

A-191

1985-MD-01

(SR8-4)

浅水波の一次元理論

別所 正利

One dimensional theory of shallow water wave

Masatoshi Bessho

Oct. 8, 1985

運動性能研究委員会

浅水波の一次元理論

別冊54

浅水で平面波のみ存在するような場合は、
一次元的に伝播して行くのが大要論である。

浅水の仮定では速度は深さ方向に不変であるから
物体等としては水平平板と垂直で底まで達する平板
しか扱えないけれど、見通しが楽である。

内容

1. 解と力およびモーメント

2. 平板 (水平)

- i) ~ vi) 解.
- vi) 進波と退波
- vii) 反射と透過
- viii) 波の消滅

3. 壁と平板

- i) 壁と水平な平板
- ii) 傾いた壁

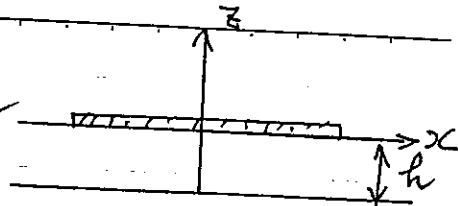
4. 端部上下可動平板

5. 前進速度のある場合

- i) 上下動 ($V > c$)
- ii) 横ゆれ (")
- iii) 散乱 (")
- i) 上下ゆれ ($V < c$)
- ii) 巨てゆれ (")
- iii) 散乱 (")

1. 解と力 およびモード *

$e^{i\omega t}$ なる因子を除いて (速度ポテンシャル
の満たすべき条件は.



$$\varphi_{xx}(x) + K^2 \varphi(x) = 0, \quad (1.1) \quad (K^2 = \frac{\omega^2}{gh})$$

又平板の 垂直変位を $z(x)$ とすると.

$$\varphi_{xx}(x) + \frac{i\omega}{h} \varphi(x) = 0, \quad (1.2) \quad (\text{以上})$$

圧力 $p(x)$ は 静水圧を除いて

$$p(x)/\rho = -i\omega \varphi(x), \quad (1.3) \quad \frac{i\omega}{h} \varphi = \frac{\omega^2}{gh} \varphi$$

今

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x) &= -i\omega X \phi(x) \\ \zeta(x) &= X z(x) \end{aligned} \right\} (1.4) \quad \zeta = -\frac{i\omega}{g} \varphi$$

X は 運動振幅

$$\zeta = -\frac{i\omega}{g} \varphi = -\frac{\omega^2}{g} X \phi(x)$$

又 λ 対しては (振幅を a とし) x の正方向から来る波に:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x) &= i\frac{ga}{\omega} \phi_0(x), \quad \phi_0(x) = e^{ikx} \\ \zeta_0 &= a e^{ikx}, \quad z_0(x) = \frac{\omega^2}{g} e^{ikx} \end{aligned} \right\} (1.5)$$

散乱ポテンシャルは

$$\varphi_d(x) = \frac{i ga}{\omega} \phi_d(x), \quad (1.6)$$

および 規格化しておこう。
そうすると (1.1), (1.2), (1.3) は

$$\varphi_{xx} + K^2 \varphi = 0, \quad \text{for free surface} \quad (1.1')$$

$$\varphi_{xx} = \frac{z}{h}, \quad \text{on flat plate} \quad (1.2')$$

$$p/\rho = -\omega^2 X \phi, \quad (p_0 + p_d)/\rho = ga(\phi_0 + \phi_d), \quad (1.3')$$

深い水面に浮く平板の問題, 昭48.10.28

力とモーメントは

$$\left. \begin{aligned} Z &= \int p dx = -\rho \omega^2 X \int \phi dx, \\ M &= \int p x dx = -\rho \omega^2 X \int \phi x dx, \end{aligned} \right\} (1.7)$$

又 左右方向には 2-方向の速度 ($u = \phi_x$) は一定と考えているので 垂直平板として厚み h (等しい) のしか考えられす。これについて 水平力は

$$S = p h = -\rho \omega^2 h X \phi(x) \quad (1.8)$$

又 モーメントは 0 である。

水平平板の上下動について 下添字 2 を附すると

$$Z_2(x) = 1 \quad \text{for } |x| < h, \quad (1.9)$$

2-方向について 下添字 3 を附すると

$$Z_3(x) = x \quad \text{for } |x| < h, \quad (1.10)$$

$$\int_{-h}^h \phi_2 dx = f_{2,2}, \quad \int_{-h}^h \phi_3 x dx = f_{3,3}, \quad (1.11)$$

とかくと

$$\left. \begin{aligned} Z &= -\rho \omega^2 X_2 f_{2,2} \\ M &= -\rho \omega^2 X_3 f_{3,3} \end{aligned} \right\} (1.12)$$

又 垂直平板については 左右動が考えられないうので 下添字 1 で示すと

$$S = -\rho \omega^2 X_1 f_{1,1}, \quad f_{1,1} = h \phi_1(x), \quad (1.13)$$

この強制力は 垂直平板では完全反射であるから

平板の $x=3$ の点にあり、

$$\phi_d(x) = e^{-ikx+2ik3}, \quad \phi_0(x) = e^{ikx}, \quad (1.14)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} (\phi_0 + \phi_d) \right) \Big|_{x=3} = 0$$

故

$$S_w = 2\rho g a h e^{ik3}, \quad (1.15)$$

水平な板に対しては 後述する

$$\begin{pmatrix} Z_w \\ M_w \end{pmatrix} = \rho g a \int (\phi_0 + \phi_d) \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} dx, \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \int_{-b}^b \phi_d z_0 dx &= h \int_{-b}^b \phi_d \phi_{zz} dx = h \int_{-b}^b \phi_{zz} \phi_{dxx} dx \\ &= - \int_{-b}^b \phi_{zz} z_0 dx = - \int_{-b}^b \phi_{zz} e^{ikx} dx, \quad (1.17) \end{aligned}$$

よって今

$$H_j(k) = \int_{-b}^b e^{ikx} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} - \phi_j \right) dx, \quad (1.18)$$

と置く

$$\begin{pmatrix} Z_w \\ M_w \end{pmatrix} = \rho g a \begin{pmatrix} H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

2. 平板 (水平)

i) 上下動 $z=1$ において.

