束密度は一般に流体の単位体積あたりの運動量であるので（ランダウ, リフシッツ 1970, §49)、それを密度 ρ で割ったものが単位質量あたりの運動量を与えることになる。ところが (26) を用いて計算してみると、流速 $\boldsymbol{u}$ は流体の単位質量あたりの運動量ではないという結論に到達してしまう。この結論もまた物理的に受け入れがたい。

以上から、流体の密度が摂動温度の一次関数であるという仮定 (8) は物理的に見て不合理なものであることが理解される。実はブシネスク近似の下では、流体の密度は一定であるとみなすべきなのである。このようにみなせば、流体の質量が加熱・冷却に伴って変化するような心配はない。さらに、いわゆる連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}) = 0 \tag{27}$$

が (25) に代わって成立し、流速 $\boldsymbol{u}$ が流体の単位質量あたりの運動量であることも保証される。

ここで一つの疑念が生じる。ブシネスク近似下での運動方程式中の浮力項は、§3.1 で見たとおり、流体の密度が摂動温度の一次関数であるという仮定 (8) に基づいて導かれてきた。流体の密度を一定とみなすと、もはや方程式中に浮力項を含めるべき論拠は失われてしまうのではないかと。だがこれは杞憂に過ぎない。次節で述べるように、流体の密度を一定とみなした上で、浮力項の必要性を示すことが可能なのである。

4　ブシネスク近似下での浮力

一様重力場中で静止している流体を考える。その密度 ρ は一定値 ρ_0 であるとみなす：

$$\rho = \rho_0 \tag{28}$$

その一方で、この流体の熱膨張係数 β はゼロではないものと仮定する：

$$\beta \neq 0 \tag{29}$$

我々の目標は、以上の二つの仮定の下で、運動方程式中に浮力項を含めることの正当性を示すことである。

さて今、この流体中の単位体積の流体塊に目をつけよう。我々はこの流体塊を流体塊 A と名付け、その温度は $T_0 + T'$ であると仮定する。次いで、この流体塊から微小距離 dz だけ鉛直上方にある同じく単位体積の流体塊を考え、これを流体塊 B と名付ける。流体塊 B の温度は $T_0 - T'$ であるものとする。どちらの流体塊もその質量は ρ_0 であることに注意しよう。以下では、これら二つの流体塊の位置を断熱準静的に入れ替える思考実験を行なってみることにする。

初めに流体塊 A に注目する。流体塊 A は流体塊 B との位置の入れ替えに伴って鉛直方向に dz だけ変位する。しかし断熱準静的過程を考えているので、その単位質量あたりのエントロピー s は不変である：

$$ds = 0 \tag{30}$$

この比エントロピー s を温度 T と圧力 p の関数とみなすと、ds は

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp \tag{31}$$

と表現できる。ところが熱力学でよく知られているとおり、c_p を流体の定圧比熱として、

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T} \tag{32}$$

が成立する。一方、流体塊の単位質量あたりの体積を v とすると、マックスウェルの関係式により、

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -v\beta \tag{33}$$

が得られる。ただしここで熱膨張係数 β の定義

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \tag{34}$$

を用いた。以上より (30) は

$$\frac{c_p}{T}dT - v\beta dp = 0 \tag{35}$$

と書き直せることが分かった。

上で得られた方程式 (35) を用いて、流体塊 B との位置の入れ替えに伴って生じる流体塊 A の温度変化を計算してみよう。この方程式を流体塊 A の温度が $T_0 + T'$ であることに注意しつつ dT について解くと、

$$dT = \frac{v\beta(T_0 + T')}{c_p}dp \tag{36}$$

を得る。他方、静止流体中において成立する静水圧平衡の式

$$\frac{dp}{dz} = -\rho_0 g \tag{37}$$

を利用すると、流体塊 A は鉛直方向に dz だけ変位しているから、

$$dp = \frac{dp}{dz}dz = -\rho_0 g dz \tag{38}$$

が得られる。これを $v = 1/\rho_0$ であることに注意しつつ (36) に代入すると、

$$dT = -\frac{\beta(T_0 + T')g}{c_p}dz \tag{39}$$

を得る。かくして流体塊 B との位置の入れ替えに伴って生じる流体塊 A の温度変化が求まった。同様にすれば、流体塊 A との位置の入れ替えに伴って生じる流体塊 B の温度変化が以下のように求められる：

