

A

M-130 No. 1

Date 6/6/29

M.B.

反射波を消す一法 (2次元)

x の正方向から単位振幅の音波が来るものとする。

入射波はポテンシャルは

$$\phi_0 = c e^{ikx}, \quad c: \text{任意} \quad (1)$$

物体に対する散乱ポテンシャルを $\phi_d(x, y; 0)$ とすると

表面での圧力 $P_d(x, y; 0)$ は

$$P_d(x, y; 0) = -i\rho\omega(\phi_0 + \phi_d), \quad (2)$$

表面はこの圧力をうけて法線方向に $w(x, y)$ の振動をしているものとする。

この散乱波と w に対する放射波は、

$$\phi_T = \phi_d + \phi \rightarrow \frac{i}{2\sqrt{2\pi kr}} e^{-ikr + \frac{\pi}{4}} \bar{F}_T(k, \theta), \quad (3)$$

$$\bar{F}_T(k, \theta) = \frac{1}{\rho} \int_C P_d(s, 0) \left\{ \frac{-1}{i\omega} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + w \right\} ds, \quad (4)$$

$$\frac{i}{\omega} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} = -\frac{\partial x}{\partial r} e^{ikx}, \quad (5)$$

よって

$$w = \frac{\partial x}{\partial r} e^{ikx} \text{ and } c, \quad (6)$$

さらに

$$\bar{F}_T(k, \theta) = 0, \quad (7)$$

となり反射波は全く出てゆかない。
どの方向にも

(6)も満足するように表面を振動させる方法を考えよう。

一法として 物体表面を多くの要素に分割し 互いの面系が独立に振動しうるものとしよう。
(無限に)

少数要素の運動方程式は又次のように表わされるものとする。

$$m\ddot{w} + r\dot{w} + Kw + p = -P_d(s, 0), \quad (8)$$

2-12

$$p = -ip\omega\phi = p\omega^2 \int_c N(p, Q) w(p) ds, \quad (9)$$

なお

$$p_d = -ip\omega\phi_d = -p\omega^2 \int_c N(p, Q) e^{\frac{ikx}{\partial x}} ds, \quad (10)$$

N はノイマン関数とする。

m は要素の単位面積当たりの質量、 K はバネ定数、 r は摩擦

$$P_d = p_0 + p_a, \quad p_0 = -ip\omega c e^{\frac{ikx}{\partial x}}, \quad (11)$$

であるから、(6)が成立つたならば(8)より

$$(\omega^2 m + i\omega r + K) \frac{\partial x}{\partial x} e^{\frac{ikx}{\partial x}} = -p_0 = +ip\omega c e^{\frac{ikx}{\partial x}}$$

よって

$$\omega^2 = \frac{K}{m}, \quad (12)$$

さらに

$$r = pc / \frac{\partial x}{\partial x}, \quad (13)$$

となつて いわゆる(影の弾性では) $r < 0$

(12)の条件を常に満足させるのは困難であるので Active に control する方法を考えねばならない。

さて (12), (13)の条件は 2通りように書かえる事も出来る。

$$\frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial \omega}} \dot{\omega} = -P_0 + P\omega^2 \int_0^L N(\xi, \omega) \left\{ \omega - \frac{\partial X}{\partial \omega} \right\} d\xi, \quad (14)$$

これを積分方程式と見てみるとこの解は (6) で与えられる。

(フレッドホルム型の方程式)
従って (14) が成立てば (6) が成立っている事になる。

それ故、この機械系に電磁的に結合した電気回路
を附加し、(14) が成立つようにしてやればよい事になる。

電気回路の起電圧(制御電圧) E , インピーダンス Z ,
結合係数 A , 電流 I とすると。

$$E = ZI + A\dot{\omega}, \quad (15)$$

機械系では (14) を満足するためには

$$\left[m\omega^2 + K + i\omega \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial \omega}} \right) \right] \dot{\omega} - AI = 0, \quad (16)$$

(16) が与えられる I を (15) に代入すると

$$E = \frac{Z}{A} \left[m\dot{\omega} + \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial \omega}} \right) \dot{\omega} + K\dot{\omega} \right] + A\dot{\omega}, \quad (17)$$