$$\phi(x) = \frac{1}{h} \left(\frac{x^2}{2} + C \right) \quad \text{for } |x| < b,$$

$$\phi(x) = A^{\pm} e^{\mp i k x} \quad \text{for } x \gtrless b$$

$$\phi(b) = \frac{1}{h} \left(\frac{b^2}{2} + C \right) = A^+ e^{-i k b} = A^- e^{-i k b}$$

$$\phi_x(b) = \frac{1}{h} (b) = -i k A^+ e^{-i k b}$$

$$\therefore A^+ = A^- = \frac{i b}{k h} e^{i k b},$$

$$C = -\frac{b^2}{2} + \frac{i b}{k},$$

$$f_{22} = \frac{1}{h} \int_{-b}^b \left[\frac{x^2 - b^2}{2} + \frac{i b}{k h} \right] dx = -\frac{2 b^3}{3 h} + \frac{2 i b^2}{k h},$$

ii) 揺りね

 $z=x$ において.

$$\phi(x) = \frac{1}{h} \left(\frac{x^3}{6} + C x \right)$$

$$\phi(b) = \frac{b}{h} \left(\frac{b^2}{6} + C \right) = A^+ e^{-i k b} = -A^- e^{-i k b}$$

$$\phi_x(b) = \frac{1}{h} \left(\frac{b^2}{2} + C \right) = i k A^+ e^{-i k b}$$

$$A^+ = -A^- = -\frac{b^3 e^{i k b}}{3 h (1 + i k b)},$$

$$C = -\frac{b^2}{6} - \frac{b^2}{3(1 + i k b)},$$

$$\frac{1}{15} - \frac{1}{9} = \frac{3-5}{45}$$

$$f_{33} = \frac{1 b^5}{15 h} + \frac{1}{h} \frac{2 b^3}{3} C = -\frac{2 b^5}{45 h} - \frac{2 b^5}{9 h (1 + i k b)}$$

$$= -\frac{b^5}{h} \left\{ \frac{2}{45} + \frac{2}{9(1 + k^2 b^2)} \right\} + \frac{2 i k b^6}{9 h (1 + k^2 b^2)},$$

$$\frac{b^6}{9 h^2} \cdot k h$$

iii) 散射波 $\phi_0 = e^{ikx}$ 入射波 $Z_0 = -\frac{\omega^2}{g} e^{ikx}$
 以下 ϕ_d 是 ϕ 的修正项

$$\phi = -e^{ikx} + C + Dx, \text{ for } |x| < b$$

$$= A^+ e^{ikx}, \text{ for } |x| > b$$

$$\left. \begin{aligned} C + Db - e^{ikb} &= A^+ e^{-ikb} \\ C - Db - e^{-ikb} &= A^- e^{-ikb} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} D - ik e^{ikb} &= -ik A^+ e^{-ikb} \\ D - ik e^{-ikb} &= ik A^- e^{-ikb} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} ik(C + Db) + D &= 2ik e^{ikb} = ikC + (1 + ikb)D \\ ik(C - Db) - D &= 0 = ikC - (1 + ikb)D \end{aligned} \right\}$$

$$C = e^{ikb}, \quad D = \frac{ik e^{ikb}}{1 + ikb}$$

$$A^+ = e^{2ikb} \Rightarrow \frac{D}{ik} e^{ikb} = \left(1 - \frac{1}{1 + ikb}\right) e^{2ikb}$$

$$= \frac{ikb}{1 + ikb} e^{2ikb}$$

$$(A^- + A^+) ik e^{-ikb} = ik (e^{ikb} - e^{-ikb})$$

$$\therefore A^- + A^+ = e^{2ikb} - 1$$

$$A^- = \frac{e^{2ikb}}{1 + ikb} - 1$$

$$\int_{-b}^b (\phi_0 + \phi_d) dx = 2bC = 2b e^{ikb} = 2ikb A_2^+ //$$

$$\int_{-b}^b (\phi_0 + \phi_d) x dx = \frac{2}{3} b^3 D = \frac{2ikb^3 e^{ikb}}{3(1 + ikb)} = 2ikb A_3^- //$$

そこで $\phi_0 = e^{-ikx}$ つまり x の正方向に向う入射波の場合
は同様にして.

$$C = e^{ikb}, \quad D = \frac{-ik}{1+ikb} e^{ikb},$$

$$A^+ = \frac{e^{2ikb}}{1+ikb} - 1, \quad A^- = \frac{ikb}{1+ikb} e^{2ikb}$$

となり力の方向も上下方向は同じでモーメントのみ符号異なる。

→ したがって原点に垂直壁がある場合は両者を加えて

$$\phi_0 = e^{ikx} + e^{-ikx}$$

$$\phi_0 + \phi_d = 2C \quad \text{for } |x| > b.$$

$$= e^{2ikb-i kx} + e^{-ikx}, \quad \text{for } x > b.$$

$$e^{2ikb+i kx} + e^{-ikx}, \quad \text{for } x < b$$

波の強制力は

$$Z_w = \rho g a \int_0^h (\phi_0 + \phi_d) dx = \sqrt{\frac{\rho g a}{2b}} C = \sqrt{\frac{\rho g a}{2b}} e^{ikb}$$

$$M_w = \frac{Z_w}{k}$$

又 壁に伝わる力は

$$S_w = (p_0 + p_d)_{x=0} h = 2\rho g a h e^{ikb} = \frac{2}{b} Z_w //$$

iv) 同等關係

$$\Sigma_w = 2\rho g a b e^{ikb} = 2\rho g a i k h A_2^-$$

$$M_w = 2\rho g a i k h A_3^-$$

$$f_{22} = -\frac{2b^3}{3h} + i \frac{2kh}{1} |A_2^+|^2$$

$$f_{33} = -\frac{2b^3}{45h} \left(1 + \frac{5}{1+K^2b^2}\right) + 2i k h |A_3^+|^2$$

$$A_d^+ + A_d^- + 1 = e^{2ikb} = -A_2^+ / A_2^-$$

$$-A_d^+ + A_d^- + 1 = \frac{1 - i k b}{1 + i k b} e^{2ikb} = A_3^+ / A_3^-$$

$$A_2^+ = |A_2| e^{i\alpha_2}, \quad A_3^- = |A_3| e^{i\alpha_3}$$

$$\alpha_2 = Kb + \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_3 = \pi + Kb + \tan^{-1}(Kb)$$

$$|A_2| = \frac{b}{Kh}, \quad |A_3| = \frac{b^3}{3h\sqrt{1+K^2b^2}}$$

V) 運動方程式

空位入射波中の運動は、

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{X}_2 + p g (2b) \dot{X}_2 &= Z + Z_w \\ I \ddot{X}_3 + p g M \overline{GM} \dot{X}_3 &= M + M_w \end{aligned} \right\}$$

今 $i\omega X_2 = U_2$, $i\omega X_3 = U_3$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} U_2 Z_2 &= Z_w \\ U_3 Z_3 &= M_w \end{aligned} \right\}$$

