

U 型肋骨船の抵抗に関する試論

別 所 正 利*

(昭和 41 年 3 月 31 日受付)

1. 緒 言

U 型肋骨船つまり横断面が長方形に近い船の抵抗は非常に大きいことはよく知られている。最近の巨大船では非常に肥えているため自然に U 型になり勝ちである。このような船型に球状船首を採用すると造波抵抗理論では全く説明のつかないほど抵抗が減少することが多いしまた実際そうであるらしい^{4) 5)}。

このような抵抗増加は従来船体周りの二次的な流れによる渦の発生に起因するものと考えられており、その大小は経験上からもまた実験例からも肋骨線の形状は言うまでもなく長さ方向の排水量分布にも大いに関係するように思われる。

本報告ではこの種の抵抗発生の機構について簡単な数学的模型を考えて、抵抗と船型の関連性を検討しようとするものである。

2. 現象の模型化

先ず簡単のために波の影響は無視し水面に関して上下対称な流れを考えよう。

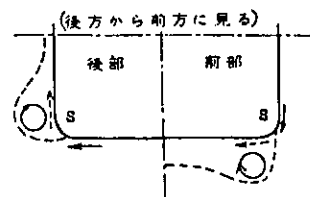
神中によって見事に示されたようにビルジに沿って前半部では下向きの後半部では上向きの流れがあるがこの部分の曲率が大きいと第 1 図に示すように流れは船体から離れて渦を生ずるものと考えられる⁶⁾。

このように流れが船体からはがれる点は長さ方向につながっていて流線の測定をすれば流線の交叉する線としてかなりはっきり識別することができる。

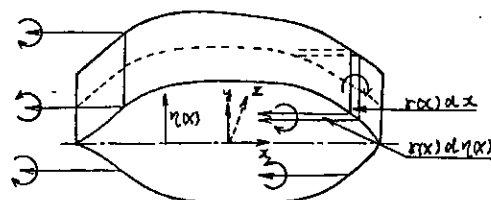
この時できる渦が抵抗増大の原因と考えられている訳であるから、まずこの渦の分布強さを決定することを考えよう。

そのためには例えば第 1 図の S 点において速度が零になるように渦の位置と強さをきめればよい訳であるが実際には S 点も渦もあらかじめ与えられている訳ではなく、未知の要素を含むものと考えられるのでこのような決め方は今の段階では非常に困難である。

そこで先ず船底は平らで横切面は長方形である場合を考えることにすれば S 点は明らかにビルジの角に来るであろう。



第 1 図



第 2 図

* 防衛大学校機械工学教室 助教授

次にこのようにしてできる渦は飛行機の翼端渦によく似ている所から第2図のような馬蹄形渦を考えて見よう。

そうすると船底はアスペクト比の小さい翼と見なせるから、今垂直方向の誘導速度を $w(x, y, z)$, $\gamma(x)dx$ を船側のサーキュレーション, $\eta(x)$ を船の半幅曲線とすると,

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\eta(x)}^{\eta(x)} \frac{\gamma(x') \frac{d\eta}{dx'} dx'}{\eta(x') - y} = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{\gamma(x') \frac{d\eta}{dx'} dx'}{\eta(x') - y} \quad (1)$$

となるから、さらに簡単化して中心線上で上の条件を満足するように γ を決めると

$$w(x, 0, 0) = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{\gamma(x')}{\eta(x')} \frac{d\eta}{dx'} dx', \quad (2)$$

あるいは

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx}(x, 0, 0) &= \frac{1}{\pi} \frac{\gamma(x)}{\eta(x)} \frac{d\eta}{dx}, \\ \eta(x) \frac{dw}{dx}(x, 0, 0) &= \frac{1}{\pi} \gamma(x) \frac{d\eta}{dx}. \end{aligned} \quad (3)$$

のようになる。

この時船側における横方向の速度は近似的に $U(d\eta/dx)$ で、サーキュレーションは $\gamma(x)dx$ であるから、誘導抵抗 D_i は

$$\begin{aligned} D_i &= -2\rho U \iint \gamma(x) \frac{d\eta}{dx} dx dz = -2\pi\rho U \iint \eta(x) \frac{dw}{dx}(x, 0, 0) dx dz \\ &= -4\pi\rho TU \int \eta(x) \frac{dw}{dx}(x, 0, 0) dx, \end{aligned} \quad (4)$$