なる電圧を供給すればよい事になる。

Z は任意に選ぶ事が出来るが抵抗とするのが最も簡単

であろう。

(この時) P のなる仕事のパワーは

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\bar{E} \bar{I}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{Z}{A^2} \left\{ -\omega^2 m + K + i\omega \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} + \frac{A^2}{Z} \right) \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ K\omega^2 m + K - i\omega \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} \right) \right\} \bar{V} \right] \\ = \frac{R}{2A^2} |\bar{V}|^2 \left[(K - \omega^2 m)^2 + \omega^2 \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} + \frac{A^2}{Z} \right) \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} \right) \right], \quad (18)$$

(6) を代入すれば

$$P = \frac{Z \left(\frac{\partial X}{\partial V} \right)^2}{2A^2} \left[(K - \omega^2 m)^2 + \omega^2 \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} + \frac{A^2}{Z} \right) \left(r_0 - \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} \right) \right], \quad (18')$$

一方 この時 水から与える $\bar{E}$ 力は R となるので 水に与えて与えられた仕事のパワーは 2倍のように 0 となる。

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\partial_0} \bar{p} \bar{w} ds = -\frac{P}{2} \omega^2 C \int \frac{\partial X}{\partial V} ds = 0, \quad (19)$$

(18') で $K = \omega^2 m$, $r_0 = 0$ とすれば

$$P = \frac{\omega^2 Z \left(\frac{\partial X}{\partial V} \right)^2}{2A^2} \left\{ \left(\frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} \right)^2 - \frac{A^2}{Z} \frac{PC}{\frac{\partial X}{\partial V}} \right\} = -\frac{\omega^2 PC}{2} \frac{\partial X}{\partial V} + \frac{\omega^2}{2A^2} Z (PC)^2, \quad (18'')$$

これを表面上で積分すれば 右辺が 1 になる消えて、電気回路の P (今は抵抗としてある) で消費するパワーのみとなる。

結局 入射波は完全に透過している事になる。

Acoustic Scattering width & Radiation Pressure 散乱幅 と 放射圧力

物体が 平面入射波を受けて 音波を 反射散乱
させているとしよう。

即ち 放射 散乱 反射波は

$$\phi_T = \phi_d + \phi \rightarrow \frac{i}{2\sqrt{2\pi k r}} e^{-i(kr + \frac{\pi}{2})} \bar{F}_T(k, \theta) \quad (1)$$

$$\bar{F}_T(k, \theta) = \frac{1}{r} \int_C P_d(s, \theta) \left(w + \frac{1}{iw} \frac{\partial \phi_d}{\partial s} \right) ds \quad (2)$$

$$\text{勿論} \quad \frac{\partial \phi_d}{\partial s} = - \frac{\partial \phi_0}{\partial s} = -i \frac{\partial}{\partial s} e^{i k (x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \quad (3)$$

ϕ_0 は α 方向からの入射波とする。

この波の持っているパワーは

$$P_s = \frac{1}{4} \int_R \left[P_T \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial r} + \bar{P}_T \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] r d\theta = \frac{\rho \omega k}{2 \times 8\pi R} \int_0^{2\pi} |\bar{F}_T(k, \theta)|^2 d\theta, \quad (4)$$

一方 入射波の単位幅当りの入射パワーは

$$E_x = \frac{\rho \omega k}{2} c^2 = \frac{\rho \omega^2 c}{2} \quad (5)$$

∴ 散乱率は 定義より

$$B_s = \frac{P_s}{E_x} = \frac{1}{8\pi c \omega} \int_0^{2\pi} |\bar{F}_T|^2 d\theta, \quad (6)$$

一方 物体が 波から 吸収するパワーは

$$\begin{aligned} P_{ab} &= \frac{1}{4} \int_C \left[(P_d + p) \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial s} + (\bar{P}_d + \bar{p}) \frac{\partial \phi}{\partial s} \right] ds \\ &= \frac{i\rho\omega}{4} \int_C \left[(\phi_0 + \phi_d + \phi) \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial s} - (\bar{\phi}_0 + \bar{\phi}_d + \bar{\phi}) \frac{\partial \phi}{\partial s} \right] ds, \quad (7) \end{aligned}$$

$$2.11 \quad (\phi_0 + \phi_d + \phi) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \nu} = (\phi_0 + \phi_d + \phi) \frac{\partial}{\partial \nu} \overline{(\phi_0 + \phi_d + \phi)} = (\phi_0 + \phi_T) \frac{\partial}{\partial \nu} (\bar{\phi}_0 + \bar{\phi}_T) \\ = \phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} + \phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} + \phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial \nu} + \phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial \nu}$$

