

9

M. 82

No.

10.6改

Date

42改
57.3.12

2次元振動器理論に関する覚書

別冊

目次

概要

1. 速度ポテンシヤル等の表現	1
2. 逆流ポテンシヤル	5
3. 解	7
4. 逆流と順流	12
5. 相反定理	15
6. 仕事, 減衰, 推力	18
7. 極値問題	23~27

参考文献

28

附録 A	種々の解の係数	A. 1~5
" B	魚の推進	
" C	揺動式プロペラ型水車	
" D	垂直軸プロペラ型水車	

概要

2次元振動翼理論は広く知られているけれども前縁吸引力の存在によって推力等を求める所では幾分整一性に欠ける所があり物理的考察で補っている。

本覚書では加速度ポテンシャルを積分する方式で速度ポテンシャルを求めさらに流線の変位の表式を求めた。

この方法では解はクッタの条件の他に翼面の垂直速度成分に $\frac{1}{2} \rho U^2$ を含むものがないという条件で一義的に定まる事がわかる。

また逆流ポテンシャルと順流のそれの圧力分布の関係も得られたがこれは相応の定理から得られる相反性を説明する。

相反定理については従来のもので(花岡の第1定理)の他花岡の第2定理を導入した。

この定理によってMunkの定理と同様に前端特異性(その自乗が前端吸引力となる)等を表現する事が出来る。

さらに流体の得た仕事を表わす積分に前縁吸引力を含ませて正しい結果が得られる事を示し、直接水を含まない推力、減衰抵抗を与える表現を導いた。

これらの式は水は理論で言うコッテン周数の自乗積分で表わされている。

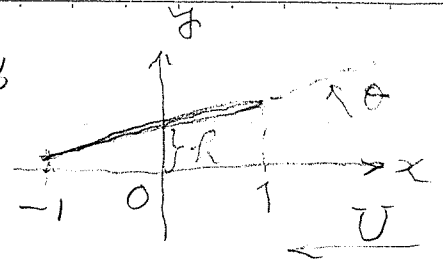
このような簡潔な表現によって羽厚と推進の効率最大の条件が大変簡単に決められる。

最適条件下では推力、減衰は ^(ラグランジュの未定係数) 直接効率の二次式として表わされ、また効率が1になるのは水車つまり一様流水から効率よく動力を取り出す問題の解となっている。

これは W_h の計算に比べて大変簡単で結果が
あろう。

1. 速度ポテンシャル等の表現

加速度ポテンシャルと速度ポテンシャル
との関係は



$$\Phi(x, y) = (i\omega - U \frac{\partial}{\partial x}) \phi(x, y), \quad (1)$$

圧力 p は

$$p(x, y) = \rho \Phi(x, y), \quad (2)$$

(1) を積分して

$$\phi(x, y) = \frac{e^{i\alpha x}}{U} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, y) e^{-i\alpha x} dx, \quad \alpha = \frac{\omega}{U}, \quad (3)$$

壁面の上下での圧力差を

$$\Phi(x, -0) - \Phi(x, +0) = p(x)/\rho, \quad (4)$$

とすると

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x') y dx'}{(x-x')^2 + y^2} = \frac{p(x)}{2} \operatorname{sgn}(y) \Big|_{y=0}$$

で"8"から

$$\Phi(x, y) = -\frac{1}{2\pi\rho} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x') y dx'}{(x-x')^2 + y^2}, \quad (5)$$

を代入

$$S(x, y) = \frac{e^{i\alpha x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha x'} y}{x'^2 + y^2} dx', \quad (6)$$

とすると (3) は

$$\phi(x, y) = \frac{1}{\rho U} \int_{-\infty}^{\infty} p(x') S(x-x', y) dx', \quad (7)$$

のように表わされる。

所で

$$\frac{y}{x^2 + y^2} = \frac{\text{sgn}(y)}{2} \int_0^\infty (e^{ikx} + e^{-ikx}) e^{-k|y|} dk,$$

で右から (6) は又

$$S(x, y) = \lim_{\mu \rightarrow +0} \left[\frac{\text{sgn}(y)}{4\pi i} \int_0^\infty \left(\frac{e^{ikx}}{k - \alpha + \mu i} - \frac{e^{-ikx}}{k + \alpha} \right) e^{-k|y|} dk \right], \quad (8)$$