ただし ρ は水の密度, U は船速, T は船の喫水とする。

さて w を求めるために簡単に考えて普通行なわれるように船側に $U/2\pi \partial\eta/\partial x$ の強さの吹出し分布を置くことが考えられる。これで w を計算するのはそんなに困難ではないが全体の見通しを得るのが難かしい。そこでもっと簡単にして断面の中心に吹出しを集中させるとその強さは

$$\frac{TU}{2\pi} \frac{\partial\eta}{\partial x}$$

となるから、Slender Body の考え方²⁾ で2次元的に考えると底面における誘起速度 $w(x, 0, 0)$ は,

$$\begin{aligned} w(x, 0, 0) &= \frac{TU}{2\pi} \frac{d\eta}{dx} \frac{\partial}{\partial z} \log |z - T| \Big|_{z=0} \\ &= \frac{U}{2\pi} \frac{\partial\eta}{\partial x}, \end{aligned} \quad (5)$$

これを (4) に代入すると

$$D_i = 2\rho T U^2 \int \eta(x) \frac{\partial^2 \eta(x)}{\partial x^2} dx. \quad (6)$$

が得られる。

また B を船の幅, L を船の長さとして,

$$\eta(x) = \frac{B}{2} f(\xi), \quad \xi = \frac{2}{L} x. \quad (7)$$

とおくと

$$C_{Di} = \frac{D_i}{\frac{\rho}{2} U^2 (2TB) \left(\frac{B}{L}\right)} = - \int_{-1}^1 f(\xi) f''(\xi) d\xi, \quad (8)$$

となる。

ここで

$$\left. \begin{array}{l} f(\pm 1) = 0, \\ f'(\pm 1) < \infty, \end{array} \right\} \quad (9)$$

なる条件があると (8) 式を部出積分して

$$C_{Di} = \int_{-1}^1 \{f'(\xi)\}^2 d\xi, \quad (10)$$

と書きかえることができる。

よく知られているように翼の誘導抵抗は迎え角の自乗に比例する。この抵抗も導き方からわかるようにそれと同じ性質のものを考えたのであるから (10) 式のように各断面の傾斜角の自乗積分の形で与えられるのは当然であろう。

3. 理論式の考察

さて (10) 式の形の方がまとまっているけれども f' が有限でない場合, f が有限な場合も考えた方がより広い範囲の船型を考えられることになるので以下では (8) 式を主にして考えることにする (式の誘導の過程から推論すればこれは必ずしも妥当ではないが)。

先ず放物線からなる船型を考えよう。

a)

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 1 - x^2 \\ f'(x) = -2x, \\ \therefore C_{Di} = \int_{-1}^1 (f'(x))^2 dx = 4 \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{8}{3} \end{array} \right\} \quad (11)$$

表面積を S とすると近似的に

$$S \doteq 4TL + \frac{4}{3} BL$$

であるから

$$r_i = \frac{D_i}{\frac{\rho}{2} V^2 S} = C_{Di} \frac{2BT(B/L)}{S} \quad (12)$$

とおくと今の場合

$$r_i = \frac{C_{Di}}{2} \frac{(B/L)^2}{(1+B/3T)} = \frac{4}{3} \frac{(B/L)^2}{(1+B/3T)} \quad (13)$$

となる。特に $B=3T$, $B=L/6$ とおくと

$$r_i = 0.0185$$

となるが、一方 2m 程度の模型を考えて今レイノルズ数が 1.5×10^6 程度とすると摩擦抵抗係数はシェンヘル式で約 0.004 であるから上の値はその 4.5 倍程度で文献 (5) の風洞実験値から見ると大体において首肯しうる値となる。