と書くと

$-\omega^2 M$

$$Z_2 = -i p \omega f_{22} + i \left[\omega M - \frac{2 p g b}{\omega} \right]$$

$$= 2 p \omega k h |A_2|^2 + i \left[\omega M + \frac{2 p b^3 \omega}{3 h} - \frac{2 p g b}{\omega} \right]$$

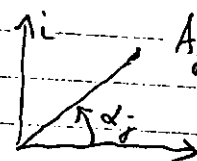
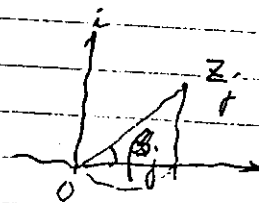
$$Z_3 = i \left[\omega I - \frac{p g M \overline{GM}}{\omega} \right] - i p \omega f_{33}$$

$$= 2 p \omega k h |A_3|^2 + i \left[\omega I + \frac{2 b^5}{45 h} \left(\frac{1}{1+k^2 b^2} \right) - \frac{p \omega M \overline{GM}}{\omega} \right]$$

$$Z_j = 2 p \omega k h |A_j|^2 \frac{e^{i \beta_j}}{\omega \cos \beta_j} \quad \text{と書く}$$

$$U_j = \frac{2 p g i k h A_j}{2 p \omega k h |A_j|^2} e^{+i(\beta_j - \beta_j)} \frac{e^{i \beta_j}}{\cos \beta_j}$$

$$= \frac{i g e^{+i(\beta_j - \beta_j)}}{\omega |A_j|} \frac{e^{i \beta_j}}{\cos \beta_j}$$



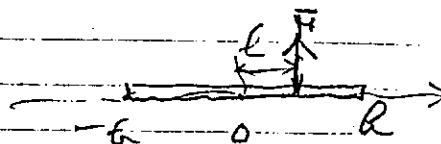
以上以外の Damping があふ場合も次のようにかくこととしよう。

$$Z_j = (1 + \gamma) \cdot 2 p \omega k h |A_j|^2 \frac{e^{i \beta_j}}{\cos \beta_j}$$

~~と書く~~

vi) 透波推進

問の長 l 2 F 受ける問題から
加わった運動は



$$X_2 = \frac{F}{i\omega Z_2}, \quad X_3 = \frac{lF}{i\omega Z_3},$$

出て行く波は

$$A^+ = -\frac{\omega^2}{g} (X_2 A_2^+ + X_3 A_3^+), \quad \text{for } x > 0$$

$$A^- = -\frac{\omega^2}{g} (X_2 A_2^- + X_3 A_3^-) = -\frac{\omega^2}{g} (X_2 A_2^+ - X_3 A_3^+), \quad x < 0$$

今 $A^+ = 0$ とするから l 2

$$X_2 / X_3 = -A_3^+ / A_2^+ = \frac{Z_3}{l Z_2}$$

また l 2

$$\frac{|A_3|^2 \cos \beta_2}{l |A_2|^2 \cos \beta_3} e^{i(\beta_3 - \beta_2)} = -\frac{A_3^+}{A_2^+} = + \frac{|A_3|}{|A_2|} \frac{e^{i\beta_3}}{e^{i\beta_2}}$$

$$l = + \left| \frac{A_3}{A_2} \right| \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_3} //$$

$$\left| \frac{A_3}{A_2} \right| = \frac{l^3}{3 h \sqrt{1 + K^2 l^2}} \times \frac{K h}{l} = \frac{K l^2}{3 \sqrt{1 + K^2 l^2}}$$

この時

$$A^- = -2 \frac{\omega^2}{g} X_2 A_2^+ = + 2 i \frac{\omega}{g} \frac{A_2^+}{Z_2} F$$

$$= i \frac{(\cos \beta_2) F}{\rho g K h |A_2|} e^{i(\beta_2 - \beta_2)} = i \frac{\cos \beta_2}{\rho g h} F e^{i(\beta_2 - \beta_2)}$$

堆力は $T = \frac{\rho g h}{2} |A^-|^2$, (13は 2 行 12)

明らかに $\beta_2 = 0$ つまり上下同調時に T は最大となる。

A を得るために回路内板の偏心重量⁽¹⁾ (w) を考えると

$$F = \frac{w}{g} r \omega^2 / B, \quad [B \text{ は } y \text{ 方向の幅}]$$

$$\therefore A^- = \frac{w}{P g^2 B} \cdot \frac{r \omega^2}{B} = \frac{w}{P g B^2} \cdot \frac{r \omega^2}{g}$$

一方上下同調時に

$$\omega^2 = \frac{2 P g B}{M + \frac{2 P B^2 l^3}{3 h}}$$

$$\therefore A^- = \frac{2 w r}{g \left[M + \frac{2 P B^2 l^3}{3 h} \right]}$$

平板は抵抗 R に釣合うよう動き出すからその速度を V とすると

$$R = \frac{P}{2} B^2 V^2 C_R$$

$$= T = \frac{P g B}{2} |A^-|^2$$

$$\therefore V = |A| \sqrt{\frac{g}{2 C_R}}$$

効率は

$$\eta = \frac{R V}{T V_w} = \frac{V}{\sqrt{g h}} = \frac{|A|}{\sqrt{2 h C_R}}$$

vii) 反射波と透過波

この正方向からの単位入射波に對し、反射波、透過波の振幅は

$$A_R = A_d^+ - \frac{\omega^2}{g} (X_2 A_2^+ + X_3 A_3^+)$$

$$A_T = 1 + A_d^- - \frac{\omega^2}{g} (X_2 A_2^- + X_3 A_3^-)$$

ここで

$$\frac{\omega^2}{g} X_j A_j^{\pm} = e^{i(2\alpha_j - \beta_j)} \cos \beta_j, \quad A$$

$$\begin{cases} 1 + A_d^- + A_d^+ = e^{2i\alpha_2} \\ 1 + A_d^- - A_d^+ = e^{2i\alpha_3} \end{cases}$$

$$A_R + A_T = e^{2i\alpha_2} (1 - 2e^{-i\beta_2} \cos \beta_2) = -e^{2i(\alpha_2 - \beta_2)}$$

$$A_T - A_R = e^{2i\alpha_3} (1 - 2e^{-i\beta_3} \cos \beta_3) = -e^{2i(\alpha_3 - \beta_3)}$$

$$A_T = 0 \quad \text{なる } \omega \text{ がある}$$

$$\alpha_2 - \beta_2 - (\alpha_3 - \beta_3) = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$A_R = 0 \quad \text{なる } \omega \text{ がある}$$

$$\alpha_2 - \beta_2 - (\alpha_3 - \beta_3) = 2n\pi$$

n は正負の整数

$$\text{したがって } A_T = 0 \text{ になる } \omega$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} + kL, \quad \alpha_3 = \pi + kL - \tan^{-1} kL \quad \text{を代入すると}$$

$$\beta_3 - \beta_2 = (2n+1)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} kL = -\tan^{-1} kL \pmod{n\pi}$$

$$\omega \text{ がある}$$

viii) 波消し
前節で

$$\frac{\omega^2}{f} \chi_j A_j^- = \frac{e^{i(2\alpha_j - \beta_j)}}{1 + \gamma_j} \cos \beta_j$$