充分速くでは

$$S(x, y) \xrightarrow{x \gg 1} 0, \quad (9)$$

$$S(x, y) \xrightarrow{x \ll -1} -\frac{\text{sgn}(y)}{2} e^{i\alpha x - \alpha|y|}, \quad (10)$$

次に

$$\frac{\partial}{\partial y} S(x, y) \Big|_{y=0} = -\frac{1}{2\pi x} - \frac{i\alpha}{2\pi} e^{i\alpha x} \int_0^\infty e^{-kx} \frac{dk}{k},$$

で右から 今

$$\phi(x, y) = \frac{1}{\pi \rho \sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x') (x - x')}{(x - x')^2 + y^2} dx', \quad (11)$$

なる p の芝段関数を導入すると

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) \Big|_{y=0} = -\frac{\phi(x, 0)}{2} - \frac{i\alpha}{2} e^{i\alpha x} \int_0^\infty \phi(x, 0) e^{-kx} dk, \quad (12)$$

あるいは (11), (8) のように表現すれば

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, 0) = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty p(x') \frac{\partial}{\partial y} S(x - x', y) \Big|_{y=0} dx', \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} S(x, y) \Big|_{y=0} = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \left(\frac{e^{ikx}}{k - \alpha + \mu i} - \frac{e^{-ikx}}{k + \alpha} \right) k dk, \quad (14)$$

と、で新しく、

$$(i\omega - v \frac{\partial}{\partial x}) \eta(x) = - \frac{\partial \phi}{\partial y}(x, 0), \quad (15)$$

によって η なる量を導入すると、これは無限上流で y 軸上にいた流体粒子が y 方向に変位した量を表わしている。

(15) を積分して 無限上流で $\eta=0$ とすると、

$$\eta(x) = \frac{e^{i\alpha x}}{v} \int_{-\infty}^x \phi_y(x, 0) e^{-i\alpha x'} dx', \quad (16)$$

で (12) を代入すると

$$\begin{aligned} \eta(x) &= - \frac{e^{i\alpha x}}{2} \int_{-\infty}^x \eta(x') \{1 + i\alpha(x-x')\} e^{-i\alpha x'} dx' \\ &= - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\alpha e^{i\alpha x} \int_{-\infty}^x \eta(x') e^{-i\alpha x'} dx' \right], \quad (17) \end{aligned}$$

あるいは又

$$S_H(x) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{e^{ikx}}{(k-\alpha+ni)^2} + \frac{e^{-ikx}}{(k+\alpha)^2} \right] k dk, \quad (18)$$

とおくと

$$\eta(x) = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-\infty}^x p(x') S_H(x-x') dx', \quad (19)$$

と表わす事も出来る。

ところで

$$S_H(x) \xrightarrow{x \gg 1} 0$$

$$S_H(x) \xrightarrow{x \ll -1} - \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{ikx} \right] \Big|_{k=\alpha}$$

(20)

無限積分では

$$\bar{H}(\alpha) = \frac{1}{\rho \omega^2} \int_{-1}^1 \rho(\alpha) e^{-i\alpha x} dx, \quad (21)$$

とすると

$$\phi(\alpha, y) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{-U}{2} \exp(i\alpha x - \alpha|y|) e^{-i\alpha x} \bar{H}(\alpha), \quad (22)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(\alpha, y) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{\omega}{2} e^{-i\alpha x - \alpha|y|} \bar{H}(\alpha), \quad (23)$$

$$\psi(x) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{1}{2i} \frac{\partial}{\partial R} [R e^{i\alpha x} \bar{H}(\alpha)] \Big|_{R=\alpha}, \quad (24)$$

2. 逆流れポテンシャル

一様流れの方向を逆にしたものを逆流れと呼び、 $(\sim)$ 印で示すものとする。

前と同様、加減速度ポテンシャル、圧力を導き出して

$$\tilde{\Phi}(x, y) = (i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \tilde{\phi}(x, y), \quad (11)$$

$$\tilde{P}(x, y) = \rho \tilde{\Phi}(x, y), \quad (12)$$

$$\tilde{\phi}(x, y) = \frac{1}{U} e^{-i\alpha x} \int_{-\infty}^x \tilde{\Phi}(x', y) e^{-i\alpha x'} dx', \quad (13)$$

$$\tilde{\Phi}(x, 0) - \tilde{\Phi}(x, +0) = \tilde{P}/\rho, \quad (14)$$

とすると (5) と (14) より

$$\tilde{\Phi}(x, y) = -\frac{1}{2\pi\rho} \int_{-1}^1 \frac{\tilde{P}(x') y dx'}{(x-x')^2 + y^2}, \quad (15)$$

