

A

M-124-1

No.

Date

1) 可逆定理 (2次元) の証明

振動方程式

$$\begin{cases} L_{11}w + L_{12}u + p = g_n \\ L_{21}w + L_{22}u = g_s \end{cases} \quad (1)$$

$$L_{12} = L_{21}$$

式(1)に w' , 式(2)に u' をかけて C 上で積分すると

$$\begin{aligned} \int_C [w'(L_{11}w + L_{12}u + p) + u'(L_{21}w + L_{22}u)] ds \\ = \int_C (g_n w' + g_s u') ds. \quad (2) \end{aligned}$$

左辺を部分積分すると

$$\begin{aligned} \int_C w' L_{11}w ds &= \int_C w L_{11}w' ds \\ \int_C w' L_{12}u ds &= \int_C u L_{21}w' ds \\ \int_C u' L_{21}w ds &= \int_C w L_{12}u' ds \\ \int_C u' L_{22}u ds &= \int_C u L_{22}u' ds \\ \int_C p w' ds &= \int_C p' w ds. \end{aligned} \quad (3)$$

これより

$$\begin{aligned} \int_C [w(L_{11}w' + L_{12}u' + p') + u(L_{21}w' + L_{22}u')] ds \\ = \int_C (g_n w' + g_s u') ds, \quad (4) \end{aligned}$$

左辺で w, u が (1) と同じ方程式を満たすと
する可逆定理を用いる。

$$\int_C (\bar{g}'_n w + \bar{g}'_s u) dS = \int_C (\bar{g}_n w' + \bar{g}_s u') dS, \quad (5)$$

2) 長波近似 (波長 $\lambda \gg a$)

2つの境界条件は

$$P_c \bar{H}(a, \theta) = \int_c P_d(s, \theta) w(s) ds \quad (1)$$

$$P_d = -i p \omega (\phi_0 + \phi_d)$$

$$\phi_0 = c e^{i k \tilde{\omega}(\theta)}, \quad \tilde{\omega}(\theta) = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad \left\{ \begin{array}{l} (2) \\ \omega = k \end{array} \right.$$

 $\lambda \gg a \rightarrow 0$ とする。

$$\phi_0 \approx c [1 + i k (x \cos \theta + y \sin \theta)] \quad (3)$$

なお自由表面がある時は

$$\phi_0 = c (e^{i k (x \cos \theta + y \sin \theta)} - e^{i k (x \cos \theta - y \sin \theta)})$$

$$\Rightarrow i c k y \sin \theta = 2 i \omega y \sin \theta \quad (4)$$

となって (3) より簡単であるので、以下特に考慮しない事とする。

さて ϕ_0 が (3) のように近似できるとすると、 ϕ_d は

$$\phi_d \approx i \omega (\cos \theta \phi_1 + \sin \theta \phi_2) \quad (5)$$

のように表わせれば ϕ_1, ϕ_2 の境界条件は (長波のとき無関係)

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = - \frac{\partial x}{\partial n}, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = - \frac{\partial y}{\partial n} \quad (6)$$

と表すことができる。(ϕ_1, ϕ_2 は空間座標関数とする)

$$\text{今 } x + \phi_1 = \bar{\Phi}_1, \quad y + \phi_2 = \bar{\Phi}_2, \quad (7)$$

と表すと簡単

$$P_d \doteq -i\rho\omega C \left[1 + iR(\cos\Phi_1 + \sin\Phi_2) \right], \quad (8)$$

これ故 コツチ=151番17

$$F(R, \theta) \doteq -i\omega \left[I_0 + iR(\cos I_1 + \sin I_2) \right], \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \int_C w(s) ds \\ I_1 &= \int_C \Phi_1 w ds, \quad I_2 = \int_C \Phi_2 w ds, \end{aligned} \right\} (10)$$

今振動方程式の強制力 q_n を

$$\left. \begin{aligned} q_n &= 1 && \text{に対する変位} && w_0 \\ q_n &= \Phi_1 && \text{"} && w_1 \\ q_n &= \Phi_2 && \text{"} && w_2 \end{aligned} \right\} (11)$$

変位 w は s_0 点における Φ_0 による集中起振力によるものと見做し可逆定理により,

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= Q_0 w_0(s_0) \\ I_1 &= Q_0 w_1(s_0), \quad I_2 = Q_0 w_2(s_0), \end{aligned} \right\} (12)$$