$$\therefore (\phi_0 + \phi_d + \phi) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \nu} - (\overline{\phi_0 + \phi_d + \phi}) \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} - \bar{\phi}_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial \nu} + (\phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} - \bar{\phi}_0 \frac{\partial \phi_T}{\partial \nu}) \\ + \phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial \nu} - \bar{\phi}_T \frac{\partial \phi_0}{\partial \nu} + \phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial \nu} - \bar{\phi}_T \frac{\partial \phi_T}{\partial \nu}$$

$$2.12 \quad \phi_T = \phi + \phi_d,$$

$$\text{また} \quad \bar{\phi}_0(\alpha) = c e^{-i k_0 r \cos(\theta - \alpha)} = c \phi_0(\pi + \alpha), \quad \dots (8)$$

$$\therefore \int_C (\phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} - \bar{\phi}_0 \frac{\partial \phi_T}{\partial \nu}) ds = F_T(k, \alpha + \pi), \quad (9)$$

$$\text{また} \quad \int_C (\phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} - \bar{\phi}_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial \nu}) ds = \int_R (\phi_0 \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial \nu} - \bar{\phi}_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial \nu}) r d\theta = 0, \quad (10)$$

$$\int_C (\phi_T \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial \nu} - \bar{\phi}_T \frac{\partial \phi_T}{\partial \nu}) ds = \frac{i}{4\pi} \int_0^{2\pi} |F_T(k, \theta)|^2 d\theta, \quad (11)$$

$$\therefore P_{ab} = \frac{i P \omega}{4} \left[F_T(k, \pi + \alpha) - \overline{F_T(k, \pi + \alpha)} + \frac{i}{4\pi} \int_0^{2\pi} |F_T(k, \theta)|^2 d\theta \right], \quad (12)$$

(4) を代入すると

$$P_s + P_{ab} = \frac{i P \omega}{4} \left[F_T(k, \pi + \alpha) - \overline{F_T(k, \pi + \alpha)} \right], \quad (13)$$

これはよく知られた関係である (Morse & Feshbach)

次に物体に働く平均圧力を考えてみよう。

力は無限に続く円周上から外に出て行く運動量の時間

平均で表わされるから

$$X = \frac{1}{4} \int_R \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} \right] r d\theta, \quad (14)$$

$$\Phi = \phi_0(\alpha) + \phi_d + \phi = \phi_0(\alpha) + \phi_T$$

$$\therefore \int \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) r d\theta = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\phi_0 + \phi_T) \frac{\partial}{\partial t} (\phi_0 + \phi_T) = \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial \phi_T}{\partial t} + \frac{\partial \phi_T}{\partial x} \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \phi_T}{\partial x} \frac{\partial \phi_T}{\partial t}$$

$$\int_R \frac{\partial \phi_T}{\partial x} \frac{\partial \phi_T}{\partial t} r d\theta = \frac{k}{8\pi} \int_0^{2\pi} |F_T|^2 \cos \theta d\theta \quad (16)$$

$$\int_R \frac{\partial \phi_T}{\partial x} \frac{\partial \phi_T}{\partial t} r d\theta = \frac{i\omega k r \sqrt{r}}{2\sqrt{2\pi k}} \int_0^{2\pi} \cos \theta F_T(R, \theta) e^{-ikr + \frac{\pi}{4}(-ikr \cos(\theta - \alpha))} \cos(\theta - \alpha) d\theta$$

この積分を定常法によって計算する。

$$\int f(\theta) e^{-ikr(1 + \cos(\theta - \alpha))} d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} f(\pi + \alpha) e^{-ikr(1 - \cos \epsilon)} d\epsilon = 2f(\pi + \alpha) \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2ikr}} e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

$$\left(\because \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\pi x^2} dx = \frac{e^{-\frac{\pi}{4}i}}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{k r}{2} \epsilon^2 = \frac{\pi}{2} X^2, \quad \epsilon = \sqrt{\frac{\pi}{k r}} X$$

$$\therefore \int_R \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial y} r d\theta = + \frac{i\omega}{2} \overline{F_T(k, \pi+\alpha)} \cos(\pi+\alpha) \quad (17)$$