とすると

$$\tilde{S}(x, y) = -\frac{e^{-i\alpha x}}{2\pi} \int_{-\infty}^x \frac{y e^{i\alpha x'} dx'}{x'^2 + y^2}, \quad (16)$$

とすると

$$\tilde{\phi}(x, y) = \frac{1}{\rho U} \int_{-1}^1 \tilde{P}(x') \tilde{S}(x-x', y) dx', \quad (17)$$

と書けば、また

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\rho U} \int_{-1}^1 \tilde{P}(x') \tilde{S}_y(x-x', 0) dx', \quad (18)$$

$$\tilde{P}(x) = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{P}(x') \tilde{S}_{yy}(x-x') dx', \quad (19)$$

と書くことにしよう。

$$\tilde{\phi}_n = -(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \tilde{\phi}$$

$$\tilde{\phi}_y|_{y=0} = -(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \tilde{\psi}, \quad \dots \quad (10)$$

そうすると 明らか12.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}(x, y) &= S(-x, y), \\ \frac{\partial}{\partial y} \tilde{S}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} S(-x, y), \\ \tilde{S}_H(x, y) &= S_H(-x, y), \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (11)$$

それ故に $\tilde{P}(x) = P(-x), \quad \dots \quad (12)$

同様に

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\phi}(x, y) &= \phi(-x, y) \\ \tilde{\phi}_y(x, y) &= \phi_y(-x, y) \\ \tilde{\psi}(x) &= \psi(-x), \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (13)$$

式(16)と(16)式から(上式は以下等号左辺値を示す)

$$\tilde{S}(x, y) + \overline{S}(x, y) = -\frac{\alpha g(y)}{2} e^{-i\alpha x - \alpha|y|} \quad (14)$$

$$\tilde{S}_y(x, 0) + \overline{S}_y(x, 0) = \frac{\alpha}{2} e^{-i\alpha x} \quad (15)$$

$$\tilde{S}_H(x) - \overline{S}_H(x) = \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{-ikx} \right] \Big|_{k=\alpha} \quad (16)$$

式(16)に(14)を代入すると

$$\begin{aligned} \Phi_y(x, 0) &= \frac{1}{P_0} \int_{-1}^1 \overline{P}(x') \tilde{S}_y(x-x', 0) dx' \\ &= -\frac{1}{P_0} \int_{-1}^1 \overline{P}(x') \tilde{S}_y(x-x', 0) dx' + \frac{\alpha}{2} e^{-i\alpha x} \overline{H}(\alpha) \quad (17) \end{aligned}$$

同様に

$$\tilde{L}(x) = +\frac{1}{P_0^2} \int_{-1}^1 \overline{P}(x') \tilde{S}_H(x-x') dx' + \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{-ikx} \overline{H}(k) \right] \Big|_{k=\alpha} \quad (18)$$

また

$$\begin{aligned} \hat{P}_y(x, 0) &= \frac{1}{P_0} \int_{-1}^1 \hat{P}(x') \tilde{S}_y dx' \\ &= -\frac{1}{P_0} \int_{-1}^1 \hat{P}(x') \tilde{S}_y dx' + \frac{\alpha}{2} e^{-i\alpha x} \tilde{H}(\alpha) \quad (19) \end{aligned}$$

$$\hat{P}_H(x, 0) = +\frac{1}{P_0^2} \int_{-1}^1 \hat{P}(x') \tilde{S}_H dx' + \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{-ikx} \tilde{H}(k) \right] \quad (20)$$

また

$$\tilde{H}(k) = \frac{1}{P_0^2} \int_{-1}^1 \hat{P}(x) e^{ikx} dx \quad (21)$$

3. 解

今

$$p = \frac{2iF\omega U}{\pi L\theta} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cosh n\theta, \quad x = \cosh\theta, \quad (1)$$

とかくと.