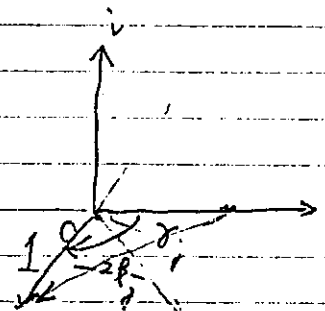
と波減衰の γ_j 倍の減衰を追加すると

$$A_R + A_T = \frac{e^{2i\alpha_2}}{1 + \gamma_2} (\gamma_2 - e^{-2i\beta_2})$$

$$A_T - A_R = \frac{e^{2i\alpha_3}}{1 + \gamma_3} (\gamma_3 - e^{-2i\beta_3})$$

これらの最も簡単な case は

$$A_T = A_R = 0 \quad \text{for} \quad \left(\begin{array}{l} \gamma_2 = \gamma_3 = 1, \\ \beta_2 = \beta_3 = 0 \end{array} \right)$$



$A_T = 0$ の場合は

$$\frac{e^{2i\alpha_2}}{1 + \gamma_2} (\gamma_2 - e^{-2i\beta_2}) = \frac{e^{2i\alpha_3}}{1 + \gamma_3} (\gamma_3 - e^{-2i\beta_3})$$

これは複雑な関係である。

3. 壁と平板

i) 壁と平板 (右図)

平板の上下動による力は

$$= \frac{\omega^2}{g} X_2 A_2^+ =$$

合計力は (入射波を除いて)

$$e^{2ikx} - i k x$$

それ故に必ず反射波が一定になるように

$$e^{2ikx} = \frac{\omega^2}{g} X_2 A_2^+ = -\frac{i\omega}{g} \frac{Z_w A_2^+}{Z_2}$$

$$Z_w = -2\rho g \cdot i k h A_2^-$$

$$Z_2 = \frac{1}{2} Z_{20}, \quad (Z_{20} \text{ は 水深 } h \text{ の場合の impedance})$$

$$= \frac{1+\gamma}{2} \cdot 2\rho\omega k h |A_0|^2 e^{i\beta_2} \cos\beta_2,$$

$$-\frac{i\omega}{g} \frac{Z_w A_2^+}{Z_2} = \frac{-2}{1+\gamma} e^{2ikx - i\beta_2} \cos\beta_2$$

 $\therefore \gamma = 1, \beta_2 = 0$ の時反射波はなくなる。

= 故に 板の上下動で 壁に 働く 水平力は

$$S = -\rho\omega^2 h X_2 \phi_2(0) = -\rho\omega^2 X_2 \left(\frac{ih}{k} - \frac{h^2}{2} \right),$$

時の水平力は

$$S_w = \frac{h}{e} Z_w = -\frac{2\rho g h}{e} i k h A_2^-$$

それ故に $S + S_w = 0$ なるように

$$\frac{h}{b} Z_W = \rho \omega^2 X_2 \left(\frac{i h}{K} - \frac{h^2}{2} \right)$$

$$i \omega X_2 = \frac{Z_W}{Z_2}$$

$$\frac{h}{b} = \frac{\rho \omega}{Z_2} \left(\frac{h}{K} + \frac{i h^2}{2} \right)$$

$$Z_2 = (1 + \gamma) \rho \omega K h |A_2|^2 e^{i \beta_2} / \cos \beta_2$$

$$= \frac{\rho \omega h^2}{K h} \left(1 + \frac{i K h}{2} \right)$$

$$|A_2|^2 = \left(\frac{\omega}{K h} \right)^2$$

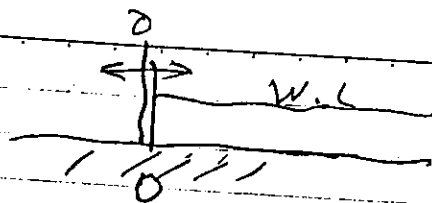
$$\frac{e^{i \beta_2}}{\cos \beta_2} = \frac{1 + \frac{i K h}{2}}{1 + \gamma} = 1 + i \tan \beta_2$$

2nd part $\gamma = 0$ to 1st

$$\tan \beta_2 = \frac{K h}{2}$$

ii) 動く垂直壁

板中 X_1 で壁が左右に動く



$$\varphi(x) = A_1^+ e^{-ikx}$$

$$i\omega X_1 = \varphi_x(0) = -ik A_1^+$$

$$A_1^+ = -\frac{\omega}{k} X_1$$

$$\begin{aligned} \text{左右力 } S_1 &= -i\omega \rho h \varphi(0) = -i\omega \rho h A_1^+ \\ &= \frac{i\rho \omega^2 h}{k} X_1 = i\rho g h^2 k X_1 \end{aligned}$$

流体中では

$$\begin{aligned} S &= -\frac{k^2 h}{i\omega} \varphi = -\frac{i\omega}{k} \varphi \\ &= \frac{i\omega^2}{2k} X_1 e^{-ikx} = i\hbar k X_1 e^{-ikx} \end{aligned}$$

一方散乱波は (入射波の反射波) は e^{-ikx} .

