

発生する波が互いに打ち消し合うことによるものとして説明できる。異なる部分から発生する波の打ち消し効果がこれ程完全ではないが、船体に球状のふくらみを加える

ことによって造波抵抗を減少させる球状船首も全く同様の原理にもとづくものである。

B. 極小値問題について

正 員 別 所 正 利*

1 序 言

造波抵抗は船型のわずかな変化によって大きく変化する事があるが、この点は摩擦抵抗などと大分様子が異なる点である。すなわち後者のようなものでは船型の幾何学的特有量、この場合は表面積に略々比例すると言いう単純な関係があるけれども、造波抵抗の場合は船型の幾何学的性質は生成波の振幅と位相を定め、それらから抵抗がきまる訳であるが、この間に船体各部のつくる波の相互干渉があるので簡単にはいかない。

すなわちこれがうまくゆけば抵抗はどんどん小さくなるけれども、まずくいけば逆にどんどん大きくなる！考えられる。

また一方別な場合として造波抵抗が同じでも船型が等しいとは限らないとも考えられる訳で、造波抵抗を船型の幾何学的特徴に関係づける事は非常に難しい問題である。

このような造波抵抗の特徴はその極小値問題の解の存在と一義性に大きい疑念をなげかけるものであり、実際歴史的にも、その解が不安定で一義的でないかも知れないと言う疑問、解は存在しないと言う議論⁽¹⁾、そしてまた造波抵抗は零にすることができると言う議論⁽²⁾が並行して理論的興味を唆ってきたのである。

さてわれわれは造波抵抗をある与えられた条件の下に最も小さくすると言う物理的なあるいは工学的な問題にとりくむ訳であるがこれをできるだけ理論的に取扱うには、まず船を流体力学的特異点の分布に置きかえて数学的に取扱える変分問題に移し換えるなければならない。

この際その特異点の種類、分布函数の積分性、分布領域、変分の副条件の与え方等は数学的に大切な点である。

ここでは簡単のためにそしてまた最もよく調べられている薄い船あるいはミッチェル・ハブロッック型の船(A)

を中心にして極小値問題を考えていくことにしよう。

この結論の主なものは他の型の船にも大体あてはまると考えてよく、したがってまた実際の船にも応用できるものであると言ってよい。

しかしながら応用に際しては理論の限界に対する正しい認識、現象についての適確な物理的解釈、合目的な工学的手法の選択等の点に十分留意しなければならない。

2 ミッチェル型分布一般論⁽²⁾⁽³⁾

垂直上方に向けて z 軸を持つ右手座標系を考え、水面は $x-y$ 面に一致するものとし、一様流れは x 軸の方向から速度 V でその負方向に向って流れているものとする。

表面が $y=\eta(x, z)$ なる方程式で与えられる薄い船の速度ポテンシャル (A 参照) において、 x' について部分積分を行えば、

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{V}{2\pi} \int_{-T}^0 \int_{-l}^l \eta(x', z') \times \frac{\partial}{\partial x'} S(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \dots (2.1)$$

ここに、

$$S(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \lim_{\mu \rightarrow +0} \frac{K_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{k(x+x') + ik[(x-x')\cos\theta + (y-y')\sin\theta]} dkd\theta}{k \cos^2\theta - K_0 + \mu i \cos\theta} \dots (2.2)$$

$$r_1^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

$$r_2^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2$$

$$l = L/2: \text{半船長}, T: \text{喫水}, K_0 = g/V^2, \gamma_0 = gl/V^2$$

これは $\frac{V}{2\pi} \eta(x, z)$ なる密度の二重吹き出しが $x-z$ 平面上の長方形部分に分布したときのポテンシャルに等しい。このとき造波抵抗は、

* 防衛大学校

$$R = \frac{4}{\pi} \rho K_0^2 V^2 \int_0^{\pi/2} |F(K_0 \sec^2 \theta, \theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (2.3)$$

で与えられる。

ここに、

$$F(k, \theta) = \int_{-T}^0 \int_{-l}^l \eta(x, z) e^{kx - i k z \cos \theta} dx dz \quad (2.4)$$

さて船長と喫水と排水量と速度が与えられたときに積分(2.3)の極小値とそれを与える分布を求める問題を考えよう。

排水量一定の条件は正確に考えると大変難しいが η は近似的に半巾に等しいので次式で代用する。

$$2 \int_{-T}^0 \int_{-l}^l \eta(x, z) dx dz = \gamma = \text{const} \quad (2.5)$$

さて η を $\Delta\eta$ だけ変化させたとすると上式の条件から、

$$\int_{-T}^0 \int_{-l}^l \Delta\eta(x, z) dx dz = 0 \quad (2.6)$$

でなければならない。また(2.3)式からは $\Delta\eta$ の自乗の項を無視すると抵抗の変化分として、

$$\Delta R = 2\rho g \int_{-T}^0 \int_{-l}^l G(x, z) \Delta\eta(x, z) dx dz \quad (2.7)$$

が得られる。ここに、

$$G(x, z) = \frac{K_0^3}{\pi} \int_{-T}^0 \int_{-l}^l \eta(x', z') \times P_{-1}(K_0 x - x', -K_0 z + z') dx' dz' \quad (2.8)$$

ただし、

$$P_{-2n-1}(x, t) = (-1)^n \int_0^{\pi/2} \times e^{-t \sec^2 \theta} \cos(x \sec \theta) \sec^{2n+1} \theta d\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial x} P_n(x, t) = P_{n-1}(x, t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} P_n(x, t) = P_{n-2}(x, t)$$

でとくに、

$$P_{-1}(x, 0) = -\frac{\pi}{2} Y_0(x)$$

Y_0 は第2種ベッセル函数である⁴³⁾。

したがって、

$$G(x, z) = C = \text{const} \quad (2.9)$$

となれば、(2.6)によって(2.7)から $\Delta R = 0$ となり問題はとける。すなわち(2.9)は解を決める積分方程式である。

一方(2.3)は(2.8)式を使って、

$$R = 2\rho g \int_{-T}^0 \int_{-l}^l G(x, z) \eta(x, z) dx dz \quad (2.10)$$

と書きかえられるから、(2.9)が成立てば、

$$R = \rho g \gamma C \quad (2.11)$$

となつて直ちに極小値が求まる。

このようにして問題は(2.9)の積分方程式を解くことになった。

さて(2.8)の函数は(2.7)から点 (x, z) にわずかな排水量増加があったときの単位排水量当りの抵抗増分であるから、影響函数と呼んでおこう⁴⁴⁾。

その核函数の性質から偏微分によって次の方程式が成立つ。

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) G(x, z) = 0, \text{ for } z < 0 \quad (2.12)$$