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{\pi F\omega^2} \int_{-1}^1 \frac{p(x') dx'}{x-x'} = \frac{2i\alpha}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} \frac{\cosh n\theta d\theta}{\cosh n\theta - \cosh\theta} \\ &= \frac{2i\alpha}{2\sinh\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-n\alpha} \quad (2) \end{aligned}$$

24を §1 (12), (17) に代入すると. $|x| < 1$ $z' \neq$

$$\phi_y(x,0) = \phi_y^{(1)}(x,0) + \phi_y^{(2)}(x,0), \quad (3)$$

$$\psi(x) = \psi^{(1)}(x) + \psi^{(2)}(x,0), \quad (4)$$

とあいて.

$$\begin{aligned} \frac{1}{U} \phi_y^{(1)}(x,0) &= -\alpha^2 e^{i\alpha x} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \int_0^{\infty} e^{-i\alpha \cosh n\theta} \cosh n\theta d\theta \\ &= \frac{\alpha}{4} e^{i\alpha x} G^{(2)}(\alpha), \quad (5) \end{aligned}$$

と 12.

$$G^{(2)}(k) = 2\pi i\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n H_n^{(2)}(k), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \overline{H}(k) &= \frac{1}{F\omega^2} \int_{-1}^1 p e^{-ikx} dx = 2i\alpha \sum_{n=0}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} e^{-ik \cosh\theta} \cosh\theta d\theta \\ &= 2\pi i\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n J_n(k), \quad (7) \end{aligned}$$

とあるから,

$$G^{(1)}(k) = 2\pi i\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n H_n^{(1)}(k), \quad (8)$$

とかくと.

$$G^{(1)}(k) + G^{(2)}(k) = 2\overline{H}(k), \quad (9)$$

なる関係がある。

$$\begin{aligned}
 \gamma^{(1)}(x) &= i \frac{\partial}{\partial k} \left[\alpha k e^{ikx} \sum_n A_n \int_0^\infty e^{-ik \cosh nu} du \right] \\
 &= -\frac{i}{4} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{ikx} G^{(1)}(k) \right] \Big|_{k=\alpha}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\alpha} \phi_y^{(2)}(x_0) = \sum_n A_n L_n, \quad (11)$$

$$\gamma^{(2)}(x) = -i\alpha \sum_n A_n \frac{\partial}{\partial \alpha} N_n, \quad (12)$$

$$L_n = i\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial \ln \theta} + \alpha N_n, \quad (13)$$

$$N_n = \alpha e^{i\alpha x} \left[\int_0^\theta e^{-i\alpha \cosh \theta} \sinh \theta d\theta + \int_0^\infty e^{-i\alpha \cosh u} \sinh u du \right], \quad (14)$$

$$N_0 = 0, \quad N_1 = -i, \quad \dots \quad (15)$$

$$N_{n+1} - N_{n-1} = -2i \cos n\theta - \frac{2i^n}{\alpha} N_n, \quad (16)$$

$$N_2 = -\frac{2}{\alpha} - 2i \cos \theta, \quad (17)$$

$$N_3 = -i + \frac{8}{\alpha^2} i - \frac{8}{\alpha} \cos \theta - 2i \cos 2\theta$$

$$N_4 = -\frac{8}{\alpha} + \frac{48}{\alpha^3} + i \left(\frac{48}{\alpha^2} - 2 \right) \cos \theta - \frac{12}{\alpha} \cos 2\theta - 2i \cos 3\theta$$

$$L_0 = 0, \quad L_1 = 0, \quad L_2 = -2,$$

$$L_3 = \frac{8i}{\alpha} - 8 \cos \theta, \quad (18)$$

$$L_4 = -8 + \frac{48}{\alpha^2} + \frac{48}{\alpha} i \cos \theta - 12 \cos 2\theta,$$

$$\begin{aligned} i\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} N_0 &= i\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} N_1 = 0, \\ i\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} N_2 &= \frac{2}{\alpha} i, \quad i\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} N_3 = -\frac{8}{\alpha} \left(\frac{r^2}{\alpha} + 1 \cos \theta \right), \\ i\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} N_4 &= \left(\frac{8}{\alpha} - \frac{144}{\alpha^3} \right) i + \frac{96}{\alpha^2} \cos \theta + \frac{12i}{\alpha} \cos 2\theta, \end{aligned} \quad (19)$$

次に流れ関数 ψ は

$$\psi = \frac{2P\omega U}{i\alpha \sinh \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{A}_n \cosh n\theta, \quad (20)$$