$$dT = \frac{\beta(T_0 - T')g}{c_p}dz \tag{40}$$

さて、流体塊 A と流体塊 B の位置を断熱準静的に入れ替えた結果、これらの持つエネルギーにいかなる変化が生じたかを考えてみよう。これらの流体塊は入れ替え前もその後も静止しているので、運動エネルギーはゼロのまま不変である。一方で、質量 ρ_0 を持つ流体塊 A は位置の入れ替えに伴って $\rho_0 g dz$ の位置エネルギーを獲得したものの、代わりに同質量の流体塊 B が $\rho_0 g dz$ の位置エネルギーを失ったので、位置エネルギーも一定不変のままである。では内部エネルギーはどうであろうか。実は以下で説明するとおり、流体塊の位置の入れ替え前後で内部エネルギーは変化しているのである。

これを見るためにまず、位置の入れ替えを行なった後の流体塊 A の温度が

$$T_0 + T' - \frac{\beta(T_0 + T')g}{c_p}dz \tag{41}$$

になっていることに注意する。そこでこの流体塊から

$$\rho_0 c_p \left\{ 2T' - \frac{\beta(T_0 + T')g}{c_p}dz \right\} \tag{42}$$

だけの熱を除去すると、その温度は $T_0 - T'$ になることが分かる。同様に、位置の入れ替え後の流体塊 B に

$$\rho_0 c_p \left\{ 2T' - \frac{\beta(T_0 - T')g}{c_p}dz \right\} \tag{43}$$

だけの熱を加えるとその温度が $T_0 + T'$ になることも分かる。流体塊 A と流体塊 B の位置が入れ替わっていることを考慮すると、差し引き

$$2\rho_0 \beta T' g dz \tag{44}$$

だけの熱を加えれば、流体塊の位置の入れ替え前の状態、すなわち温度 $T_0 + T'$ の流体塊が温度 $T_0 - T'$ の流体塊の微小距離 dz だけ鉛直下方にある状態が復元されることが理解される。このことは、流体塊の位置の入れ替え後の内部エネルギーが、入れ替え前に比べて (44) だけ減少していることを示している。

この結果の意味するところを考えてみよう。我々は断熱準静的に流体塊の位置を入れ替えるという過程を考察し、この過程の前後で系の内部エネルギーが変化することを見出した。これはつまり、これらの流体塊にはもとより何らかの力が働いており、これらの力が上述の準静的過程に伴って仕事を行なったことを意味してい

る。これらの力を浮力と名付けよう。流体塊 A に働いている浮力を $\boldsymbol{F}_A$、流体塊 B に働いている浮力を $\boldsymbol{F}_B$ とすると、これらの行なった仕事は、流体塊 A の変位が $\boldsymbol{k}dz$、流体塊 B のそれが $-\boldsymbol{k}dz$ であるから

$$(\boldsymbol{F}_A - \boldsymbol{F}_B) \cdot \boldsymbol{k}dz \tag{45}$$

で与えられる。熱力学第一法則によれば、この仕事は内部エネルギーの減少量 (44) に等しい：

$$(\boldsymbol{F}_A - \boldsymbol{F}_B) \cdot \boldsymbol{k}dz = 2\rho_0\beta T'gdz \tag{46}$$

この式は、流体塊 A と流体塊 B にそれぞれ

$$\boldsymbol{F}_A = \rho_0\beta T'g\boldsymbol{k}, \quad \boldsymbol{F}_B = -\rho_0\beta T'g\boldsymbol{k} \tag{47}$$