$$\therefore \int_R \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}_T}{\partial y} r d\theta = \frac{i\omega R \sqrt{r}}{2\sqrt{2\pi-k}} \int \overline{F_T(k, 0)} e^{i k r \cos \frac{\pi}{4} + i k r \cos(\theta-\alpha)} \cos \alpha d\theta = \frac{i\omega}{2} \overline{F_T(k, \pi+\alpha)} \cos \alpha$$

$$\therefore X = \frac{P i \omega}{4} \left\{ \overline{F_T(k, \pi+\alpha)} - F_T(k, \pi+\alpha) \right\} \cos \alpha + \frac{P R}{16 \pi} \int_0^{2\pi} |F_T|^2 \cos \theta d\theta \quad (18)$$

(13) の代りに

$$\begin{aligned} X &= \frac{P}{2} \left(\frac{P_0 + P_{00}}{c} \cos \alpha + \frac{P R}{16 \pi} \int_0^{2\pi} |F_T|^2 \cos \theta d\theta \right) \\ &= \frac{\cos \alpha}{c} P_{00} + \frac{P R}{16 \pi} \int_0^{2\pi} |F_T|^2 (\cos \theta + \cos \alpha) d\theta \quad (19) \end{aligned}$$

24.12 P.J. Westervelt の結果に等しい。

高周波数領域における近似計算について

F.E.M., B.E.M. 併用計算方式では、境界要素の数は音の波長の数分の1程度以下にしないと精度は保証出来ないため、高周波領域の計算は計算機容量により制限される。

一方音の波長が物体寸法に比べて小さくなって来るとその放射散乱について所謂短波長近似(幾何光学的近似)をしても良くなって来ると考えられる。

また外板の振動も高周波領域では^{面内}伸縮振動を無視して、面外曲げ振動のみ考えても良いと言う計算結果もある(?)のでこの2つの簡略化を導入すれば計算は大幅に短縮できると予想されるので以下音の短波長近似について記す。

なおこれらの仮定は大体従来の音響屋(船政大)さんの基本的思想と同じである。

短波長近似

速度ポテンシアルは

$$p(\Omega) = \frac{i}{4} \int_C \left[\phi(P) \frac{\partial}{\partial \nu} - \frac{\partial \phi}{\partial \nu} \right] H_0^{(2)}(kR) ds(P) \quad (1)$$

と表わされるが、 $k \gg 1$ の時は C 上で

$$\frac{i}{4} \int_C \phi \frac{\partial}{\partial \nu} H_0^{(2)}(kR) ds(P) \doteq \frac{1}{2} \phi(\Omega) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} - \frac{i}{4} \int_C \frac{\partial \phi}{\partial \nu} H_0^{(2)}(kR) ds(P) &\doteq - \frac{i}{4} \frac{\partial \phi(\Omega)}{\partial \nu} \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(k\xi) d\xi \\ &= - \frac{i}{2k} \frac{\partial \phi}{\partial \nu}(\Omega) \quad (3) \end{aligned}$$

のような値に漸近するので

$$\phi(\Omega) \doteq \frac{1}{2} \phi(\Omega) - \frac{i}{2k} \frac{\partial \phi}{\partial \nu}(\Omega) \quad \text{on } C \quad (4)$$

よって

$$\phi(\Omega) = \frac{i}{k} \frac{\partial \phi}{\partial \nu}(\Omega) \quad \text{on } C \quad (5)$$

圧力 p は

$$p(\Omega) \doteq - p_C \frac{\partial \phi}{\partial \nu} \quad \text{on } C \quad (6)$$

つまり、圧力は音響抵抗分のみとなり、附加質量は無視しうようになる。

なお (2), (3) の近似が成立するには ϕ の C 上での振動の波長が音の波長よりも長いという仮定が必要であるが附録 A のように今は成立つとしてよかう。

この事は又放射率が 1 になる事を意味するから
やはり高周波域での近似となる。

所収 B で同様の例でこの仮定の精度を検討して
あるが、 ω のあまり大きくない時にはかなり問題があり
そうなのでもう一項漸近展開したい訳であるが、そのとき
式が複雑になるしまた一般に漸近展開をこれ以上
おめると微係数が出て来て数値計算上問題点か
出て来ると予想されるので今はとにかくこの近似に止める。