とおくと、
$$\tilde{\phi} = \frac{2\alpha}{i\alpha \sinh \theta} \sum \tilde{A}_n e^{-n\theta}, \quad (21)$$

$$\tilde{H}(k) = -2\pi i \alpha \sum_n \tilde{A}_n i^n J_n(k), \quad (22)$$

$$\tilde{G}^{(1)(2)}(k) = -2\pi i \alpha \sum i^n \tilde{A}_n H_n^{(1)(2)}(k), \quad (23)$$

$$2\tilde{H}(k) = \tilde{G}^{(1)}(k) + \tilde{G}^{(2)}(k), \quad (24)$$

したがって §2 (15), (16) により、

$$\frac{1}{U} \tilde{\phi}_y = -\frac{\alpha}{4} e^{i\alpha x} \overline{\tilde{G}^{(1)}(\alpha)} = -\sum_n \tilde{A}_n L_n + \frac{\alpha}{2} e^{i\alpha x} \overline{\tilde{H}(\alpha)}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\phi} &= -\frac{i}{4} \frac{\partial}{\partial k} \left[R e^{ikx} \overline{\tilde{G}^{(1)}(k)} \right] - i\alpha \sum \tilde{A}_n \frac{\partial}{\partial \alpha} N_n \\ &\quad + \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[R e^{ikx} \overline{\tilde{H}(k)} \right] \Big|_{k=\alpha} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{U} \tilde{\phi}_y = -\sum \tilde{A}_n L_n + \frac{\alpha}{4} e^{i\alpha x} \overline{\tilde{G}^{(2)}}, \quad (25')$$

$$\tilde{\phi} = -i\alpha \sum \tilde{A}_n \frac{\partial N_n}{\partial \alpha} + \frac{i}{4} \frac{\partial}{\partial k} \left[R e^{ikx} \overline{\tilde{G}^{(2)}} \right], \quad (26')$$

このようにして $\phi^{(1)}$, $\psi^{(1)}$ の部分は $e^{i\alpha x}$ の因子を含み部分 (2) の部分は x の多項式となる。

ここで境界条件としては $e^{i\alpha x}$ の因子を一般には含まない。

$$G^{(2)}(\alpha) = 0, \quad \tilde{G}^{(1)}(\alpha) = 0, \quad (27)$$

でなければならぬ。

この条件とクツタの条件で解は一意的に定まる。

この時

$$\left. \begin{aligned} \psi^{(1)} &= -\frac{i\alpha}{4} e^{i\alpha x} \frac{\partial}{\partial k} G^{(2)}(k) \Big|_{k=\alpha} \\ \tilde{\psi}^{(1)} &= -\frac{i\alpha}{4} e^{-i\alpha x} \frac{\partial}{\partial k} \tilde{G}^{(2)}(k) \Big|_{k=\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となるが、また $e^{i\alpha x}$ の因子を含んでいる。

今 $\psi^{(1)}$ をあらためて ψ^* と記すことにしよう。

$$\left. \begin{aligned} (i\omega - v \frac{\partial}{\partial x}) \psi^* &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ (i\omega + v \frac{\partial}{\partial x}) \tilde{\psi}^* &= -\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

である。

結局

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \psi^* - \frac{i\alpha}{4} e^{i\alpha x} \frac{\partial}{\partial k} G^{(2)}(k) \Big|_{k=\alpha} \\ \tilde{\psi} &= \tilde{\psi}^* - \frac{i\alpha}{4} e^{-i\alpha x} \frac{\partial}{\partial k} \tilde{G}^{(2)}(k) \Big|_{k=\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

前節(4) を 上の式に代入すると

$$\overline{\eta^*} = \frac{1}{\rho v^2} \int_{-1}^1 \overline{\rho} \tilde{S}_H dx' + \frac{1}{4} (1 - i\alpha x) e^{-i\alpha x} \overline{F(\alpha)} + \frac{i\alpha}{4} e^{-i\alpha x} \overline{G^{(1)}}, \quad (31)$$

$$\tilde{\eta^*} = \frac{1}{\rho v^2} \int_{-1}^1 \overline{\rho} \tilde{S}_H dx' + \frac{i\alpha}{4} e^{-i\alpha x} \overline{G^{(2)}}, \quad (32)$$

(5)の条件では $\tilde{\psi}^*(x) = \psi^*(-x) = \overline{\psi(x)}$, (10)

§3 (31) に従い

$$\frac{1}{i\omega} \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{\psi} - \bar{\psi}) \hat{S}_H dx' = \frac{i}{2} (1 - i\alpha x) e^{-i\alpha x} \frac{1}{H(\alpha)} + \frac{i}{2} \frac{1}{H(\alpha)} G_J^{(2)'} + \frac{i\alpha}{4} e^{-i\alpha x} [\bar{G}^{(1)'} - G_J^{(1)'}] , \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\psi}_J &= (1 - i\alpha x) e^{-i\alpha x} - \frac{i\alpha}{4} G_J^{(2)'} e^{-i\alpha x}, & \text{for } \tilde{P}_J \\ \tilde{\psi}_I &= e^{-i\alpha x} & \text{for } \tilde{P}_I \end{aligned} \right\}$$