しかしすぐ比較できるような実験値もないしまたかなり差も大きいのでこれからただちにこの理論の妥当性を結論するわけにはゆかない。

b) 次に実船ではどうになっているかを検討するために $C_b = 0.80$ の肥大船型⁹⁾ の例を考えて見よう。

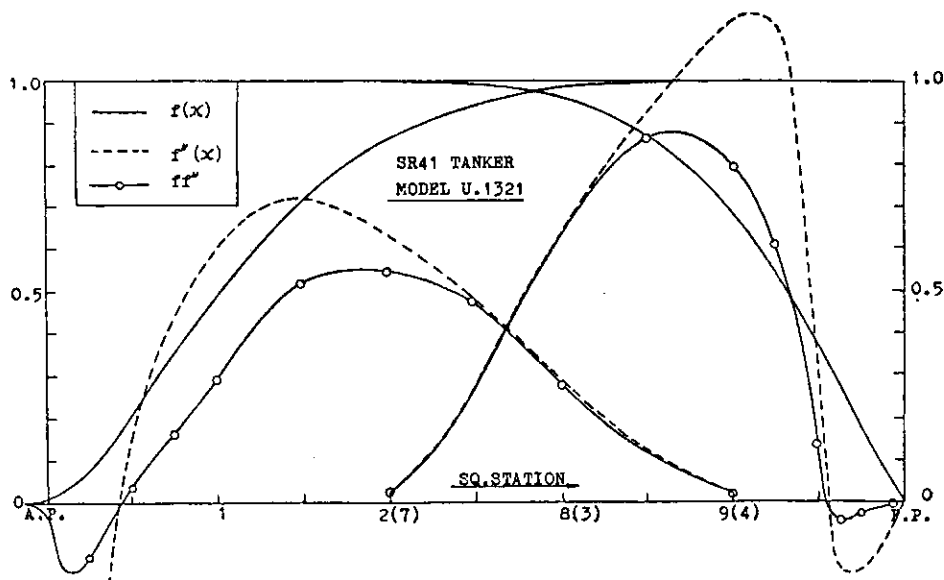
肋骨線は理論で仮定したような極端な U 型ではないけれども、簡単のために横切面積曲線を $f(x)$ にとって、図式的に微分して $f'(x)$ を求めて見ると第 3 図のようになり、これから数値積分によって次の値が求まる。

$$C_{Di} = \underbrace{2.77}_{FORE} + \underbrace{2.23}_{AFT} = 5.00 \quad (14)$$

r_i の形になおすと

$$r_i = 5 \left(\frac{B}{L} \right) \frac{T}{S} = 0.196$$

これは前の場合よりまた大きく、非現実的な値である。実際の肋骨線は経験的にフェアリ



第 3 図

ングされているので、このような極端な U 肋骨にすることはあり得ないが、不注意に U 肋骨を採用すると抵抗が増加することはよく知られていることであるから、この理論は一面の真理を表現していると考えられる。

また Saunders によれば船型の良否を決めるのに水線の曲率が大切であると言い、特に彼は船首尾からそれぞれ $1/4L$ の辺の船底付近の水線をやせさせる必要を強調している¹⁾。

また彼のあげた図から見れば良い船型では船首尾からそれぞれ $1/4L$ 位の所で曲率が零になっている¹⁾。

今の場合は船が肥っているのであるからこの $1/4L$ を肩と船首尾の真中辺と理解すべきであろう。

このような考えで見ると第3図からわかるようにこの船型では、勘甚の所で曲率が最も大きくなっており、従来の経験から考えても工合が悪いことになる。

またこのように考えて来ると (8) 式は Saunders の考えを理論づけることになり、実験値との不一致は別としても便利な式であると言えよう。

(もちろん彼の考えでは造波抵抗に対する考慮もはいつているので、このように簡単に考えるわけにはゆかないけれど)

c) 最後に極小値問題を考えよう。

先ず (8) 式の形で (9) 式の条件をつけると、明らかに

$$f''(x) = \text{Const}, \quad (15)$$

つまり放物線が解となるので (a) 項のようになる。

(9) 式の条件を除外すると (前節の理論がそのような場合にも一応適用できるとして) (8) 式を零にするような解がある。

例えば

$$\left. \begin{aligned} f_0(x) &= 1, \\ f_1(x) &= x, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

