

# 情報理論中間試験問題

注意 問題は裏にもあるので注意すること. 問5以外は答えの数値は分数で答えること.

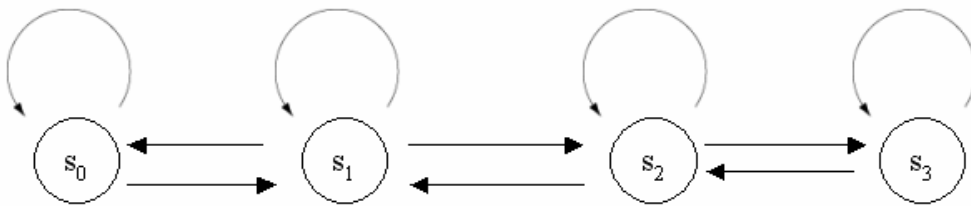
問1  $\{a,b\}$ の値をとる2つの確率変数  $X,Y$  について  $P_X(x), P_{Y|X}(y|x)$  が次のように与えら

れている.  $P_X(a) = \frac{1}{5}, P_X(b) = \frac{4}{5}, P_{Y|X}(a|a) = \frac{1}{4}, P_{Y|X}(a|b) = \frac{2}{3}$ . このとき

- (1)  $P_Y(a), P_Y(b)$  を求めよ.
- (2)  $P_{X|Y}(a|a), P_{X|Y}(b|a), P_{X|Y}(a|b), P_{X|Y}(b|b)$  を求めよ.

問2 2つの袋A,BがあつてAには白球2個, 赤球2個が, Bには白球1個, 赤球2個が入つていて, どの球の取り出される確率も等しいとする. そして, A,Bから球を1つずつ取り出し入れ替えるという作業を繰り返す. 袋Aに入っている白球の個数  $i$  を状態  $s_i$  で表す. よつて情報源  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$  である.

- (1) 状態遷移図を完成させよ (答案用紙に書くこと).



- (2) この情報源はエルゴードマルコフ情報源か, 正規マルコフ情報源か, それともそのどちらでもないのか? 答えとその理由を述べよ.
- (3) 仮定より初期分布  $u(0) = (0, 0, 1, 0)$  である. 時刻1および2における状態確率  $u(1), u(2)$  を求めよ.
- (4) この情報源の定常分布を求めよ.

問3 情報源  $S = \{a, b, c, d\}$  を次の表のように符号化した. 符号  $C_1 \sim C_6$  について以下の問に答えよ.

|   | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a | 0     | 00    | 1     | 01    | 000   | 1     |
| b | 01    | 01    | 01    | 010   | 001   | 01    |
| c | 10    | 10    | 000   | 10    | 01    | 0000  |
| d | 11    | 11    | 001   | 110   | 1     | 0011  |

- (1)  $C_1, C_4$  は一意に復号化不可能な符号らしい. 理由を述べよ.

(2) 情報源  $S$  の発生確率を  $S = \left\{ \begin{array}{l} a, b, c, d, \\ \frac{1}{15}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5} \end{array} \right\}$  とする. 瞬時符号のうちこの情報源に最も

適した符号はどれか? 理由をつけて述べよ.

問4 情報源  $S=\{a,b,c,d\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうか判定せよ.

- (1) (1, 2, 2, 2) の3元符号
- (2) (1, 2, 2, 2) の2元符号
- (3) (1, 2, 3, 3) の2元符号

問5 無記憶情報源  $S = \left\{ \begin{array}{l} a, b \\ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \end{array} \right\}$  を考える.

- (1) この情報源に対する2次拡大情報源  $S^2$  を求めハフマン符号化し, 1情報源記号あたりの平均符号長を求めよ.
- (2) 同様に3次拡大情報源  $S^3$  を求めハフマン符号化し, 1情報源記号あたりの平均符号長を求めよ.
- (3) さらにエントロピー  $H(S)$  を求め, 1次, 2次, 3次の順に1情報源記号あたりの平均符号長がエントロピー  $H(S)$  に近づくことを示せ.  $\log_2 3 = 1.584$  とする.