これはよく知られた熱伝導の方程式で z は時間に対応し、下方が未来である。また $1/K_0$ は熱伝導率に対応する。

そこで熱伝導問題への類推で以下議論を進める。

まず(2.9)の状態が成立つためには初期条件が、

$$G(x, 0) = C, \text{ for } |x| < \infty$$

でなければならないと考えられる。

しかるに(2.8)の右辺の積分が有限ならばその核函数の微分可能性から G そのものも微分可能であり、また無限遠では零になるから結局上式の常数は零以外にはありえない⁴⁵⁾。

$$G(x, z) = 0, \text{ for } z < 0 \quad (2.13)$$

これを(2.11)に代入すると造波抵抗も零になる。

すなわち若し解があったとするとその造波抵抗は零である。

さて(2.13)の解を探すために次の様な補助函数を導入しよう⁴⁶⁾。

$$\eta(x, z) = \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \sigma(x, z) \quad (2.14)$$

右辺の微分演算は(2.12)の随伴形式であつて、その場合と時間軸が逆になっている。また η を熱源と見なすと σ は温度に対応している。

いま η が与えられて、初期および境界条件が決まれば、 σ は一義的に決まるから、 η のかわりに σ を使つても結論には変わりはないはずである。

その条件を簡単のために、

$$\sigma(x, -T) = 0, \frac{\partial}{\partial x} \sigma(\pm l, z) = 0 \quad (2.15)$$

すなわち初期温度が零で両端から熱が逃げないものとしておこう。そうすると η が負値をとらなければ明らかに σ も負値をとらない。

さて(2.5)の条件は(2.14)を代入して部分積分し、(2.15)を入れると、

$$\Gamma = 2 \int_{-\tau}^0 \int_{-l}^l \eta(x, z) dx dz = 2 \int_{-l}^l \sigma(x, 0) dx \quad (2.16)$$

のようになる。

またこの σ を使えば、(2.8) はやはり部分積分によって、

$$G(x, z) = \frac{K_0^3}{\pi} \int_{-l}^l \sigma(x, 0) P_{-3}(K_0 x - x', -K_0 z) dx' - \frac{K_0^3}{\pi} \int_{-\tau}^0 [\sigma(x', z') P_{-3}(K_0 x - x', -K_0 z + z')] dz' \quad (2.17)$$

のように線積分で表わされるから、(2.8) をそのままでも考えるより便利な訳である。

上式によって (2.13) の積分方程式を考えると、核函数はやはり z が零でなければ連続微分可能であるからこの積分が有限ならば恒等的に零以外の解を持ち得ないだろう。すなわち、

$$\sigma(x, 0) = 0, \quad \sigma(\pm l, z) = 0 \quad (2.18)$$

この条件は必ずしも η が恒等的に零であることを意味しない。すなわち (2.15) をも共に満足するような函数 σ を任意に選んで (2.14) から η を計算すれば、それはすべて解である。

しかしながら (2.16) に代入すると、

$$\Gamma = 0 \quad (2.19)$$

となって元来の副条件を満足していないから、これは求める解ではない。すなわちこの問題の解は存在しない。

このことの実上の意味は、造波抵抗が零に収束するような分布函数の系列を作ることではできるけれども、その抵抗が零の極限で、排水量が有限な値に収束するようなものはないと言うことであると考えられる。(この特別な場合について 4 節で説明する。)

しかし一方 (2.19) を許容すれば上述のように解は幾らでもあり、それらはすべて (2.13) を満足する。したがって今任意の η にこのような解を幾ら加えさせても (2.10) から造波抵抗は変化しない。換言すれば仮に求める解があってもそれは一義的には決まらない。

このような訳でこの一般的な問題では解は存在せずかつまた一義的でもないと言う結論に到達する。

しかし特別な場合には必ずしもあてはまらない。

以下の節ではそのことについて説明しよう。

3 波なしポテンシャル⁴⁶⁾⁴⁷⁾

上述のように造波抵抗のない特異点分布は排水量もないがこのことは一般的にあてはまるかどうかについて少し考えて見よう。

さて速度ポテンシャルが水面で満足すべき条件は、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi(x, y, 0) = 0 \quad (3.1)$$

である(A)。

いま上下反対称な調和函数 m を考えて、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - K_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) m(x, y, z) = \phi(x, y, z) \quad (3.2)$$

$$m(x, y, z) = -m(x, y, -z) \quad (3.3)$$

のような演算によって速度ポテンシャル ϕ を作り、(3.1) に代入して見れば、対称性から明らかに水面条件を満足し、また m が波を持っていないければ ϕ もまた波を持たない。

このような ϕ を波なしポテンシャルと呼ぼう。(3.3) のような函数の最も基本的な形は、

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r}, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}, \quad r_1^2 &= (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \\ r_2^2 &= (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

であるが、(3.5) も無限遠方では明らかに (3.4) と同じになり、これに (3.2) の演算を行なって得るポテンシャルは高々三重吹き出しである。

ところが一般に排水量を持つ物体の場合、速度ポテンシャルは無限遠で二重吹き出しになるので、このような波なしポテンシャルは普通の意味での排水量を持ち得ないと言えるだろうから前節の結果に一致する。

(後述のように特異点の分布領域が無限に広がっているときはまた別である。)

さて (3.5) のかわりに一般的二重吹き出し分布を考えて (3.2) の演算を行うと、

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) &= - \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \\ &\times \int_{-\tau}^0 \int_{-l}^l \sigma(x', z') \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dx' dz' \\ &= \int_{-\tau}^0 \int_{-l}^l \sigma(x', z') \frac{\partial}{\partial z'} \left[\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right] dx' dz' \quad (3.6) \end{aligned}$$

となつて、多重特異点を導入すれば任意の σ について波なしポテンシャルを作ることができる⁴⁸⁾。

とくに、 σ が十分微分可能なときは部分積分によって低次の特異点で表わすことができ、さらに (2.15)、(2.18) の条件を満足すれば、

$$\phi(x, y, z) = - \int_{-\tau}^0 \int_{-l}^l \left[\left(\frac{\partial}{\partial z'} - \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} & \times \sigma \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{r_1} + \left(\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{1}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \right) \\ & \times \sigma \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{r_2} \Big] dx' dz' \dots\dots\dots (3.7) \end{aligned}$$

のようにすべて二重吹き出し分布で表わすことができる
がこれが前節の場合である。

さてこのような波のないポテンシャルを持つ特異点分
布すなわち波なし分布を常数倍して任意の波のある分布
に足しても、またそれらから引いても後続波は変わらない
から造波抵抗も変化しない。

したがって造波抵抗を変えないで船型を変える必要が
生じたような時に応用できると考えられる。

実際にこのような変形を施こして見ると肋骨線は変る
けれども、横切面積曲線の変化は普通の船型ではわずか
であり、また排水量と浮心の前後位置は変えることがで
きない。