は明らかに (8) 式を零にする。

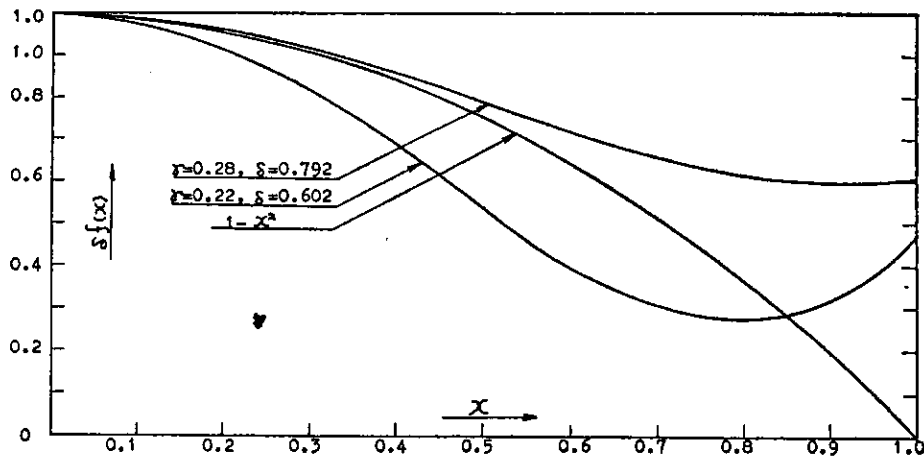
次に簡単なものをあげると、

$$\left. \begin{aligned} f_2(x) &= 1-3x^2, \\ f_3(x) &= 3x-5x^3, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

これらが (8) 式を零にすることは容易に計算できるがこれらは共に面積も零になるのであまり面白くない。

そこで次に 4 次式を考えて (8) 式を零にするものを求めよう。

$$\left. \begin{aligned} f_4(x) &= \frac{1}{\delta} \left[1 - \frac{3\gamma(1-\delta)}{(\gamma-0.1)} x^2 + \frac{(1-\delta)}{2(\gamma-0.1)} x^4 \right] \\ \int_{-1}^1 f_4(x) dx &= 2, \quad \int_{-1}^1 f_4(x) x^2 dx = 2\gamma \\ \frac{1}{\delta} &= 1 + \frac{5}{4} \frac{(1-3\gamma)(\gamma-0.1)}{\left(\gamma - \frac{1}{7}\right)}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$



第4図

ここに δ は面積係数であり上の第3式によって γ と関係があるが $\gamma < 1/7$ に対応する δ の値では $f_4(x)$ は負の部分を持つので興味がない。第4図には参考のために放物線と共に上式による計算値を例示してある。

このようにして次数を高めてゆけば多くの副条件を満足させることができるけれども(9)式の条件を満たすような関数では(10)式が成立つので恒等的に零になるもの以外はこの抵抗をなくする訳にはゆかない。しかし片方だけ例えば船尾においてだけ零になるような解は(18)に(17)の f_3 を適当に加えれば求めることができる。

さて第4図からこれらの水線形状は造波抵抗もまた小さいと予想されるものであることがわかる⁴⁾⁵⁾。このことは誘導抵抗と造波抵抗はその性質が非常によく似ている点⁶⁾からも首肯し得ることである。

また球状船首などは造波抵抗理論で予想されるよりもずっと抵抗を減少させる効果を持つらしいことがわかって来た⁴⁾⁵⁾がその理由の一端はこのような所にもあると考えられる。

また一方このような船首尾のふくらみは摩擦抵抗の形状影響も小さいと考えられる⁹⁾ので前述のようなSaundersの見解はこれらの理論的側面から見ても誠にこの本質をついているものと言うことができよう。

このように(8)式は定性的な説明には誠に好都合であるけれども(b)項で見たように定量的には桁はずれな値となる点でその妥当性を疑わせるものがある。

もちろんこの場合実際の船型特に船尾ではフェアリングされているので理論の仮定と違って実際にはずっと小さいはずである。この点を考慮に入れるには第1図に示したS点がどこに来るか検討しなければならないけれど、これには境界層の問題を考えねばならないであろうし、またもちろん横切面の細かい形状が大いに関係するであろうから大変面倒になる。しかもInuidの場合のように断面の曲率変化がゆるいものでは抵抗が小さいことが知られているので、そのような場合は今考えているような抵抗はほとんどないと考えられ、問題はますます複雑になる。

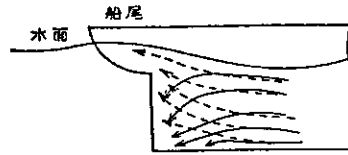
しかしこのように考えて来ると(c)項の考察が教えることはこの種の抵抗増加はInuidの場合のようにビルジ部の曲率を小さくすることによっても防げるがまた一方長さ方向の排水量分布を調整することによっても防ぐことができるということである。

4. 船体後半部について

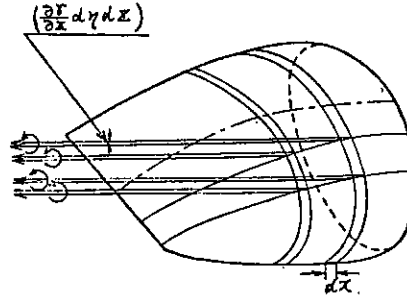
前節までの考察では船底は平らであるとし、渦はビルジから第2図のように流出する場合を頭に描いていた訳である。船首部は一般に U 型肋骨であることが多いしまた渦は船底に出て行く他に道はないのでこれは実際の現象にかなり忠実な模型化であると考えられる。