とすると.

$$\tilde{\psi} - \bar{\psi} = \frac{i}{2} \bar{H} \tilde{P}_J + \frac{i\alpha}{4} [\bar{G}^{(1)'} - G_J^{(1)'} + \frac{1}{2} \bar{H} G_J^{(2)'}] \tilde{P}_I , \quad (12)$$

$$\psi^*(x) = -\bar{\psi}^*(x) = \psi^*(-x) , \quad (13)$$

同様に

$$-\tilde{\psi} - \bar{\psi} = \frac{i}{2} \bar{H} \tilde{P}_J + \frac{i\alpha}{4} [\bar{G}^{(1)'} + G_J^{(1)'} + \frac{1}{2} \bar{H} G_J^{(2)'}] \tilde{P}_I , \quad (14)$$

$\tilde{P}_H, \tilde{P}_J$ と $\tilde{P}_I, \tilde{P}_J$ の間には附録に示すような関係があるので (9) と (14) から ψ を H, H' 等によって表わす事が出来る。

また以上の関係は クツタの条件を満たす場合について考えたものであるから 特に P_J, P_J について考えて見ると

$$\begin{aligned}\bar{F}_I(x) &= \frac{1}{P_0^2} \int_{-1}^1 \bar{P}(x) \tilde{S}_H dx' + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [k e^{-i\alpha x} \bar{F}_I(x)] \\ &= (1 - i\alpha x + \frac{i\alpha}{4} \bar{G}_I^{(2)}) e^{-i\alpha x},\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{P_0^2} \int_{-1}^1 \bar{P}(x) \tilde{S}_H dx' = \dots - \frac{i\alpha}{4} \bar{G}_I^{(1)} e^{-i\alpha x}$$

$$\therefore \bar{P}(x) = -\frac{i\alpha}{4} \bar{G}_I^{(1)} \tilde{P}_I(x), \quad \dots (14)$$

なお $\bar{G}_I^{(1)} \bar{F}_I = \frac{8}{\alpha}, \quad \bar{F}_I \bar{G}_I^{(2)} = 2i \bar{G}_I^{(1)}, \quad (15)$

などの関係がある故

$$P_I(x) = \frac{1}{2} \bar{F}_I(x) \tilde{P}(x), \quad \dots (16)$$

とも書ける。

このようにして、これらの関係はある流れに対する
その逆流れの複素共役値との関係を示すから
そのような流れは 時向を逆にした時の流れ
運動であるから からは 逆時向運動と
元の運動との^{1/2}関係であると言える。

4. 相反定理.

先図の如し、次の定理は次の形で与えられる。

$$\int_{-1}^1 p \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} dx = \int_{-1}^1 \tilde{p} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx, \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 p \tilde{v} dx = \int_{-1}^1 \tilde{p} v dx, \quad (2)$$

証明は グリーンの定理に よる事も出来るが、今は
あはれ対称する流れの、
§1 (14), (18) の積分表示を用いればよい。

また (1) では 圧力 p が y 軸上で 0 になつていなければならぬ。

もしこの条件を満足しない場合は、 y 軸上吸力の点があるとして、
§1 (12) 等により

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (\tilde{p} \phi_y - p \tilde{\phi}_y) dx &= -\frac{U}{2} \int_{-1}^1 (\tilde{p} \tilde{\gamma} + p \gamma) dx \\ &= \pi \alpha^2 U^3 [\sigma \tilde{\sigma} - \delta \tilde{\delta}], \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_n A_n, \quad \tilde{\sigma} = \sum_{n=0} \tilde{A}_n \\ \delta &= \sum_n (-1)^n A_n, \quad \tilde{\delta} = \sum_{n=0} (-1)^n \tilde{A}_n \end{aligned} \quad (4)$$