したがってよく知られた「横切面積曲線が等しければ
剰余抵抗も略々等しい」と言う船型学常識⁴⁰⁾を理論的
に裏づけているものと考えられる。

最後に次節に関連して興味のある場合として、喫水が
無限である場合を考え、とくに、

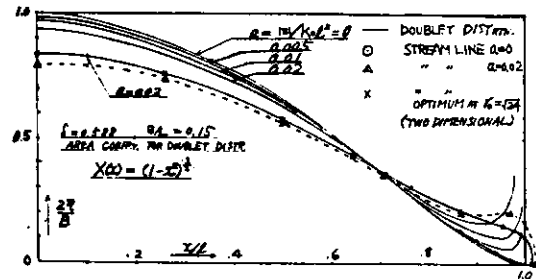
$$\sigma(x, z) = X(x)Z(z) \dots\dots\dots (3.8)$$

$$Z(z) = -z \dots\dots\dots (3.9)$$

とおくと、水面下の二重吹き出し分布は (3.7) あるいは
(2.14) から、

$$\eta(x, z) = X(x) - \frac{z}{K_0} X''(x) \dots\dots\dots (3.10)$$

で与えられることになる。



第 1 図

第 1 図にはその一例を示すが、このように水線付近で
は球船首船型になる。図中流線と記したものは分布が垂
直方向に一ようであるとした場合の二次元的流線であ
る。

普通は喫水の十分深いところでは上例からも判るよう
に η の負になる場所が出て来るけれども、うまく考え
れば常に正になるものを見出すことは容易である³²⁾。

4 没 水 体³¹⁾⁴²⁾

没水体は普通その中心線 (いまそれが $z = -T$ とする)
上の二重吹き出し分布で近似される⁵⁰⁾。

この二重吹き出しの強さ $\frac{V}{4\pi} A(x)$ は近似的に横切面
積に等しく速度ポテンシャルは、

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= -\frac{V}{4\pi} \int_{-l}^l A(x') \\ &\times \frac{\partial}{\partial x'} S(x, y, z; x', 0, -T) dx' \dots\dots\dots (4.1) \end{aligned}$$

造波抵抗は、

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho}{\pi} K_0^4 V^2 \int_0^{\pi/2} |f(K_0 \sec \theta)|^2 \\ &\times e^{-2K_0 T \sec^2 \theta} \sec^3 \theta d\theta \dots\dots\dots (4.2) \end{aligned}$$

$$f(p) = \int_{-l}^l A(x) e^{-ipx} dx \dots\dots\dots (4.3)$$

となる。

極値問題に移る前にこの没水体と同じ造波抵抗を有す
るミッテル型船があることを説明しよう。

(3.6) 式において簡単のために (3.8), (3.9) を仮定
して z' について部分積分すると、

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= w(x, y, z) \\ &+ T \int_{-l}^l X(x') \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \Big|_{z'=-T} dx' \\ &\dots\dots\dots (4.4) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} w(x, y, z) &= \int_{-T}^0 \int_{-l}^l X(x') \left[\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right. \\ &\left. - \frac{z'}{K_0} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \right] dx' dz' \dots\dots\dots (4.5) \end{aligned}$$

そこで、

$$TX(x) = \frac{V}{4\pi} A(x) \dots\dots\dots (4.6)$$

として、(4.1) に (4.4) を加えると、

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) &= \varphi + \phi = w(x, y, z) - \frac{V}{4\pi} \\ &\times \int_{-l}^l A(x') \frac{\partial}{\partial x'} S^*(x, y, z; x', 0, -T) dx' \\ &\dots\dots\dots (4.7) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} S^*(x, y, z; x', y', z') &= S(x, y, z; x', y', z') - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \dots\dots (4.8) \end{aligned}$$

となるが (4.4) は波を持たずかつ前節で考えたように排
水量も持たないので (4.7) は (4.1) と造波抵抗も排水
量も等しいと考えられる。

しかも (4.7) 右辺第 2 項は (4.8) から判るのようにキ

ール線上には特異点はないから、特異点は w すなわち (4.5) 式で与えられるものだけであるから多重特異点を考えることが許されるならば、これはミッセル型と呼べる。このような場合を没水型の船と呼ぼう。

とくに X およびその x に関する微係数が両端で消えるならば前節同様部分積分によって w は二重吹き出し分布で表わされる。

第1図の例について考えればいまの場合は喫水方向に T より深い部分を切り取ったものと全く同じになり、造波抵抗は丁度この線上に X なる二重吹き出し分布を持つ没水体と同じになるという訳である。

この場合 X としては先のものがいいが考えられないうえに上述のように多重特異点を導入すればどんなものでもよいという訳であり、かつその場合の船型も第1図と略々似たようなものになると思われる。

そう言う訳でこれからの結果はこのような型のミッセル型船にも適用できる訳である。

さて極値問題にかえて、(4.2) の積分順序をかえて、

$$R = \rho g \int_{-l}^l \Gamma(x) A(x) dx \quad (4.9)$$

$$\Gamma(x) = \frac{K_0^3}{\pi} \int_{-l}^l A(x') P_{-5}(K_0 x - x', 2K_0 T) dx' \quad (4.10)$$

と書くと、2 節の G と同じ形であり、変分をとると、

$$\delta R = 2\rho g \int_{-l}^l \Gamma(x) \delta A(x) dx \quad (4.11)$$

となるからやはり影響函数と呼んでおこう。

極値条件は明らかに、

$$\Gamma(x) = C: \text{const} \quad (4.12)$$

であるが (4.10) の核は正則でかつ無限遠で零になるから C は零以外の値ではあり得ずかつまたそうすると A は恒等的に零以外の解はあり得ない⁴⁵⁾。

すなわち没水体の極値問題の解は存在しない。一方造波抵抗は負ではあり得ないから極小値がないとすると、最小値は零であると考えざるを得ない。

実際 Sharma は数値計算によって造波抵抗がどんどん小さくなる分布の系列があることを見出した⁵⁰⁾、また Kotik 等はあまり実用的な形は与えないようであるけれども、理論的に造波抵抗が一様に零に収束する系列を見出した⁵¹⁾。

この結果を上述の没水型の船に適用する場合は深度(喫水) T が非常に小さいところが興味の対象になる訳であるが (4.10) で $T \rightarrow 0$ とすると後述の細長船の場合になり、核は高次の特異性を有しているから、上述の証明は成立たず、そこで述べられるように恒等的に零でない

い解が存在すると思えた方がよい。

したがって深度の変化によって解の性格が変ってくると思えられるがその目安は次の引数が 1 よりずっと大きいかどうかにかかっていると思えられる。

$$K_0^2 L^2 / (8K_0 T) = (L/T) / 8F_n^2, F_n = V/\sqrt{gL} \quad (4.13)$$

この値は普通の船型では大抵非常に大きいので、没水型の船では細長船理論から得られる結果を使えば造波抵抗の小さいものが求められると思われる。

5 無限喫水船³¹⁾³⁷⁾⁴⁰⁾

(2.1) 式において二重吹き出し分布が喫水方向に一定であってかつ喫水が無限に深い場合もまた典型的な場合の一つである。

この場合は (2.2) を z' について積分して、

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{V}{2\pi} \int_{-l}^l \eta(x') \frac{\partial}{\partial x'} \tilde{S}(x, y, z; x', 0) dx' \quad (5.1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \tilde{S}(x, y, z; x', y') &= \log \frac{1}{(x-x')^2 + (y-y')^2} \\ &- \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \\ &\times \frac{e^{kz + ik[(x-x')\cos\theta + (y-y')\sin\theta]} \cos^2\theta dk d\theta}{k \cos^2\theta - K_0 + \mu i \cos\theta} \end{aligned} \quad (5.2)$$

