

# 環境数理モデル特論 A 問題集

これらの問題のうち 6 問以上を解き，提出

(本文中の(レ)の問題ならば 3 問以上で結構です)

a,b,c,d に対して次の符号化を考える.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
a	00	0	0	0	0	0
b	01	10	10	01	10	10
c	10	110	110	011	11	11
d	11	1110	111	111	01	0

(1)  $C_1 \sim C_6$  の符号木を 6 個書け.

(2)  $C_5$  も一意に復号可能な符号ではない. 2通りに復号化できる例を書け.

(3) (1) の符号木から瞬時符号はどの符号といえるか? すべて列挙せよ.  $C_1, C_2$  などの形式で答えること.

(4) 情報源 S の発生確率を  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b, & c, & d, \\ 0.6, & 0.25, & 0.1, & 0.05 \end{matrix} \right\}$  とする. (4) で求めた 瞬時符号 すべて

の平均符号長を計算せよ.

(5) (3) で求めた瞬時符号のうち, この情報源の符号化に最も適した符号はどれか? 理由も述べよ.

答	理由 :
---	------

(6) 情報源  $S=\{a,b,c,d,e,f\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうかクラフトの不等式により判定せよ. 構成できる場合は,  $S=\{a,b,c,d,e,f\}$  の具体的符号化を書け.

(2, 2, 2, 3, 3, 3) の 2 元符号

(7) 情報源  $S=\{a,b,c,d\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうかクラフトの不等式により判定せよ. 構成できる場合は,  $S=\{a,b,c,d\}$  の具体的符号化を書け.

(1, 1, 2, 2) の 3 元符号 (3 元符号に注意)

(8) 情報源  $S=\{a,b,c,d\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうかクラフトの不等式により判定せよ. 構成できる場合は,  $S=\{a,b,c,d\}$  の具体的符号化を書け.

(2, 2, 2, 3) の 2 元符号

(9) 情報源  $S=\{a,b,c,d\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうかクラフトの不等式により判定せよ。構成できる場合は、 $S=\{a,b,c,d\}$  の具体的符号化を書け。

(2, 2, 2, 2) の 2 元符号

(10) 情報源  $S=\{a,b,c,d\}$  に対する次の符号長を持つ瞬時符号が構成できるかどうかクラフトの不等式により判定せよ。構成できる場合は、 $S=\{a,b,c,d\}$  の具体的符号化を書け。

(1, 1, 2, 2) の 3 元符号 (3 元符号に注意)

(11)  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b \\ \frac{1}{4}, & \frac{3}{4} \end{matrix} \right\}$  とする。2 元 1 次エントロピー  $H_2(S)$  を  $\alpha + \beta \log_2 3$  の形で求めよ。

情報源  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b \\ \frac{1}{6}, & \frac{5}{6} \end{matrix} \right\}$  とする。

(12) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元シャノン-ファノ符号化の符号長を求めよ。

(13) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元シャノン-ファノ符号化の具体的符号化を求めよ。

(14) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元シャノン-ファノ符号化の 1 記号あたりの平均符号長  $L(S^2)/2$  を求めよ

情報源  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b \\ \frac{1}{6}, & \frac{5}{6} \end{matrix} \right\}$  とする。

(15) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元ハフマン符号化の符号長を求めよ。  
ハフマン符号化の図も書け。

(16) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元ハフマン符号化の具体的符号化を求めよ。

(17) 2 次拡大情報源  $S^2$  に対する 2 元ハフマン符号化の 1 記号あたりの平均符号長  $L(S^2)/2$  を求めよ

(18) X : 実際の天気 (結合) 確率分布, Y : 天気予報 (結合) 確率分布が次のように与えられている. このとき,

$P_{XY}(x, y)$		Y		$P_X(x)$
		晴	雨	
X	晴	3/9	2/9	5/9
	雨	1/9	3/9	4/9
$P_Y(y)$		4/9	5/9	

- (a) 平均情報量  $H(X)$  を求めよ  
 (b) 条件付エントロピー  $H(X|Y)$  を求めよ  
 (c) 相互情報量  $I(X;Y)$  を求めよ

(19) 次のような送信記号集合 A と通信路行列 T で表される通信路について以下の問いに答えよ.

$$A = \left\{ \begin{matrix} a_1 & a_2 \\ 3 & 2 \\ 5 & 5 \end{matrix} \right\}, T = \begin{pmatrix} \frac{7}{10} & \frac{2}{10} & \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

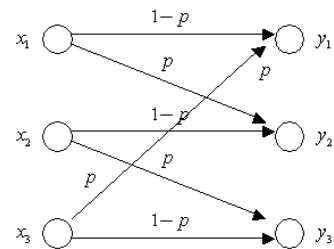
- (1) 通信路線図を描け  
 (2) 相互情報量  $I(A;B)$  を求めよ. ヒント (1) から  $H(A|B)=0$  がわかる.