それ故

$$ik\hbar X_1 = -1, \quad X_1 = \frac{i}{k\hbar}, \quad A_1 = -\frac{i\omega}{k^2 \hbar}$$

とおくとき反射波は消える。

この時

$$\varphi(x) = A_1^+ e^{-ikx} = -\frac{\omega}{k^2 \hbar} e^{-ikx}$$

$$\varphi_x(x) = -\frac{\omega}{k\hbar} e^{-ikx}$$

$$\varphi_{xx}(x) = -\frac{2k}{\omega} e^{ikx}, \quad \frac{\rho \hbar}{\omega} = \frac{2k^2}{k\omega} = \frac{\omega}{k\hbar}$$

それ故壁の動きは入射波粒子のその動きに等しい。

運動方程式は

$$-\omega^2 M X_1 + R X_1 = -S_1 + S_w = -i \rho g h^2 K X_1 + 2 \rho g h$$

$$i \omega X_1 = \frac{S_w}{Z_2} = \frac{-2 \rho g h}{Z_2}$$

$$i \omega Z_2 = -\omega^2 M + R + i \rho g h^2 K$$

$$Z_2 = \frac{\rho g K h^2}{\omega} + i \left[\omega M - \frac{R}{\omega} \right]$$

共振時は

$$i \omega X_1 = \frac{-2 \rho g h \omega}{\rho g K h^2} = -\frac{2 \omega}{K h}$$

$$\therefore X_1 = \frac{2i}{K h}$$

これは、滴の消えた時の値であるから結局

何時も、ように 1 は以外の減衰を 1 はと同じだけ

附加すればよい。

又、平衡に傾く力が 0 になることは

$$S_1 + S_w = 0, \quad i \rho g h^2 K X_1 = -2 \rho g h a$$

$$K X_1 = \frac{2i a}{-R}$$

よか、 S_1 は X_1 と 90° 位相が異なるが added mass term

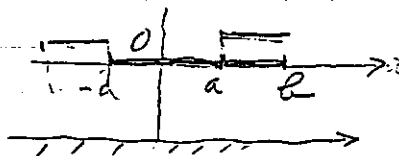
つまり reactance 成分はない！

4. 端部上下可動平板

図の $a \sim b$ の部分が上下可動板とする。

$\pm a$ の部分は固定板として扱う。

左右対称に上下下のポテンシャルを ϕ_4 }
 " 反 " " " ϕ_5 }
 としよう。



$$\begin{aligned} \phi_4 &= C \quad \text{for } |x| < a, \\ \phi_4 &= \frac{x^2}{2h} + Dx + E \quad \text{for } a < x < b, \\ &= A^+ e^{-ikx} \quad \text{for } x > b \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} -h \phi_{4xx} = 1 \equiv Z$$

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{a^2}{2h} + aD + E, \\ 0 &= \frac{a}{h} + D \end{aligned} \right\} \quad C = -\frac{a^2}{2h} + E,$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{b^2}{2h} + bD + E &= A^+ e^{-ikb} \\ \frac{b}{h} + D &= -iKA^+ e^{-ikb} \end{aligned} \right\} \quad \frac{b}{h} (1 + i\frac{kb}{2}) + D(1 + ikb) + iKE = 0$$

$$iKE = +\frac{a}{h} (1 + ikb) - \frac{b}{h} (1 + \frac{ikb}{2})$$

$$E = \frac{a-b}{ikh} + \frac{ab - \frac{b^2}{2}}{h}$$

$$\therefore C = -\frac{(a-b)^2}{2h} + \frac{a-b}{ikh} = \frac{i(b-a)}{2Kh} \left[1 + \frac{ik(b-a)}{2} \right]$$

$$A_4^+ = \frac{b-a}{-ikh} e^{ikb} = A_4^- \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\begin{aligned} \int_a^b \phi_4 dx &= \frac{1}{6h} (b^3 - a^3) + \frac{D}{2} (b^2 - a^2) + E(b-a) \\ &= (b-a) \left[+\frac{b^2 + a^2 + ab}{6h} = \frac{(b+a)}{2} \cdot \frac{a}{h} + \frac{ba - \frac{b^2}{2}}{h} + \frac{a-b}{ikh} \right] \\ &= \frac{(b-a)}{h} \left[-\frac{a^2}{3} + \frac{2}{3}ab - \frac{b^2}{3} + i \frac{b-a}{K} \right] // \\ &= \frac{(b-a)^2}{h} \left[\frac{i}{K} - \frac{(b-a)}{3} \right] // \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_s &= cx \quad \text{for } |x| < a \\ \phi_s &= \frac{x^2}{2\hbar} + Dx + E \quad \text{for } b > x > a \\ &= A_s^+ e^{-iKx} \quad , \quad \text{for } b < x \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} ca &= \frac{a^2}{2\hbar} + aD + E \\ C &= \frac{a}{\hbar} + D \end{aligned} \right\} \quad E = \frac{a^2}{2\hbar}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{b^2}{2\hbar} + Db + \frac{a^2}{2\hbar} &= A_s^+ e^{-iKb} \\ \frac{b}{\hbar} + D &= -iKA e^{-iKa} \end{aligned} \right\} \quad \frac{a}{\hbar} (1 + \frac{iKb}{2}) + D (1 + iKa) + \frac{iK}{2\hbar} a^2 = 0$$

$$D = \frac{-1}{1 + iKa} \left[\frac{b}{\hbar} + \frac{iK}{2\hbar} (a^2 + b^2) \right]$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{a}{\hbar} + D = \frac{a(1 + iKa) - b - \frac{iK}{2}(a^2 + b^2)}{\hbar(1 + iKa)} \\ &= \frac{(a - b)}{\hbar(1 + iKa)} \left[1 - \frac{iK}{2}(a - b) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_s^+ &= \frac{e^{iKb}}{-iKh(1 + iKa)} \left[b(1 + iKa) - b - \frac{iK}{2}(a^2 + b^2) \right] \\ &= \frac{b(b^2 - a^2)}{2\hbar(1 + iKa)} e^{iKb} \end{aligned}$$

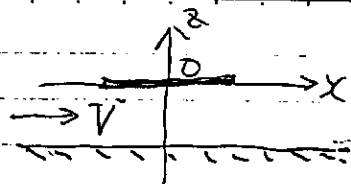
主部の波の強制力をなくすには 端部折れは $K(b-a)$ に

逆比例例 1 なければならぬ ので $(b-a)$ が大きい かつ K が 大きくないと うまくない。

5. 前進速度のある場合

物体に固定した座標系
に対して速度 V で移動する

$$\varphi(x) e^{i\omega_e t}$$



のように書ける。ただし、

ω_e : 観測者の周波数

$$g h \varphi_{xx}(x) e^{i\omega_e t} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \varphi(x) e^{i\omega_e t} = 0$$

$$\varphi_{xx}(x) e^{i\omega_e t} + \frac{1}{gh} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \varphi(x) e^{i\omega_e t} = 0$$

つまり、

$$g h \varphi_{xx}(x) + (i\omega_e + V \frac{\partial}{\partial x})^2 \varphi(x) = 0$$

$$\varphi_{xx}(x) + \frac{1}{gh} (i\omega_e + V \frac{\partial}{\partial x})^2 \varphi(x) = 0$$

$$\zeta(x) = -\frac{1}{gh} (i\omega_e + V \frac{\partial}{\partial x})^2 \varphi(x)$$

$$\text{だから } \frac{1}{\rho} p(x) = -(i\omega_e + V \frac{\partial}{\partial x})^2 \varphi(x),$$

$$\text{一般解を } \varphi = e^{ikx} \text{ とおくと } (k^2 = \omega_e^2 / gh = (\frac{\omega_e}{c})^2)$$

$$k^2 gh = (\omega_e + kV)^2 = \omega_e^2$$

$$\omega_e = \omega \left(\frac{V}{c} \pm 1 \right), \quad c = \sqrt{gh} \\ \Rightarrow k(V \pm c)$$