となり、造波抵抗は、

$$R = \frac{4}{\pi} \rho K_0^2 V^2 \int_0^{\pi/2} |f(K_0 \sec\theta)|^2 \sec\theta d\theta \quad (5.3)$$

$$f(p) = \int_{-l}^l \eta(x) e^{-ipx} dx \quad (5.4)$$

と書くことができる。

このような特異点分布に対応する船は無限喫水で玄側が垂直であると考えられ、その平均巾の近似値は次式で与えられる。

$$\bar{B} = \frac{2}{L} \int_{-l}^l \eta(x) dx \quad (5.5)$$

影響函数を、

$$\Gamma(x) = \frac{4}{\pi BL} \int_{-l}^l \eta(x') P_{-1}(K_0 x - x', 0) dx' \quad (5.6)$$

のような形で導入すると、(5.3) は次のようにかける。

$$C_w = \frac{R}{(\rho/2) V^2 (B/2)^2} = \frac{8K_0^2 L}{B} \int_{-l}^l \eta(x) \Gamma(x) dx \quad (5.7)$$

この問題はマシウ函数を利用すれば容易に解けることが示されている³⁷⁾ので、それによって上式を書きかえよう。

まずマシウ函数によって、次のように展開できるとし
よう。

$$\eta(-l \cos \theta) = \frac{\bar{B}}{2 \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} a_n c_{en}(\theta, q), \quad q = \frac{K_0^2 L^2}{16} \quad (5-8)$$

ここにマシウ函数の三角級数展開は次の形で与えられ
る⁵²⁾⁵³⁾。

$$c_{en}(\theta, q) = \sum_r A_r^{(n)} \cos r\theta$$

ところでこの形では一般に $\theta=0, \pi$ すなわち両端で
 η は無限大になるが、元来ミッテル型の船ではこう言
うことは予想していないので具合が悪いように思われ
る。しかし二次元的流線等で検討した結果は両端付近を
除けばやはり従前通り程度の近似で η が半巾に等しいと
見なしでもよいと思われる⁵⁷⁾⁵⁸⁾。

また (5-8) は一般にはその自乗積分が有限でなく、こ
の点において従来よく使われた x の多項式展開に比して
広い範囲の函数を扱かうことになる。

実際与えられた船型の数式表示に際して x の多項式で
は非常に困難であって (5-8) のような形のフーリエ式展
開が望ましく、とくに造波抵抗の計算では注意する必要
がある⁴³⁾⁵⁶⁾。

さてマシウ函数の性質から (5-5) の条件は、

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} A_0^{(2n)} = \frac{2}{\pi} \quad (5-9)$$

同様に浮心位置、2次モーメントは、

$$\alpha = -\frac{2}{BL^2} \int_{-l}^l \eta(x) x dx = \frac{\pi}{8} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} A_1^{(2n+1)} \quad (5-10)$$

$$m^2 = \frac{8}{BL^2} \int_{-l}^l \eta(x) x^2 dx = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} A_2^{(2n)} \quad (5-11)$$

となる。

また肥せき係数 δ は近似的に、

$$\delta = \bar{B}/2\eta(0) = 1/[\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} c_{2n}(\pi/2, q)] \dots \dots (5-12)$$

で与えられる。

また (5-8) に (5-6) を代入して積分すると、

$$\Gamma(-l \cos \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n a_n c_{en}(\theta, q) \dots \dots (5-13)$$

となりここに μ_n はこの積分方程式の特性値で第1表に
示すような値である⁵⁷⁾。

これを (5-7) に代入すればマシウ函数の直交性によ
って、

$$C_W = \pi K_0^2 L^2 \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n a_n^2 \dots \dots (5-14)$$

が得られる。

これはいわゆる主軸二次形式であるから μ_n が判つて
いるときには問題は非常に簡単になる訳である。

さて極値問題はその副条件の数と種類によって幾つも
考えられるがその内代表的なもの4種類を以下に説明し
よう。

問題 1) 面積だけが制限されている、すなわち (5-9)
の条件の下に (5-14) を極小にする問題はすでに何度も
述べたように (5-13) が常数になるような解を求めるこ
とである。

すなわち、

$$\Gamma(-l \cos \theta) = c_0 \text{ 常数} \dots \dots (5-15)$$

ところが、

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_0^{(2n)} c_{2n}(\theta, q) = \frac{1}{2}$$

なる関係があるから、(5-13) と見比べれば直ちに、

$$a_{2n+1} = 0, \quad a_{2n} = 2c_0 \frac{A_0^{(2n)}}{\mu_{2n}} \equiv a_{2n}^* \dots \dots (5-16)$$

第 1 表

$\frac{4a}{L^2}$	1	4	10	16	24	36	50	64	80	100
$\frac{1}{L^2}$	0.7071	0.5000	0.3979	0.3536	0.3195	0.2897	0.2659	0.2460	0.2294	0.2136
$\frac{1}{L^2}$	0.644094	0.998125(1)	0.814806(2)	0.132126(2)	0.131188(3)	0.130467(4)	0.129847(5)	0.129495(6)	0.129216(7)	0.129025(8)
$\frac{1}{L^2}$	1.096150	0.732746	0.194796	0.470898(1)	0.851085(2)	0.992818(3)	0.122214(3)	0.199029(4)	0.313625(5)	0.397238(6)
$\frac{1}{L^2}$	0.547259	0.696580	0.662995	0.597181	0.519680	0.434552(1)	0.342958(2)	0.246468(3)	0.149466(4)	0.054385(5)
$\frac{1}{L^2}$	0.544356	0.585909	0.500315	0.582640	0.510546	0.427603	0.347915(1)	0.220592(1)	0.227545(2)	0.373699(3)
$\frac{1}{L^2}$	0.254270	0.288535	0.306237	0.280255	0.449653	0.495383	0.580119	0.128702	0.344321(1)	0.634796(2)
$\frac{1}{L^2}$	0.202115	0.206842	0.224475	0.244189	0.279645	0.366126	0.442517	0.402119	0.280739	0.712211(1)
$\frac{1}{L^2}$	0.167988	0.171617	0.179844	0.189299	0.204374	0.235523	0.290597	0.352817	0.406569	0.305693
$\frac{1}{L^2}$	-	0.145917	0.150946	0.156245	0.164355	0.179028	0.202103	0.235452	0.280416	0.353295
$\frac{1}{L^2}$	-	0.127026	0.130230	0.133654	0.138613	0.147071	0.158004	0.174201	0.197639	0.241270
$\frac{1}{L^2}$	0.5518	4.4626	1.1394	0.34299	0.36324(1)	0.14138(1)	0.23083(2)	0.46094(3)	0.87171(4)	0.13191(4)
$\frac{1}{L^2}$	5.410	14.070	10.649	5.415	2.041	0.8094	0.1154	0.2980(1)	0.6976(2)	1.319(3)
$\frac{1}{L^2}$	2.790	12.75	23.00	20.36	12.02	4.521	1.441	0.4719	0.1398	0.0580
$\frac{1}{L^2}$	1.408	1.114	0.7960	0.5827	0.4039	0.5378	0.4610	0.4591	0.4323	0.4074
$\frac{1}{L^2}$	0.7109	0.8358	0.5971	0.4637	0.4401	0.3997	0.3694	0.3490	0.3295	0.3123
$\frac{1}{L^2}$	0.5	30.26	53.46	44.36	12.26	1.839	0.8213(1)	0.2905(2)	0.3874(2)	0.3085(2)
$\frac{1}{L^2}$	0.6	14.43	22.29	14.90	2.038	0.8088(1)	0.1046	0.6283(1)	0.2610(1)	0.6802(2)
$\frac{1}{L^2}$	0.7	11.24	15.80	9.563	0.3974	0.7623	0.4659	0.1857	0.5653(1)	0.1603(1)
$\frac{1}{L^2}$	0.8	9.393	9.458	1.142	2.591	2.224	0.3176	0.2758	0.9498(1)	0.2312(1)
$\frac{1}{L^2}$	0.5	-2.217	-1.963	-1.894	-0.7648	-0.3690	-0.1025	0.0204	0.0612	0.1196
$\frac{1}{L^2}$	0.6	-1.580	-1.389	-0.7638	-0.2885	-0.0714	0.1407	0.2649	0.2331	0.2471
$\frac{1}{L^2}$	0.7	-1.297	-0.9458	-0.3806	0.0517	0.2374	0.3145	0.3367	0.3418	0.3361
$\frac{1}{L^2}$	0.8	-1.010	-0.6277	0.0218	0.3069	0.4240	0.4448	0.4356	0.4230	0.4084