(20) 次のような送信記号集合 A と通信路行列 T で表される通信路について以下の問いに答えよ.

$$A = \left\{ \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{matrix} \right\}, T = \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \\ 10 \\ 01 \end{pmatrix}$$

- (1) 通信路線図を描け  
 (2) 相互情報量  $I(A;B)$  を求めよ. ヒント (1) から  $H(B|A)=0$  がわかる.

(2 1) 3 つの送信記号  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$  を図の誤りのある通信路を通して伝送する場合を考える.  $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$  を受信記号とする. この通信路の通信路容量を計算せよ.



(2 2) 0 と 1 の 2 つの送信記号を同じ記号を 5 回繰り返して送るという符号化をして送信するとき, 平均誤り率を計算せよ. 復号は 00001 ならば 0, 10101 ならば 1 に復号といったように数の多い記号に復号するものとする.

(2 3) 情報源  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b, & c, & d, & e, & f \\ \frac{3}{31}, & \frac{4}{31}, & \frac{4}{31}, & \frac{5}{31}, & \frac{7}{31}, & \frac{8}{31} \end{matrix} \right\}$  を考える.

S に対する 2 元ハフマン符号化を行え.

(2 4)

- (1) 情報源 S を 2 つの独立な偏りの無いサイコロの目の合計からなる情報源とする. S の 2 元 1 次エントロピーを求めよ.
- (2) S の 2 元ファノージャノン符号の符号長を求めよ.
- (3) S の 2 元ファノージャノン符号の平均符号長を求めよ.

(2 5)

(1) 3 元符号で 5 個の要素をもつ情報源  $S = \left\{ \begin{matrix} a, & b, & c, & d, & e \\ P(a), & P(b), & P(c), & P(d), & P(e) \end{matrix} \right\}$  を考える.

確率  $P(a) \sim P(e)$  は正であるものとする. シャノンファノ符号化による平均符号長がちょうど 3 元 1 次エントロピー  $H_3(S)$  に一致するような  $P(a) \sim P(e)$  の値を求めよ. また, S の 3 元ファノージャノン符号の符号長を求めよ.

(2) 4 元符号で 7 個の要素をもつ情報源

$S = \left\{ \begin{matrix} a, & b, & c, & d, & e, & f, & g \\ P(a), & P(b), & P(c), & P(d), & P(e), & P(f), & P(g) \end{matrix} \right\}$  を考える. 確率  $P(a) \sim P(g)$  は正であるものとする.

シャノンファノ符号化による平均符号長がちょうど 4 元 1 次エントロピー  $H_4(S)$  に一致するような  $P(a) \sim P(g)$  の値を求めよ. また, S の 4 元ファノージャノン符号の符号長を求めよ.

(26)

1 から 6 の目をもつさいころを 3 回投げたとき、1 または 2 の出る回数を  $X$  とすると、 $X$  は 0,1,2,3 のいずれかの値をとる。このときそれぞれの確率は次のようになる。

$$X = \left\{ \begin{array}{cccc} 0, & 1, & 2, & 3 \\ \frac{8}{27}, & \frac{12}{27}, & \frac{6}{27}, & \frac{1}{27} \end{array} \right\}. \text{ 今 2 回目に投げたさいころが 1 または 2 をとるかどうかを表す確}$$

率変数を  $Y$  とし、 $Y=H$  のとき 1 または 2 がでる、 $Y=T$  のとき、1, または 2 が出ないを表すものとする。  $P(Y=H)=1/3, P(Y=T)=2/3$  とする。

- (1)  $H(X), H(Y)$  を求めよ。ただし  $\log_2 3 = 1.58$  とする。
- (2) 条件付エントロピー  $H(X|Y), H(Y|X)$  を求めよ。
- (3) 相互情報量  $I(X;Y), I(Y;X)$  を求め両者が一致していることを確かめよ。