で与えられる浮力が働いているとすれば矛盾なく説明される。

以上の結果は、T' が正負の値を取り得るものとして、次のように一般化される。すなわち (28), (29) なる仮定の下で、温度 $T_0 + T'$ の単位体積の流体には、次式で与えられる浮力 $\boldsymbol{F}$ が働く：

$$\boldsymbol{F} = \rho_0\beta T'g\boldsymbol{k} \tag{48}$$

従って、温度 $T_0 + T'$ の単位質量の流体に働く浮力 $\boldsymbol{F}/\rho_0$ は

$$\boldsymbol{F}/\rho_0 = \beta T'g\boldsymbol{k} \tag{49}$$

で与えられる。かくしてブシネスク近似下での運動方程式 (1) 中の浮力項の正当性が示された。さらに、浮力のなす仕事の源が内部エネルギーであることも、上の議論から明らかであろう。

最後に次の事実に注意しておく。流体塊 A と流体塊 B にかかる浮力として (47) の代わりに、例えば

$$\boldsymbol{F}_A = 2\rho_0\beta T'g\boldsymbol{k}, \quad \boldsymbol{F}_B = \boldsymbol{0} \tag{50}$$

とおいても (46) とは矛盾しない。これは基準温度を $T_0 - T'$ に変更したことに相当し、ブシネスク近似における基準温度の任意性に対応している。

5　まとめと議論

ブシネスク近似下で浮力を導出する際に利用される伝統的な方法には、質量の保存則に違背するという物理的に見て極めて深刻な問題点があった。そこでこれに代わるべき方法として、異なる高さに位置する異なる温度の流体塊を入れ替えて、その際のエネルギー変化を観察する方法を提案した。この方法により、ブシネスク近似下で質量の保存則に違背することなく浮力を導出することが可能になった。同時に、この近似下で浮力のなす仕事の源が内部エネルギーであることも示された。浮力のなす仕事は運動エネルギーを変化させる。よってこの仕事は、運動エネルギーと内部エネルギーとの間のエネルギー変換に対応するものと理解される。

ここで再び、§2 で見たかき混ぜ駆動深層循環理論について考えてみよう。この理論は、ブシネスク近似下で浮力のなす仕事の源が位置エネルギーである、という誤解を背景にして誕生したものである。この近似下での運動エネルギーの方程式 (20) によれば、深層循環の運動エネルギーの源は浮力のなす仕事である。浮力のなす仕事の源が位置エネルギーであるのなら、深層循環の運動エネルギーの源は結局位置エネルギーであるということになる。深層循環は止むことなく全海洋を巡っているのだから、そのエネルギー源である位置エネルギーには枯渇の危機が生じる。この位置エネルギー危機に臨んで、深層水を海洋表層にまで「引き上げ」るための奇妙なメカニズムを案出しなければならなかった、というのが理論誕生の実相である。

ブシネスク近似下で浮力のなす仕事の源が位置エネルギーであるという誤解は、§3.2 で見たように、この近似下で運動方程式を導く際に用いられた伝統的な仮定 (8) に根ざしている。この仮定は、温度変化に伴って流体の密度が変化する、という極めて直感的で分り易い内容のために、安易に受け入れられてきたものと思われる。ところが既に見たとおり、温度変化に伴う密度変化はブシネスク近似下では無視しなければならないものであり、その一方で、これを無視してもなお、熱膨張係数がゼロでない限り浮力は現れるのである。

本解説で示したとおり、浮力のなす仕事の源は内部エネルギーである。よって深層循環の運動エネルギーの源もまた内部エネルギーである。位置エネルギー危機は単なる幻想に過ぎなかった。エネルギーの観点から見れば、深層循環は内部エネルギーを運動エネルギーに変換する熱機関であって、赤道と極域の温度差により駆動されている。元来、かき混ぜ駆動深層循環理論が現れる以前には、多くの海洋物理学者は、漠然とそのように認識していたのである。今こそ奇妙な理論の呪縛から逃れて、正しい認識へと立ち返るべき時であろう。

参考文献

[1] 日比谷紀之, “海洋の中・深層における鉛直拡散強度の全球分布に関する理論的・観測的研究（2008 年度日本海洋学会賞受賞記念論文）,” 海の研究, 18 (2009), 115–134.

[2] 木村竜治, “地球流体力学入門 −大気と海洋の流れのしくみ−,” 東京堂出版 (1983).

[3] ランダウ, L. D., リフシッツ, E. M., “流体力学 1,” 東京図書 (1970).