The numbers (n) in parentheses indicate that the results must be multiplied by 10^{-n} , for example 0.3441 (2) means 0.003441.

第 2 表

4a	1	4	10	16	24	36	50	64	80	100
μ_0	0.7071	0.5000	0.3976	0.3536	0.3195	0.2897	0.2659	0.2500	0.2384	0.2296
μ_1	0.89385	0.93186	1.05195	1.15513	1.20958	1.28477	1.34651	1.39566	1.43700	1.48113
μ_2	0.61656	0.61952	0.64548	0.74218	0.88598	1.06089	1.22267	1.35534	1.48492	1.62408
μ_3	0.09256	0.04858	0.00792	0.00286	0.00141	0.00086	0.00065	0.00052	0.00045	0.00035
μ_4	0.63268	0.18586	0.10145	0.04071	0.01451	0.00589	0.00379	0.00310	0.00266	0.00229
μ_5	0.00105	0.00268	0.00151	0.00061	0.00017	0.00005	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
μ_6	0.00053	0.00595	0.01085	0.00635	0.00436	0.00131	0.00030	0.00008	0.00000	0.00000
μ_7	0.00001	0.00003	0.00005	0.00039	0.00002	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00002
μ_8	---	0.00006	0.00032	0.00041	0.00034	0.00018	0.00007	0.00003	0.00001	0.00000
μ_9	-0.03567	-0.19362	-0.32523	-0.36490	-0.45604	-0.55957	-0.67128	-0.77320	-0.86073	-1.00420
μ_{10}	0.65572	0.59764	0.50740	0.47106	0.50503	0.63798	0.80724	0.98082	1.11919	1.29827
μ_{11}	0.02856	0.12674	0.25008	0.38878	0.08742	0.05211	0.01299	0.00628	0.00669	0.00591
μ_{12}	0.00021	0.00366	0.01698	0.04590	0.02089	0.01157	0.00455	0.00157	0.00047	0.00014
μ_{13}	0.00000	0.00004	0.00006	0.00101	0.00135	0.00116	0.00058	0.00037	0.00016	---

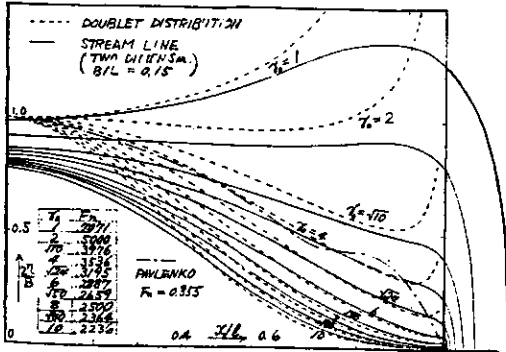
が得られ、これを (5.9) に代入すれば常数 c_0 が決まり、(5.14) に代入すれば抵抗が求まる。

結果は、

$$c_0 = 1/\pi C_{0,0}, \quad C_{2r,2s} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2r}(2n) A_{2s}(2n) / \mu_{2n} \quad (5.17)$$

$$C_W = C_{W0} = 4K_0^2 L^2 / \pi C_{0,0}$$

これらの数値は第1表に、また最適分布は第2表、第2図にそれぞれ展開係数、分布形状を示す⁵⁴⁾⁵⁵⁾。



第 2 図

高速ではマシウ函数は三角函数に一致するので近似的に⁵⁷⁾,

$$\begin{aligned} a_0^* &= 2\sqrt{2}/\pi, \quad a_{2n}^* = 0, \quad \text{for } n \geq 1 \\ \theta_0 &= \pi/2, \quad \eta(-l \cos \theta) = \bar{B}/\pi \sin \theta \\ C_{W0} &= (8/\pi) (K_0 L)^2 \log (8/\gamma K_0 L) \end{aligned} \quad (5.18)$$

$\log \gamma = C$: オイラーの常数

となるが排水量の船としてはあまり興味を持たない場合であろう。

低速ではやはりマシウ函数の漸近的性質を使うと近似的に⁵¹⁾,

$$\begin{aligned} a_0^* &= \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi K_0 L}{2} \right)^{1/4}, \quad a_{2n}^* = 0, \quad \text{for } n \geq 1 \\ \theta_0 &= \sqrt{\pi/K_0 L}, \quad C_{W0} = 16(K_0 L)^2 e^{-K_0 L} \end{aligned} \quad (5.19)$$

のようになることが証明できる。

いいかえれば最適面積係数はフルード数に比例して小

さくなり、最適分布は略々零次のマシウ函数で表わされる。この後の点は μ_n の値が第1表でも判るように低速では n のある値までは n の増えるにつれてけた違いに大きくなることに起因する。

したがって以下の問題においても低速ではできる限り低次のマシウ函数による分布を考えればそれがほとんど最適分布に近いことになる。

問題 2) (5.9) の外にさらに (5.10) の条件を入れる、すなわち浮心を指定する問題を考えると、その解はそれぞれ偶函数と奇函数に別れるから、前の結果はそのまま使えて次のようになる。