しかし船尾部では単純な U 型肋骨線を採用することはまれであり、また船首に比してより平坦にフェアリングされるのが普通であって、流線の観察によれば第5図の如く船側に大きい渦を考えた方がよいように思われ、第2図のような単一の馬蹄形渦を考えるのは当を得ていないと思われる。

そこで渦を第6図のように z -方向に分布させて、今度は y -方向の分速度 $v(x, z)$ を打消すように渦分布が決められるものとする (1)~(3) 式と同様にアスペクト比が十分小さいものとして



第 5 図



第 6 図

$$\frac{\partial}{\partial x} v(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T \frac{\frac{\partial \gamma}{\partial z}(x', z') \frac{\partial \eta}{\partial x}(x', z')}{z' - z} dz' \quad (19)$$

が得られる。

ところで

$$v(x, z) \doteq U \frac{\partial \eta}{\partial x}(x, z)$$

であるから

$$U \frac{\partial^2}{\partial x^2} \eta(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T \frac{\frac{\partial \gamma}{\partial z'} \frac{\partial \eta}{\partial x'}}{z' - z} dz', \quad (20)$$

となる。

先ずこの式で U 肋骨の場合を考えて見よう。 η が z 方向に一定であるとする、

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{2Uz}{\sqrt{T^2 - z^2}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \eta(x). \quad (21)$$

となる。この式から実際下流に流れ出す渦は前節までの仮設のように船底近くに集中していることは確からしいと思われる。

またこの式から渦強さは曲率に比例する点では (3), (5) と同じであるが後者はさらに η に比例するのに対し今度は z に比例する点異なる点であるが共に曲率変化の重要性を示していると言う意味では同じような内容を持っていると言えよう。

(21) 式を z で積分して (4) 式と同様に誘導抵抗を求めれば

$$\begin{aligned}
 [D_i]_{AFT} &= -2\rho U \iint \gamma(x, z) \frac{\partial \eta}{\partial x} dx dz = -2\pi\rho U^2 T^2 \int \frac{\partial^2}{\partial x^2} \eta dx \\
 &= 2\rho U^2 \pi T^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \eta(x) \right]_{A.P.}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

したがって A. P. における水線傾斜が零ならばこの抵抗は零になることになりこれは二次元翼型の圧力抵抗と同じ法則にしたがうことになる。

また (6) 式と比較すると (6) 式では B^2T に比例したのに上式では BT^2 に比例することになって上述の点と共に大分趣きが違っているが B も T も今は同じオーダーの小さい量と考えているのであるから、オーダーの点では両式は等しいと言える。

抵抗を減小させる方法は (6) 式と (22) 式では大分異なることになるが船尾については上にのべた二次元的な圧力抵抗のこともあるので (22) 式による方が望ましいとも考えらる。

さて (20), (21) 式から渦強さは曲率に比例するから、長さ方向に曲率の符号が変わる、つまり船尾で言えば船尾付近で水線が凹んでいるときは渦巻の方向が変わって肩の辺から流出する渦と打消し合うことになっている (このために抵抗は (22) 式で与えられるように船尾の水線傾斜で決まる)。

しかし実際の船型では船尾の水面付近では常に第5図に示すようになっていてこのようにはなっていない。

これはこの考察が実状に合っていないためもあるだろうが、一方ではこの辺には厚い恐らくは剝離を起こした境界層が存在することを考えると必ずしもそのように言いきれるものではない。

すなわち今考えた渦の層は第5図からもわかるように実際には境界層とその外側のポテンシャル流れの境い目にあると考えた方がよからう。そうすると上の式などで考えたものはむしろこの境界面にとった方が合理的であることになる。このように考えて来ると、もはや境界層を考慮に入れなくては問題は解決しないし、また理論の妥当性も疑わしくなってくるので、細かい議論は止める。