またこの近似では音圧はもはや要素の法線速度
のみで定まるので、ラムピーダンスの連成項がなくなり
・振動方程式は大変簡潔になる。

この事と伸縮振動を無視する事とで解法は格段に
簡潔になるので、その分要素数を増やす事が可能で
あろう。

またこの点については要素数を増やさないで要素の中
の振動モードを一定ではなく 2 次^{以上}の中級数で表わす
方法もある。この方法によれば聯立方程式の元数を

減らす事は出来るが、要素の中の振動方程式を解かねばならないのでプログラムが複雑になるから、実行するとしても精々直線(折線)近似位であらう。

さてこの近似では幾何光学と同じで影が出て、

物体を離れた点でのポテンシャルは

$$\phi(Q) = \frac{i}{2} \int_F \frac{\partial \phi}{\partial \nu} H_0^{(2)}(kR) ds(P),$$

と表わされ、FはQ点から見えるCの部分と考えればよい。

特に入射波に対する散乱問題では、音の当る部分で(5)より全反射、影の部分で0とすればよい。

今入射波ポテンシャル

$$\phi_0 = c e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)}$$

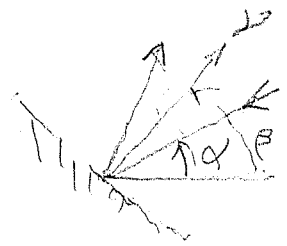
とするならば

$$\phi_d \Big|_F = c e^{ik(x \cos \sigma + y \sin \sigma)},$$

$$\sigma = \pi + 2\beta - \alpha, \quad \beta \text{ は物体法線の方角}$$

物体表面上の圧力は

$$P_d \Big|_F = -i p \omega (\phi_0 + \phi_d) = -i p \omega c \left[e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} + e^{ik(x \cos \sigma + y \sin \sigma)} \right]$$



$$2(\pi - \alpha) + \alpha + \beta$$

で影の部分では 0 である。

よって 放射ポテンシャルの コツ4=度 数は

$$F(k, \alpha) = \frac{1}{P} \int_F P_a(p; k, \alpha) w(p) ds$$

$$= -i\omega c \int_F \left[e^{i k(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} + e^{i k(x \sin \alpha + y \cos \alpha)} \right] w(p) ds(p),$$

と計算出来る。

この近似の精度をあげるには、影の部分への音の回折を計算に入れるとより良くなるわけである。

附録 A 曲げ振動の波長

板の振動方程式は

$$-\rho_s \omega^2 w(x) + \frac{EI}{1-\nu^2} \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = 0$$

曲げ振動を $w(x) = e^{iK_B x}$, $K_B = \frac{2\pi}{\lambda_B}$

λ_B は曲げ振動の波長とする。

それより

$$K_B^4 = \frac{\rho_s (1-\nu^2)}{EI} \omega^2 = \frac{\rho_s (1-\nu^2) c^2}{EI} k^2$$

$k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_A}$, λ_A は音の波長。

つまり $K_B = \sqrt[4]{\frac{\rho_s c^2 (1-\nu^2)}{EI}} \sqrt{k}$

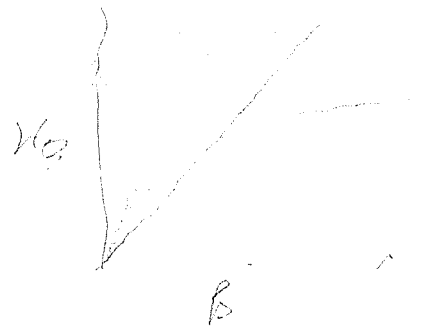
となるが k が大きくなると

$$K_B \ll k, \quad k \gg 1$$

が成り立つようになる。

$E = 1.9 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\rho_s = 7.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $c = 1460 \text{ m/s}$,
 $\nu = 0.28$, $\frac{I}{t} = \frac{t^3}{12} = \frac{10^{-8}}{12} \text{ (} t = 10 \mu\text{m)}$

$$\sqrt[4]{\frac{\rho_s c^2 (1-\nu^2)}{EI}} = \sqrt[4]{\frac{7.7 \times 10^3 \times 1460^2 \times 0.9216 \times 10^{-3}}{1.9 \times 10^{11} \times \frac{1}{12} \times 10^{-8}}} \approx 2.59$$



附録B 円筒の高周波放射

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = i\omega \cosh \theta$$

に對するポテンシャル

$$\phi = ic \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(ka)} \cosh \theta$$

w_n 何?