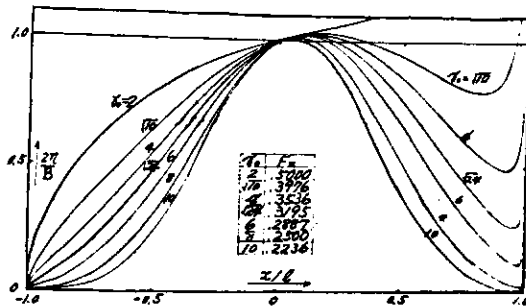
$$\begin{aligned} \Gamma(-l \cos \theta) &= c_0 + c_1 \cos \theta \\ c_1 &= 8\alpha/\pi C_{1,1}, \quad a_{2n+1} = c_1 A_1(2n+1)/\mu_{2n+1} \equiv a_{2n+1}^* \\ C_W &= C_{W0} + 16\alpha^2 C_{W1}, \quad C_{W1} = 4K_0^2 L^2 / \pi C_{1,1} \end{aligned} \quad (5.20)$$

低速では、

$$C_{W1} = 4(K_0 L)^2 e^{-K_0 L} \quad (5.21)$$

であるから (5.19) の C_{W0} と比べるとけた違いに大きいので浮心位置のずれ、言いかえれば前後の対称性は造波抵抗を著しく増加させる。

第3図は後端で分布が零になるように α を選んだときの分布形であるが、計算によればこれだけ非対称にすると抵抗は図示の全速度を通じて略々 C_{W0} の2倍になる⁵⁵⁾。なお α をこの値よりある程度以上大きくすると分布に負の部分が出て来るようである。



第 3 図

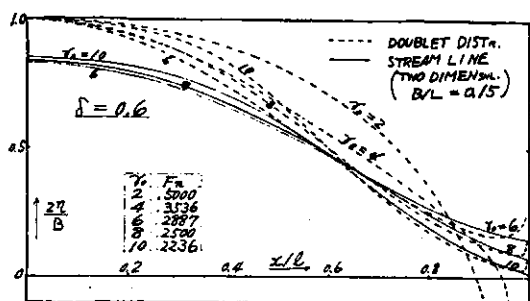
問題 3) つぎに再び対称な分布にかえて(5.9)の外にさらに(5.11)すなわち二次モーメントが与えられる場合も同様にして、

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(-l \cos \theta) &= c_0' + c_2 \cos 2\theta \\ a_{2n} &= [2c_0' A_0^{(2n)} + c_2 A_2^{(2n)}] / \mu_{2n} \equiv a_{2n}^* + \gamma b_{2n}^* \\ c_0' &= c_0 - 2\gamma C_{0,2} / \pi D, \quad c_2 = 2C_{0,0} / \pi D \\ \gamma &= 4(m^2 - m_0^2), \quad m_0^2 = 1/2 + C_{0,2} / 4C_{0,0} \\ D &= C_{0,0} C_{2,2} - C_{0,2}^2 \\ C_W &= C_{W0} + \gamma^2 C_{W2}, \quad C_{W2} = 4K_0^2 L^2 C_{0,0} / \pi D \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

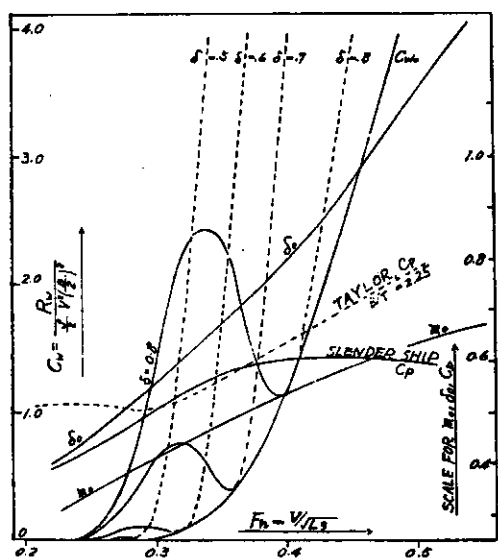
低速では、

$$\left. \begin{aligned} C_{W2} &\approx (K_0 L)^2 e^{-K_0 L} / 4 \\ m_0^2 &\approx 1/2 K_0 L, \quad \delta \approx \sqrt{\pi / K_0 L} / (1 - \gamma K_0 L / 8) \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

二次モーメントを制限すると言うのは直観的には理解しにくいので、このやり方で一度問題を解いてから面積係数が与えられた値になるように逆に二次モーメントを決めたのが第1表中の数値であり、またその一例を第4



第 4 図



第 5 図

図に示す³⁴⁾³⁸⁾。展開係数はまとめて第2表に示し、第5図には遣波抵抗等を描いてある。

δ の値を記した抵抗曲線は今の問題の場合であり、図中点線になっている右側の枝の部分では実際に分布を計算して見ると第4図の高速の場合のように負の部分が出て都合が悪いことを示している。

しかしすぐわかるようにこの範囲はもっと大きい面積係数をとる方が抵抗が少いのであるからこれ以上考えることもあるまい³⁸⁾。

問題 4) 上の問題のたて方は少し人工的に過ぎ、造船学的見地から考えると面積係数を与える方が自然に見える⁴⁰⁾。すなわち(5.12)が与えられると未定係数法によって、

$$\frac{\partial}{\partial a_{2n}} \left(C_W - \frac{c}{\delta} \right) = 2\pi K_0^2 L^2 \mu_{2n} a_{2n} - c c e_{2n}(\pi/2, q) = 0$$

すなわち、

$$a_{2n} = c c e_{2n}(\pi/2, q) / (2\pi K_0^2 L^2 \mu_{2n}) \quad (5.24)$$

となるが n が十分大きくなるとマシウ函数は三角級数に近づくので、

$$a_{2n} \xrightarrow{n \gg K_0 L} 2cn(-1)^n / (\pi K_0^2 L^2)$$

のようになり、分布の方の n が大きいところの展開項は

$$n(-1)^n \cos 2n\theta$$

となって無限に振動しており一定の極限值をもたない。

両端で分布が零になるという条件を仮定した場合に解がないと言うのも全く同じことが起こるということを意味している。

そう言う訳で Weinblum 等の解³⁵⁾が不安定であると言うことは変分条件の設定にも原因すると考えられる。

さて以上のようにして無限噴水の場合は解が存在し、かつマシウ函数を使えば計算は非常に簡単にできて最適分布の特徴をはっきりつかむことができる。

しかし最後にもう一つその船側波形は特徴を持っていることを示そう³⁸⁾。船側波形は近似的に、

$$\zeta(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, 0, 0) \quad (5.25)$$

で与えられるが二重吹き出しが(5.8)のように与えられると一般にはこれが無限大になって意味がない。

しかし(5.1)、(5.2)でコーシーの主値の部分だけ取り出すと、それを ζ_f と記して、

$$\begin{aligned} \zeta_f(x) &= -\frac{2V}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-l}^l \eta(x') dx' \\ &\times \int_0^{\pi/2} \cos(K_0 x - x' \sec \theta) \sec \theta d\theta \\ &= V \frac{\partial}{\partial x} \int_{-l}^l \eta(x') Y_0(K_0 x - x') dx' \quad (5.26) \end{aligned}$$