所で (20) 式で肋骨線が渦にどのように関係するかを考えて見よう。

この式では水線の曲率の深さ方向の分布が渦の強さをきめるのであって、肋骨線が U 型か V 型かと言うことは直接渦には関係しない形になっている。しかし U 型肋骨の場合はその曲率が上下方向に一樣であるから (21) 式のような渦分布が得られ、一方 V 型肋骨では水面付近では相対的に水線曲率が小さくなるはずであるから、計算するまでもなく水面付近の渦は U 型の場合に比し小さくなると考えられる。今の理論ではそのような差異にもとづく抵抗変化を定量的に表現することはできないけれども、経験から推測してそのような渦を小さくすれば抵抗も小さくなると考えられるので、このような差異は V 型肋骨の場合に抵抗が小さいと言う実験的事実をある程度説明していると思われる。

この考えをおし進めて (20) 式から水面もしくは底面付近の曲率を真中辺のそれよりどんどん小さくし、かつできれば逆にすれば、もっと都合がよいように思われる。この方針を船尾近くで実行し、さらに前節の考察を加味すると肋骨線は中程のくびれた水面の幅の広い、いわゆるホグナー型船尾に似たもの出来上がるであろう。

4. 結 論

以上を要約すると、

極端な U 型肋骨船の抵抗は非常に大きいことが知られているが、水面の影響を無視し単純化して Slender body の理論を適用するとビルジ部から流出する渦系から誘導抵抗を算出することができ (8) あるいは (10) 式で与えられる。また船尾については (22) 式がよいかもしれない。

(8) 式から算出される抵抗値は実験値よりもかなり大きい値を与えるようであるが、定性的に見ると従来の経験によく一致しているように見える。

そこでもし理論が妥当であるとするこの種の抵抗増加を防ぐには肋骨線を V 型にする方法の他に横切面積曲線を検討する方法もあることになり、それは球状乃至円筒状船首を採用するがよいということである。

次に (22) 式による抵抗値は二次元的圧力抵抗と同じように船尾流出角に比例する。しかし、これは少し現象を単純化しすぎているきらいがあり、あまり現実性がないように思える。しかし渦分布を決定する (20) 式によれば肋骨線が U 型か V 型かが直接それに関係しているのではなくて、喫水方向の曲率分布が重要であることを示しており、このことは船尾形状の働きを理解する上に大きい暗示を与えるものである。

このような原因に基づく抵抗は従来あまり注目されなかったものであるが、最近における船型の肥大化にともなって、ややもすると肋骨線は U 型化し、また横切面積曲線は第 3 図でもわかるように SQ. ST. $1\frac{1}{2}$ および 9 番の近くでその曲線が最大になる傾向を生じやすい。

ところがこのことは共に従来の経験ではよくないこととされていたことであって、今考えた理論はこのような事情を定性的によく説明している。

しかもまた望ましい排水量分布は造波抵抗の面からも望ましいものであり、かつはまた摩擦抵抗の形状影響をも減らし得るものであると考えられ、船尾形状も従来良い結果を得ているものが良さそうであるということであるから定量的な点を除けば、難点はなく、さしあたりこのような考察に基づいて線図の計画を行なうのは妥当であと考えられる。

参 考 文 献

- 1) H. E. Saunders: "Hydrodynamics in Ship Design", Vol. 2, Chap. 67, S. N. A. M. E., 1957.
- 2) B. Thwaites: „Incompressible Aerodynamics" Oxford, 1960.
- 3) 丸尾 孟: 造船協会々報 81 号 (昭和 24 年 7 月)
- 4) 別所正利: 造船協会論文集 115 号 (昭和 39 年 6 月)
- 5) 佐藤 茂外: 同 上 118 号 (昭和 40 年 12 月)
- 6) 神中竜雄: 同 上
- 7) 別所正利: 防大理工学研究報告第 2 巻第 3 号 (昭和 39 年 9 月)
- 8) 日本造船研究協会報告 第 31 号 (昭和 35 年 11 月)

On a Theory of the Resistance of the U-frame Ship

By Masatoshi BESSHO*

Abstract

It is well known that the resistance of a ship having extremely U-type frame lines is very large, and observed that the ship sheds out strong vortex filaments from the bilge lines in the down-stream.

In this paper, the author tries to calculate the strength of these vortex filaments under the very idealized conditions, and proposes a formula to calculate their induced resistance. He also considers its minimum problem and observes that there are ship shapes with round ends to have no induced resistance except the theoretical ambiguity at end points.

There are few experiments to verify clearly this theoretical results, but at least it does not contradict the past experiences with respect to the optimum ship shapes.

* Assistant Professor; Dept. of Mechanical Engineering, Defense Academy.