今

$$K_1 = \frac{\omega_e}{V+c}, \quad \begin{cases} K_2 = \frac{\omega_e}{V-c} & \text{for } V > c \\ K_2 = \frac{\omega_e}{c-V} & \text{for } V < c \end{cases}$$

とおく

$V > c$ の時は

$$\varphi = A e^{-ik_1 x} + B e^{-ik_2 x}$$

で第1項は $(V+c)$ の速さで右方向に進み、第2項は $(V-c)$ で右方向に進む。なのであるか、音速に座標系から見ると第2項は左方向に進んでいるものである。

 $V < c$ の時は

$$\varphi = A e^{-ik_1 x} + B e^{ik_2 x}$$

2の時、第2項の波速は $c(>V)$ なので左方向に進む事が出来る。

$$\omega_e + k_1 V = \omega_1$$

$$\omega_1 = \omega_e \frac{c}{V+c}$$

$$\omega_e + k_2 V = \omega_2 \quad \text{for } V > c$$

$$\omega_2 = \omega_e \frac{-c}{V-c}$$

$$\omega_e + k_2 V = \omega_2 \quad \text{for } V < c$$

$$\omega_2 = \omega_e \left(1 + \frac{V}{c-V}\right)$$

$$= \omega_e \frac{c}{c-V}$$

$$\zeta = -\frac{i\omega}{\omega_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \varphi(x)$$

単位振幅の入射波ポテンシャルは

$$\varphi = \frac{i g}{\omega_1} e^{-ik_1 x}$$

(何波)

$$+ \frac{i g}{\omega_2} e^{-ik_2 x} \quad \text{for } V > c$$

$$+ \frac{i g}{\omega_2} e^{ik_2 x} \quad \text{for } V < c$$

(進波)

② $V > 0$ の場合

i) 上下動

$$\psi = \chi_2 \quad \text{for } |x| < l$$

$$\psi_{xx} + \frac{i\omega e}{\hbar} \chi_2 = 0 \quad \text{for } |x| < l$$

$$\psi = -\frac{i\omega e}{\hbar} \chi_2 \left(\frac{x^2}{2} + Cx + D \right) \quad \text{for } |x| < l$$

$$\psi = 0 \quad \text{for } x < -l$$

$$\psi = A e^{-ik_1 x} + B e^{-ik_2 x} \quad \text{for } x > l$$

$$\psi = \frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} \left(\frac{(x+l)^2}{2} \right) \quad \text{for } |x| < l$$

$$\frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} 2l^2 = A e^{-ik_1 l} + B e^{-ik_2 l}$$

$$\frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} 2l = -i(k_1 A e^{-ik_1 l} + k_2 B e^{-ik_2 l})$$

$$\frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} 2l (ik_2 l + 1) = i(k_2 - k_1) A e^{-ik_1 l}$$

$$\frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} 2l (-ik_1 l + 1) = i(k_1 - k_2) B e^{-ik_2 l}$$

$$\frac{p}{p} = - (i\omega e) \frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} \left(\frac{(x+l)^2}{2} \right) - V \frac{\omega e \chi_2}{\hbar i} (x+l)$$

$$\int_{-l}^l \frac{p}{p} dx = -\frac{\omega e^2 \chi_2}{2\hbar} \frac{l^3}{3} + iV \frac{\omega e \chi_2}{2\hbar} l^2 = \frac{2iV \omega e \chi_2}{\hbar} l^2 \left(1 + \frac{3i\omega e l}{3V} \right)$$

$$\int_{-l}^l (x+l)^2 x dx = \int_{-l}^l [(x+l)^3 - l(x+l)^2] dx = \frac{(2l)^4}{4} - l \frac{(2l)^3}{3} = \frac{4}{3} l^4$$

$$\int_{-l}^l (x+l) x dx = \frac{2l^3}{3}$$

$$\frac{1}{p} \int p x dx = i \frac{2}{3} \frac{\omega e \chi_2}{\hbar} l^3 V \left(1 + i \frac{l \omega e}{V} \right)$$

ii) 積分せよ.

$$S = X_3 x$$

$$\varphi_{xx} = - \frac{X_3}{h} (i\omega_e x + V)$$

?

$$\varphi = - \frac{iX_3\omega_e}{h} \frac{x^3}{3} + \frac{X_3V}{h} \frac{x^2}{2} + Cx + D$$

V

$$+ \frac{iX_3\omega_e}{h} \frac{h^3}{3} - \frac{X_3V}{h} h^2 - C + D = 0$$

$$= - \frac{iX_3\omega_e}{h} \frac{h^3}{3} + \frac{X_3V}{h} h + C = 0$$

h

$$- \frac{iX_3\omega_e}{h} \frac{h^3}{3} + \frac{X_3V}{h} h^2 + D = 0$$

$$\varphi = - \frac{iX_3\omega_e}{h} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{h^3}{6} - \frac{h^2x}{2} \right) - \frac{X_3V}{h} (x+h)^2$$

$$\varphi|_{x=b} = \frac{i\omega_e}{3h} X_3 h^3 - \frac{2Vh^2}{h} X_3 = A e^{-ik_1 h} + B e^{-ik_2 h}$$

$$\varphi|_{x=l} = - \frac{i\omega_e}{2h} X_3 h^2 - \frac{2Vh}{h} X_3 = -ik_1 A e^{-ik_1 h} - ik_2 B e^{-ik_2 h}$$

$$\frac{i\omega_e}{h} X_3 h^2 \left(\frac{ik_2 h}{3} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2Vh}{h} X_3 (ik_2 h + 1) = i(k_2 - k_1) A e^{-ik_1 h}$$

$$\frac{i\omega_e}{h} X_3 h^2 \left(\frac{ik_1 h}{3} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2Vh}{h} X_3 (ik_1 h + 1) = -i(k_1 - k_2) B e^{-ik_2 h}$$

$$\frac{p}{pX_3} = - \frac{\omega_e^2}{h} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{h^2x}{2} - \frac{h^3}{6} \right) + \frac{iV\omega_e}{2h} (x+h)^2$$

$$+ \frac{iV\omega_e}{h} \left(x^2 - \frac{h^2}{2} \right) + \frac{V^2}{2h} (x+h)$$