となって (5.6) の微分に比例する。

その他の部分は特異点分布が前後対称ならばやはり前後対称なはずであるから、そのような場合は上式は船側波形の前後非対称な部分を表わしている。

ところが問題 1) では (5.6) は船側で常数でなければならないから (5.26) は零、つまり船側波形は前後対称でなければならない。逆も成立つであろうし、また次節の場合も同様なことが言えるから、(5.26) が正確には船側の波形を示さないとしても、その対称性は造波抵抗の大きさに関する重要な指標であると考えてよからう。

6 細 長 船⁵⁾³¹⁾⁴⁰⁾

細長船の理論 (A) によれば横切面積を $A(x)$ とすると、造波抵抗は、

$$R = \frac{\rho}{\pi} K_0^2 V^2 \int_0^{\pi/2} |f(K_0 \sec \theta)|^2 \sec^5 \theta d\theta \dots (6.1)$$

$$f(p) = \int_{-l}^l A(x) e^{-ipx} dx \dots (6.2)$$

のように与えられるから、肋骨線の形状に関係しないことになる。

これは 4 節の没水体の場合と同じ近似になり、また (4.2) は $T \rightarrow 0$ とすれば上式と同じになる。

したがってまたそこで説明したようにこの式は喫水の極く浅い没水型の船の抵抗を与えると考えることもできる。

同じ形の式はまた 2 節で説明したように、(2.17) において $\sigma(\pm l, z) = 0$ とした場合にも得られるが、それに対応するミッテレル船型は没水型の場合と異なり船首尾の水面付近で負の半巾を持つようになる点で具合が悪そうである⁴⁰⁾。

もう一つの考え方は圧力分布型の船 (A) で分布が x 軸上の線分布となった場合であり、この場合は (6.2) の A は動的なものも含めた浮力分布と見なさなければならない。

さて上式を書きかえて、

$$R = \rho g \int_{-l}^l A(x) K(x) dx \dots (6.3)$$

$$K(x) = \frac{K_0^3 L^3}{8\pi} \int_{-l}^l A(x') P_{-1}(K_0 \overline{x-x'}) dx' \dots (6.4)$$

とし、今、

$$K^*(x) = \frac{L^3}{8\pi K_0} \int_{-l}^l A(x') P_{-1}(K_0 \overline{x-x'}) dx' \dots (6.5)$$

とおくと、(6.4) の積分が存在するならば、

$$K(x) = \frac{d^4}{dx^4} K^*(x) \dots (6.6)$$

したがって、

$$K^*(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots (6.7)$$

とおくと、

$$K(x) = 0 \dots (6.8)$$

となる。

ところが (6.5) は (5.6) と同じであるから (6.7) を解けばこの 4 個の常数に対応するそれぞれに独立な解が求められる。

この内常数 a, b, c に関するものはそこですでに解いたもので表わされる。

すなわち形式的には恒等的に零でない 4 種類のそれぞれ独立な解は共に影響函数が零でしたがって造波抵抗も零であるということになる。

しかしながら (6.1) 若しくは (6.5) から見ればこのような場合には積分が発散するから、むしろ造波抵抗は無限大になっている訳である。

このような困難をさけるためには、

$$A(\pm l) = \frac{d}{dx} A(\pm l) = 0 \dots (6.9)$$

と言う条件をつけて先の鋭どくがった船だけを考えれば良い⁵⁾³²⁾⁴⁰⁾。

この条件を入れて (6.2) を部分積分し、 $(d/dx)^2 A(x)$ について極値問題を作れば前節と全く同様にして解け、排水量だけ制限された場合の抵抗は、

$$R/(\rho g V^2/L^3) = 128 C_{w2}/K_0^3 L^3 \dots (6.10)$$

のようになって、前節の結果がそのまま使え、分布形状を計算するのもまた容易である⁴⁰⁾。

ここでは第 5 図中にプリズマ係数 $C_p = V/LA(0)$ のみを示しておいた。

図示のように前節の面積係数 δ_0 より小さい。

しかし前節の結果は先のとがった船よりも先の丸いものの方が抵抗が小さいとすることを示しており、またその他の計算でも定性的にはこの考えは誤っていないように思われるのでこのようにして得られた解よりも抵抗の小さいものがあるように思われるし、また形式的には (6.7) の $a \sim d$ に対応する解は造波抵抗が零になるのでやはりこの考えを支持しているように見える。

この辺の事情を見るために (6.1) を没水体型の船の喫水が小さい場合と見なして (6.7) の常数 a に対応する解を考えて見よう。

前節問題 1) の結果からその解は全速度を通じて略々零次のマシウ函数で表わされるから、最適分布を近似的に、

$$A(-l \cos \theta) = 2\pi c e_0(\theta, q) / (\pi L A_0^{(0)} \sin \theta) \quad (6.11)$$

とおくと、(4.3) は、

$$f(K_0 \cosh u) = \pi c e_0(u, q) / c e_0(\pi/2, q) \quad (6.12)$$

となり、(4.2) から抵抗は、

$$r \equiv R / (\rho g V^2 / L^3) = \frac{K_0^3 L^3}{\pi c e_0^2(\pi/2, q)} \times \int_0^\infty e^{-2K_0 T \cosh^2 u} c e_0^2(u, q) \cosh^4 u du \quad (6.13)$$

で与えられる。

まず高速では、

$$c e_0(\pi/2, q) = 1/\sqrt{2} = c e_0(u, q)$$

であるから、

$$r \xrightarrow{K_0 L \ll 1} \frac{(K_0 L)^3}{\pi} \int_0^\infty e^{-2K_0 T \cosh^2 u} \cosh^4 u du = \frac{(K_0 L)^3}{\pi} P_{-5}(0, 2K_0 T) \xrightarrow{K_0 T \ll 1} \frac{K_0 L}{2\pi} \left(\frac{L}{T}\right)^2 \quad (6.14)$$

となるが¹⁴⁾ (6.10) では、

$$r \xrightarrow{K_0 L \ll 1} 256/(\pi K_0 L) \quad (6.15)$$

となるゆえ (6.14) は $T \rightarrow 0$ とすると無限大になるけれども、 L/T が与えられればある速度から上では (6.15) より小さい。

また低速では、

$$c e_0(u, q) = \frac{2\sqrt{2}e^{-\gamma_0}}{\sqrt{\cosh u}} c e_0(\pi/2, q) \cos(\gamma_0 \sinh u)$$

であるから (6.13) に代入して、

$$r \xrightarrow{K_0 L \gg 1} \frac{4K_0^3 L^3}{\pi} e^{-K_0 L} \int_0^\infty e^{-2K_0 T \cosh^2 u} \times \{1 + \cos(K_0 L \sinh u)\} \cosh^4 u du$$

となるが右辺第2項の被積分関数は大きく振動するので第1項に比して無視し得るとすると、

$$r \xrightarrow{K_0 L \gg 1} \frac{4}{\pi} (K_0 L)^3 e^{-K_0 L} \int_0^\infty e^{-2K_0 T \cosh^2 u} \cosh^4 u du = \frac{2(K_0 L)^3}{\sqrt{2\pi K_0 T}} \left(1 + \frac{1}{4K_0 T}\right) e^{-K_0 L - 2K_0 T} \quad (6.16)$$