(1) から よく知られた Munk の定理が得られる。

$$L = \int_1' p dx = \frac{i}{\omega} \int_1' p \tilde{\phi}_{0y} dx = \frac{i}{\omega} \int_1' \tilde{p}_0 \phi_y dx, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_1' p x dx = \frac{i}{\omega} \int_1' p \left[\tilde{\phi}_{1y} - \frac{i}{\alpha} \phi_{0y} \right] dx \\ &= \frac{i}{\omega} \int_1' \left[\tilde{p}_1 - \frac{i}{\alpha} \tilde{p}_0 \right] \phi_y dx, \quad (15) \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} \bar{H}(\alpha) &= \frac{1}{\rho U^2} \int_1' p e^{-i\alpha x} dx = \frac{1}{\rho U^2} \int_1' p \tilde{\phi}_{Hy} dx \\ &= \frac{1}{\rho U^2} \int_1' \tilde{p}_H \phi_y dx, \quad \dots \quad (16) \end{aligned}$$

(3)を使うと

$$\rho = \frac{1}{\pi \alpha^2 \rho U^3} \int_1' \tilde{p}_S \phi_y dx, \quad \dots \quad (17)$$

を得る。

(2)式によっても (4), (5) に対応する式が得られるから

形が複雑であまり有用とも思えない。

そこで必要なら (6) に対応するものを求めて置く。

$$\begin{aligned} \bar{H}(\alpha) &= \frac{1}{\rho U^2} \int_1' p \tilde{\eta}_I dx = \frac{1}{\rho U^2} \int_1' \tilde{p}_I \eta dx \\ &= \frac{1}{\rho U^2} \int_1' \tilde{p}_I \eta^* dx - \frac{i\alpha}{4} G_I^{(2)}(\alpha) \bar{H}(\alpha), \quad (18) \end{aligned}$$

終

$$\frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 P \tilde{\eta}_J dx = \left(1 - \frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_J^{(2)'}\right) \bar{H}(\alpha) + \alpha \bar{H}'(\alpha)$$

$$= \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{P}_J \tilde{\eta} dx = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{P}_J \tilde{\eta}^* dx + \frac{\alpha}{2} \tilde{G}_J^{(2)'}$$

$$(\because \tilde{H}_J(\alpha) = 2i)$$

と左辺から 新しく P を 重畳 等入して.

$$P \equiv - \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{P}_J \tilde{\eta}^* dx = - \left(1 - \frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_J^{(2)'}\right) \bar{H} - \frac{\alpha}{2} \tilde{G}_J^{(2)'}$$

--- (9)

を得る。

$$2 \cdot 2'' \quad \frac{\alpha}{4i} \tilde{G}_J^{(2)'} + \frac{i\alpha}{4} \overline{\tilde{G}_J^{(2)'}} = -1, \quad \dots (10)$$

同係数がある。

6. 仕事減衰, 推力

外力のなす仕事, すり減衰を W , 流体が壁から受けとる仕事を E , 推力を TU とすると

$$W = E + TU, \quad (1)$$

となる。

さて

$$W = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (\bar{p}\bar{\eta}^* - \bar{p}\eta^*) dx, \quad (2)$$

で与えられるが、これを求める為に先ず

$$W' = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (\bar{p}\bar{\eta} - \bar{p}\eta) dx, \quad (3)$$

を考慮しよう。

§3 (30) により

$$W - W' = \frac{\rho\omega U^2}{16} \left[\bar{H}(\alpha) \overline{G^{(2)}/}(\alpha) + \bar{H} G^{(2)}/ \right], \quad (4)$$

の1/16係数がある。

§1 (13), (17) 等において x' に与える積分を先づ実行すると

$$\frac{1}{U} \phi(x, 0) = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\bar{H}(k)e^{ikx}}{k - \alpha + \mu i} - \frac{\bar{H}(-k)e^{-ikx}}{-k + \alpha} \right] k dk, \quad (5)$$

$$\eta(x) = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\bar{H}(k)e^{ikx}}{(k - \alpha + \mu i)^2} + \frac{\bar{H}(-k)e^{-ikx}}{(k + \alpha)^2} \right] k dk, \quad (6)$$

となるから (3) の積分を実行すると留数分だけ残って

$$W' = -\frac{\rho\omega U^2}{8} \left. \frac{\partial}{\partial k} (k \bar{H}(k) \overline{F(k)}) \right|_{k=\alpha}, \quad (7)$$

を得る。これに (4) を代入すると

$$W = -\frac{\rho\omega U^2}{16} \left[\alpha (\bar{H} G''')' + \bar{H} G''' \right] + 2 \bar{H} \bar{H}', \quad (8)$$

あるいは普通は $G''' = 2\bar{H}$ であるから次のようにも書ける。

$$W = -\frac{\rho\omega U^2}{32} \left. \frac{\partial}{\partial k} (k G''' \bar{G}''') \right|_{k=\alpha}, \quad (8')$$