$$\int \frac{p}{pX_3} dx = - \frac{\omega_e^2}{3h} h^4 + \frac{i\omega_e V}{h} h^3 + \frac{2V^2}{h} h^2$$

$$x^4 = \frac{2h^5}{5}$$

$$\int \frac{p x dx}{pX_3} = - \frac{\omega_e^2}{3h} h^5 + \frac{iV\omega_e}{h} h^4 \cdot \frac{2}{3} + \frac{V^2}{3h} h^3$$

$$\frac{2}{15} - \frac{2h}{243}$$

$$= \frac{2-5}{15}$$

iii) 散乱 同様に $\varphi_0 = \frac{ig}{\omega_1} e^{-ik_1 x}$

$$\varphi_d = 0 \quad \text{for } x < -b$$

$$\varphi_d = -\varphi_0 + Cx + D \quad \text{for } |x| < b$$

$$\varphi_d = A e^{-ik_1 x} + B e^{-ik_2 x} \quad \text{for } x > b$$

$$\varphi_0(b) = -bC + D = \frac{ig}{\omega_1} e^{ik_1 b} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} D = \left(\frac{ig}{\omega_1} + \frac{gk_1 b}{\omega_1} \right) e^{ik_1 b}$$

$$\varphi_0(-b) = C = \frac{gk_1}{\omega_1} e^{ik_1 b}$$

$$bC + D - \frac{ig}{\omega_1} e^{-ik_1 b} = A e^{-ik_1 b} + B e^{-ik_2 b}$$

$$C - \frac{gk_1}{\omega_1} e^{-ik_1 b} = -ik_1 A e^{-ik_1 b} - ik_2 B e^{-ik_2 b}$$

$$C(1 + ik_2 b) + ik_2 D + \frac{g}{\omega_1} (k_2 - k_1) e^{-ik_1 b} = i(k_2 - k_1) A e^{-ik_1 b}$$

$$C(1 + ik_1 b) + ik_1 D + \frac{g}{\omega_1} (k_1 - k_2) e^{-ik_2 b} = i(k_1 - k_2) B e^{-ik_2 b}$$

$$\frac{p}{p} = -(i\omega_e + V \frac{\partial}{\partial x})(\varphi_0 + \varphi_d) = -i\omega_e (Cx + D) - VC$$

$$\int \frac{p}{p} dx = -2i\omega_e b D - 2VCb = -\frac{2gVb k_1}{\omega_1} e^{ik_1 b}$$

$$= -\frac{2i\omega_e b g}{\omega_1} (i + b k_1) e^{ik_1 b} - \frac{2gVb k_1}{\omega_1} e^{ik_1 b}$$

$$= \frac{2g b}{\omega_1} e^{ik_1 b} \left[-\sqrt{k_1^2 + \omega_e^2} - i k_1 b \omega_e \right]$$

$$\int \frac{p}{p} x dx = -i\omega_e C \cdot \frac{2}{3} b^3 = -\frac{2ig\omega_e b^3 k_1}{\omega_1} e^{ik_1 b}$$

② $V < 0$ の場合

i) 上下重力 (単位振幅)

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= B^- e^{ik_2 x} && \text{for } x < -b \\ \varphi &= -\frac{i\omega_e}{\hbar} \left(\frac{x^2}{2} + Cx + D \right) && \text{for } -b < x < b \\ \varphi &= A^+ e^{-ik_1 x} && \text{for } x > b \end{aligned} \right\}$$

$$B^- e^{-ik_2 b} = \frac{\omega_e}{\hbar i} \left(\frac{b^2}{2} - bC + D \right)$$

$$ik_2 B^- e^{-ik_2 b} = \frac{\omega_e}{\hbar i} (-b + C)$$

$$\frac{i\omega_e}{\hbar i} \left(\frac{b^2}{2} + bC + D \right) = A^+ e^{-ik_1 b}$$

$$\frac{\omega_e}{\hbar i} (b + C) = -ik_1 A^+ e^{-ik_1 b}$$

$$(1 + ik_2 b)C - ik_2 D = \left\{ \begin{array}{l} b + \frac{ik_2}{2} b^2 \\ -b - \frac{ik_1}{2} b^2 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} k_1 \\ k_2 \end{array} \right\} \quad \left(\begin{array}{l} (1 + ik_1 b) \\ (1 + ik_2 b) \end{array} \right)$$

$$(1 + ik_1 b)C + ik_1 D = -b - \frac{ik_1}{2} b^2$$

$$C = \frac{b(k_1 - k_2)}{k_1 + k_2 + 2ik_1 k_2 b}$$

$$D = \frac{-b(2 + ik_2 b + ik_1 b) - \frac{1}{2} b^2 [k_1(1 + ik_2 b) + k_2(1 + ik_1 b)]}{i[k_1(1 + ik_2 b) + k_2(1 + ik_1 b)]}$$

$$B^- = \frac{i\omega_e}{\hbar} e^{ik_2 b} \frac{-b^2(k_1 - k_2) + b(2 + ik_1 b + ik_2 b)}{k_1 + k_2 + 2ik_1 k_2 b}$$

$$= \frac{2\omega_e}{\hbar} e^{ik_2 b} \times \frac{b(1 + ik_1 b)}{k_1 + k_2 + 2ik_1 k_2 b}$$

$$A^+ = \frac{2b\omega_e}{\hbar k_1} e^{ik_1 b} \times \frac{k_2(1 + ik_2 b)}{k_1 + k_2 + 2ik_1 k_2 b}$$

$$\int \frac{p}{r} dx = -i\omega_e \int \varphi dx - V[\varphi]_0^L$$

$$\int \frac{p}{r} x dx = -i\omega_e \int \varphi x dx - V \left[x\varphi \Big|_0^L - \int \varphi dx \right]$$

$$\int \varphi dx = \frac{\omega_e}{i\hbar} \left(\frac{L^3}{3} + 2bD \right), \quad [\varphi]_0^L = \frac{\omega_e}{i\hbar} (2b)C$$

$$\int \varphi x dx = \frac{\omega_e}{i\hbar} C \frac{2}{3} L^3, \quad \int x p_x dx = \frac{\omega_e}{i\hbar} \cdot \frac{2}{3} L^3$$

$$\int \frac{p}{r} dx = -\frac{\omega_e^2}{\hbar} \left(-\frac{L^3}{3} + 2bD \right) + i\frac{2b}{\hbar} \omega_e V C$$

$$\int \frac{p}{r} x dx = -\frac{2\omega_e^2}{3\hbar} C L^3 + i\frac{2}{3\hbar} V L^3 \omega_e$$

ii) 糸でゆれ. $\zeta = x$.