となる。一方では (5.23) によって (6.10) は、

$$r \xrightarrow{K_0 L \gg 1} 32(K_0 L)^3 e^{-K_0 L} \quad (6.17)$$

と近似され、(6.16) との比は、

$$\frac{(1+1/4K_0 T)}{16\sqrt{2\pi K_0 T}} e^{-2K_0 T} \quad (6.18)$$

したがって $T \rightarrow 0$ とすると (6.16) は確かに無限大になるけれども普通の船の L/T の範囲では (6.17) よりも格段に小さいことがわかる。

このことから一般に (6.7) の常数 $a \sim d$ に対応する解の抵抗は (6.10) で代表される先のとがった船の抵抗に比して小さいと考えられるから、これらの解の抵抗が形式上零になるのはこのような意味を持つと考えればつじつまがあう。

したがって極小値問題の解は前節と全く同じでよいと考えられるが、少くとも前節で取扱った解の持つ造波抵抗は細長船理論では計算できない。この点は船首尾の取扱いに伴う困難とともにこの理論の弱点である¹⁵⁾¹⁶⁾。

しかしながらこの理論は最初に述べたような種々の場合の極限であると考えられるので、それぞれの場合についての極小値問題の数値解は (数論的に解が存在しない場合も含めて) この場合の解、したがって前節の場合と同じ分布に近づくか、あるいはそれに近づいたときにある種の定常状態を示すものと考えられる。

実際、Kotik が喫水方向に一樣な分布について種々の喫水における最適分布を計算した結果は、前節の場合より先が少しとがっているように見えるが抵抗では (6.17) よりもずっと (6.16) の方に近い¹⁷⁾。

(なお彼の計算はフルード数の高い所で行なわれているので、これらの式があてはまるかどうかは疑わしい)

このような訳でミッchel型船の場合は喫水が深くても浅くてもその最適分布は無限喫水の場合のそれに近いと考えることができる。

7 補遺および結言

以上の外に有限喫水で分布関数が変数分離できるような場合も解のある数少ない場合の一つであって前節の終りにも少し触れた通りである¹⁸⁾¹⁹⁾。

またここでは圧力分布型の場合は取扱わなかったが解の存在、一義性、性質等すべて平行な議論が成立つ²¹⁾²⁰⁾。

しかしその分布面のとり方は多分に任意性がある点で具体的な例を考えるのが面倒である。

この分布面のアスペクト比が無限大になった極限、すなわち二次元問題では造波抵抗のない分布でも排水量を持つことができる。しかし高速では大きな下向きの力をうけるので静的浮力は大部分失なわれてその排水量はわずかなものである¹⁹⁾²¹⁾。

さて以上の結果をまとめると造波抵抗の極小値問題は、

(i) 一般的にはその積分が有限であるような解はなく、造波抵抗は理論上いくらでも小さくできるが、そのような分布関数が果してどの程度まで実用的な船型を与えるかは今のところよくわからない。

(ii) また解は一義的に決まらないことから、同じ造

波抵抗を持つけれども船型は異なるものが無限に多くあると言える。

(iii) しかし特別の場合で変分方程式の核が特異性を持つ場合は恒等的に零でない解がある。

(iv) ミッチェル型船では喫水のいかに関わらず、長さ方向の分布をマシウ函数で展開すれば解を求めるのに都合が良く、低速では特にそのできるだけ低次のものをとればほとんどそのまま最適分布となる。

(v) その最適分布の表わす船型は先端が丸いと考え

られ高速における最適肥せき係数は従来の常識よりもずっと大きく低速では逆に。小さいしかし $C_F=0.6$ 辺ではテイラーの標準船型の横切面積曲線にそっくりである。

さて最後に応用の面について言えば理論的並びに実験的困難のために現在の所定量的な正確さは期し難いが、定性的には従来の船型学の実験的成果を理論的に整理し、かつ裏づける一方、さらにそれを乗り越える新しい道を指し示すことができるように思われる。

C. 実験船型学と造波抵抗理論

正 員 乾 崇 夫*

実験船型学と造波抵抗理論の関係は気象学における総観予報と数値予報の関係に似ている。要因と結果とを結ぶ物理的法則があまりにも複雑なために、理論が未熟なうちは実際問題の解明にほとんど役立たない。やむをえず過去の経験データを集積整理して、いわゆる経験則を導き、これによって現実の問題を処理していく。すなわちこの段階では、どちらかという学よりも術に近いといえよう。しかし理論もやがてはあるレベルに達し、実験と肩を並べる日がくる。理論と実験とがそれぞれの長所を活かし、たがいに他を補って進歩するという科学にとってもっとも望ましい形がととのえられてくる。

「船型と造波抵抗」という命題は、百年に近い歴史をもつ船型学のなかでも、もっとも古い、またもっとも基本的な命題であるが、この面での理論の効用は従来きわめてうすかった。しかしいまようやく、造波抵抗理論が実験船型学と対等の資格で、船型学を支える二本目の柱として成長し、その真価を発揮する時代が訪れようとしている。

電子計算機の出現がこれに役も二役も買っていることは否定すべくもないが、原因はこれだけではない。 $A \cdot B$ の二項で述べられた理論そのものの進歩がまず注目されるとともに、理論の工学的な活かし方についての工夫、さらには理論の不備を実験で直接比較検討するのに必要な新しい種類の水槽試験ないしは観測技術の開発もまた大きな原動力となっている。

造波抵抗理論が船型学の現場に寄与できる面をわけると二面ある。その第一は与えられた設計条件のもとに造

波抵抗（または全抵抗）のなるべく小さい船型を求めようとする船型決定の問題、その第二は船型がきまり抵抗試験が実施されたあとの段階で、実験結果の解釈、blockage effect や scale effect に対する考慮など、広く馬力推定に関連した問題である。

第二の面も重要であるが、ここでは紙数の関係で第一の問題に焦点を絞り、ここ数年来東大水槽として経験してきたことを中心として述べることにする。

その立場は、理論がその活用方法いかんによっては船型決定の問題に役に立つとする点では $A \cdot B$ で述べられた主張と全く同じであるが、あえてその相違点をあげれば次のようになる。すなわち $A \cdot B$ ではどちらかというと大局を見通すためのガイド的役割という点に理論の価値をみとめ、理論活用の範囲は決してその数学的厳正さを超えない限度内に止めておく。したがって理論をその途中の段階で実験観測と比較し、その補正について考えるという方法は用いられず、最終の抵抗試験の結果が理論で予測されたと同じような定性的（あるいはなかば定量的）傾向を示すか否かによって理論の適用性がたしかめられる。

これに反して、以下に述べる方法では、数学的厳正さの枠を踏み越えてまで、理論を拡張して定量的に活用しようとする。ときには数学的には矛盾がないと考えられる性質のものまでも含めて、必ず現実に観測できるもの——船のつくる波——と直接の比較検証を行ない、理論の不備をこの段階で十分に洗っておく。このことによって、本来不完全な理論を実際に使える理論にまでなんとか組み上げていこうと努力する。

* 東京大学工学部