壓力は

$-i p v$

$$p = \rho \omega c \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(ka)} \cosh \theta$$

$r=a$ の上 $ka \gg n$ とすると

$$H_n^{(2)}(z) \doteq \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{-i(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} \left(1 + \frac{4n^2-1}{2iz} + \dots \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} H_n^{(2)} &= -i H_n^{(2)} + \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_n^{(2)} \left\{ -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{z^{\frac{3}{2}}} - O\left(\frac{1}{z^{\frac{5}{2}}}\right) \right\} \\ &= H_n^{(2)}(z) \left(-i - \frac{1}{2z} \right) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} p \Big|_c &= \frac{\rho \omega c \cosh \theta}{-i - \frac{1}{2ka}} = \frac{\rho c (i\omega \cosh \theta)}{1 - \frac{i}{2ka}} \\ &\doteq \rho c \left(1 + \frac{i}{2ka} \right) (i\omega \cosh \theta) \end{aligned}$$

$$v = \dot{w} \quad p|_c = (R + i\omega M_A) \dot{w}$$

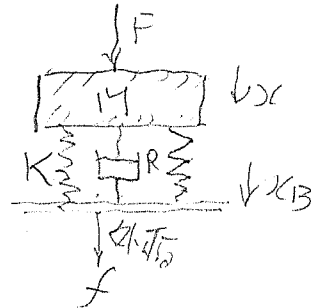
$$\text{と書けるならば} \quad R = \rho c, \quad M_A = \frac{\rho c}{2\omega ka}$$

で $ka \gg 1$ ならば R に対して M_A は大變小さくなる

防振支持台のある場合の外板起振力 (防振支持台)

起振力を F , 機械質量をも M としバネ定数 K , 抵抗 R で図のように

外板に取っ付けられているとしよる

機械の変位 x , 外板の変位 x_B とすると

$$F = M\ddot{x} + R(\dot{x} - \dot{x}_B) + K(x - x_B) \quad (11)$$

$$f = K(x - x_B) + R(\dot{x} - \dot{x}_B) \quad (12)$$

一方 駆動点アドミッタンスを Y とすると

$$\dot{x}_B = Yf \quad (13)$$

$$(12) \text{ に代入して } f = Kx + R\dot{x} - \left(R + \frac{K}{i\omega}\right)Yf$$

$$\text{つまり } \left(R + \frac{K}{i\omega}\right)\dot{x} = \left\{1 + \left(R + \frac{K}{i\omega}\right)Y\right\}f$$

$$f = \frac{R + \frac{K}{i\omega}}{1 + \left(R + \frac{K}{i\omega}\right)Y} \dot{x}, \quad (14)$$

$$\text{or } \dot{x} = \left\{Y + \frac{1}{R + \frac{K}{i\omega}}\right\}f \quad (15)$$

(11) に代入すると

$$F = f \left[1 + i\omega \left\{Y + \frac{1}{R + \frac{K}{i\omega}}\right\}M\right]$$

$$f = \left[\frac{F}{1 + \frac{i\omega M}{R + \frac{K}{i\omega}} + i\omega Y M} \right], \quad (16)$$

普通 x もしくは x_B, x_B を測るであろうから、その時

(4) または (3) で f が求められる。

外圧が動かし難い時は $Y=0$ とおけばいい。

その時は 3.1.3 は (5) は

$$\frac{K}{F} = \frac{R + \frac{K}{i\omega}}{i\omega M + R + \frac{K}{i\omega}}$$

いづれにしても起振力を測定 するにも Y を知っている
必要があるという事である。

今後の問題点

1. 2次元問題 Deck, Floor, Engine Bed, Hatch Opening

2. 共振領域の計算法, 近似を厳密に

3. 散乱問題 散乱, 反射波を与える問題
Haskindの定理

4. 起振源位置又は個数による放射パワーの変化
Driving pt. Admittanceの計算 (逆共振の積極的利用*)

5. 3次元計算への Approach
全没, 半没球殻の解析解

◎ 放射音を減らす方法

i) 共振点を避ける。

ii) 損失係数を増加させる
機械的

iii) 逆共振を利用する。
点

iv) 起振点位置を変える。

v) 補強または防振支持をする。
機械的

* Haskindの定理より, ある点の起振力によるあらゆる方向の放射波振中はその方向からの入射波によるその点の法線速度に比例するから, 散乱問題をとりて振動の少ない点, あるいは節を探せばよい。