$$\varphi = B^- e^{i k_2 x} \quad \text{for } x < -b.$$

$$\varphi = -\frac{1}{\hbar} \left(i \omega_e \frac{x^3}{6} + \frac{V}{2} x^2 + Cx + D \right),$$

$$\varphi = A^+ e^{-i k_1 x} \quad \text{for } x > b$$

$$B^- e^{-i k_2 b} = -\frac{1}{\hbar} \left(-i \omega_e \frac{b^3}{6} + \frac{V}{2} b^2 + bC + D \right),$$

$$i k_2 B^- e^{-i k_2 b} = -\frac{1}{\hbar} \left(i \omega_e \frac{b^2}{2} - Vb + C \right),$$

$$A^+ e^{-i k_1 b} = -\frac{1}{\hbar} \left(i \omega_e \frac{b^3}{6} + \frac{V}{2} b^2 + bC + D \right),$$

$$-i k_1 A^+ e^{-i k_1 b} = -\frac{1}{\hbar} \left(i \omega_e \frac{b^2}{2} + Vb + C \right)$$

$$C(-1 + i k_2 b) - i k_2 D = -i \omega_e \frac{b^2}{2} \left(\frac{i k_2 b}{3} + 1 \right) + Vb \left(1 + \frac{i k_2 b}{2} \right),$$

$$C(1 + i k_1 b) + i k_1 D = -i \omega_e \frac{b^2}{2} \left(1 + \frac{i k_1 b}{3} \right) + Vb \left(1 + \frac{i k_1 b}{2} \right),$$

$$C = \frac{\omega_e b^2 (K_1 + K_2 + \frac{2}{3} i K_1 K_2 b) + Vb (K_1 - K_2)}{K_1 + K_2 + 2 i K_1 K_2 b}$$

$$D = \frac{\omega_e b^2 \left[\left(1 + \frac{i k_1 b}{3} \right) (1 + i k_2 b) - \left(1 + \frac{i k_2 b}{3} \right) (1 + i k_1 b) \right] - Vb \left[\left(1 + \frac{i k_1 b}{2} \right) (1 + i k_2 b) + \left(1 + \frac{i k_2 b}{2} \right) (1 + i k_1 b) \right]}{i [K_1 + K_2 + 2 i K_1 K_2 b]}$$

$$= \frac{\omega_e b^3 (K_2 - K_1) - Vb \left[2 + \frac{3}{2} i K_1 b + \frac{3}{2} i K_2 b + i K_1 K_2 b^2 \right]}{3}$$

$$B^- = \frac{i e^{i k_2 b}}{K_2 b} \left[\frac{\omega_e b^2 \left(-\frac{4}{3} i K_1 K_2 b \right) + Vb (K_1 - K_2)}{K_1 + K_2 + 2 i K_1 K_2 b} - Vb \right]$$

$$= \frac{i e^{i k_2 b}}{K_2 b} \frac{-\frac{2}{3} \omega_e b^3 K_1 K_2 + 2 Vb K_2 (1 + i K_1 b)}{K_1 + K_2 + 2 i K_1 K_2 b}$$

$$A^+ = \frac{e^{i k_1 b}}{i \omega_e b} \left[-\frac{2}{3} \omega_e b^3 K_2 + 2 Vb (1 + i K_2 b) \right] \frac{1}{K_1 + K_2 + 2 i K_1 K_2 b}$$

$$\int \varphi dx = -\frac{1}{h} \left[\frac{V}{3} h^3 + 2Dh \right]$$

$$\int \varphi x dx = -\frac{1}{h} \left[\frac{i\omega e}{15} h^5 + \frac{2}{3} Ch^3 \right]$$

$$\int \varphi_x dx = -\frac{1}{h} \left[\frac{i\omega e}{5} h^3 + 2Ch \right]$$

$$\int x \varphi_x dx = -\frac{1}{h} \left[\frac{2}{3} hV \right]$$

$$\int \frac{P}{P} dx = -i\omega e \int \varphi dx - V \int \varphi_x dx$$

$$= \frac{i\omega e}{h} \left[\frac{V}{3} h^2 + 2D \right] h + \frac{2Vh}{h} \left[\frac{i\omega e}{5} h^2 + C \right]$$

$$= \frac{2i\omega eV}{h} h \left[\frac{h^2}{3} + \frac{D}{V} \right] + \frac{2Vh}{h} C$$

$$\int \frac{P}{P} x dx = +\frac{i\omega e}{h} \left[\frac{i\omega e}{15} h^5 + \frac{2}{3} Ch^3 \right] + \frac{V}{h} \times \frac{2}{3} h$$

iii) 散光 L 9a) i) $\varphi_0 = \frac{ig}{\omega_1} e^{-ik_1 x}$

$$\varphi_d = B^- e^{ik_2 x} \quad \text{for } x < -b$$

$$\varphi_d = -\varphi_0 + Cx + D$$

$$\varphi_d = A^+ e^{-ik_1 x}$$

$$B^- e^{-ik_2 b} = -\frac{ig}{\omega_1} e^{ik_1 b} - Cb + D \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} ik_2$$

$$ik_2 B^- e^{-ik_2 b} = -\frac{gk_1}{\omega_1} e^{ik_1 b} + C$$

$$A e^{ik_1 b} = -\frac{ig}{\omega_1} e^{-ik_1 b} + bC + D \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -ik_1$$

$$-ik_1 A e^{-ik_1 b} = -\frac{gk_2}{\omega_1} e^{-ik_2 b} + C$$

$$C(1 + ik_2 b) - ik_2 D = \frac{g}{\omega_1} (k_1 + k_2) e^{ik_1 b} \quad \left. \begin{array}{l} k_1 \\ k_2 \end{array} \right\}$$

$$C(1 + ik_1 b) + ik_1 D = 0$$

$$C = \frac{\frac{g}{\omega_1} (k_1 + k_2) e^{ik_1 b}}{k_1 + k_2 + 2ik_1 k_2 b}$$

$$D = -\frac{(1 + ik_1 b)}{ik_1} C$$

$$\int (\varphi_0 + \varphi_d) dx = 2bD, \quad \int (\varphi_0 + \varphi_d) x dx = \frac{2}{3} b^3 C$$

$$\int (\varphi_0 + \varphi_d) x dx = 2bC, \quad \int (\varphi_0 + \varphi_d)_x dx = 0$$

$$\int \frac{(p_0 + p_d)}{F} dx = -2i\omega e b D - 2b C V$$

$$\int \frac{(p_0 + p_d)_x}{F} dx = -\frac{2i}{3} \omega e b^3 C$$