次に E は見掛けには、

$$E^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (\bar{p} \phi_y + p \bar{\phi}_y) dx, \quad (9)$$

であり、(5) を代入して留数分をとると

$$E = \frac{\rho\omega U^2}{8} \bar{H} \bar{H}', \quad (10)$$

となって無限後方の検査面から出て行く運動エネルギーは一致するけれど (9) の積分は相反定理によれば

$$-E^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (\bar{p} \phi_y - p \bar{\phi}_y) dx = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (\bar{p} - \bar{p}') \phi_y dx$$

となり、(4) を代入すると

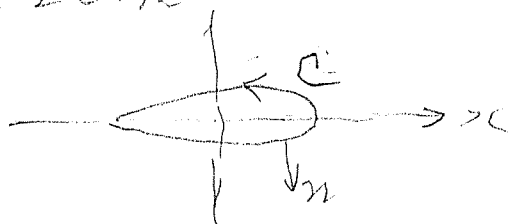
$$E^* = \frac{\sigma}{4} \int_{-1}^1 \bar{p}_s \bar{p}_y dx - \frac{\alpha}{8} \bar{H} \int_{-1}^1 \bar{p}_H \bar{p}_y dx$$

$$= \frac{\rho U^3}{4} \pi \alpha^2 \sigma \bar{\sigma} + \frac{\alpha \rho U^3}{8} \bar{H} \bar{H}, \quad \dots (11)$$

となり、右辺第1項はよく知られた前端吸引力である。

つまり(9)の積分では前端吸引力を含むので見合が“悪く”
 “流れを余くため”には厚味のある翼型を考えて。

$$E = \frac{1}{4} \int_C \left[\rho \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} \left(-\rho \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \right.$$



$$+ \rho \nabla \phi \nabla \bar{\phi} \frac{\partial x}{\partial n} \Big] ds, \quad \dots (12)$$

のようにとれば“よい”。

右辺の最後の積分が前端吸引力を与える。

この積分路を無限後流の検査面によって行Hは”
 (10)がえられる。

また、圧力積分から

$$T = \frac{\rho}{4} \int_C \left(\nabla \phi \nabla \bar{\phi} \frac{\partial x}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} - \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds, \quad \dots (13)$$

なる等式も成立する。

この式は圧力を積分して誘導する率が出る。

(8) から (10) を 31112

$$\begin{aligned}
 TV &= -\frac{\rho \omega U^2}{16} \left[\overline{H} (\alpha \overline{G}'''' + 2\overline{H}) + \overline{H} (\alpha \overline{G}'''' + 2\overline{H}) \right], \quad (14) \\
 &= -\frac{\rho \omega U^3}{32} \left[\overline{G}'' \frac{\partial}{\partial \alpha} (\alpha \overline{G}''') + \overline{G}''' \frac{\partial}{\partial \alpha} (\alpha \overline{G}'') \right]_{\alpha=\alpha_0}
 \end{aligned}$$

(16) の記号を用い $\Delta + \overline{\Delta} = -1$ を用いると

$$\begin{aligned}
 TV &= \frac{\rho \omega U^2}{8} \left[(P + \Delta \overline{H}) \overline{H} + (\overline{P} + \overline{\Delta} \overline{H}) \overline{H} \right] \\
 &= \frac{\rho \omega U^3}{8} \left[P \overline{H} + \overline{P} \overline{H} - \overline{H} \overline{H} \right], \quad (15)
 \end{aligned}$$

従って

$$W = \frac{\rho \omega U^2}{8} \left[P \overline{H} + \overline{P} \overline{H} + \cancel{\overline{H} \overline{H}} \right], \quad (16)$$

したがって 効率 η は

$$\begin{aligned}
 \eta = \frac{TV}{W} &= \frac{P \overline{H} + \overline{P} \overline{H} - \overline{H} \overline{H}}{P \overline{H} + \overline{P} \overline{H} + \cancel{\overline{H} \overline{H}}} \\
 &= \frac{\frac{P}{\overline{H}} + \frac{\overline{P}}{\overline{H}} - 1}{\frac{P}{\overline{H}} + \frac{\overline{P}}{\overline{H}}}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

のようにかゝる。

ここで $\eta^* = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\theta$, (18)

の53に展開出来ることすると

$$\begin{aligned} \frac{1}{U} \phi_y &= (-i\alpha + \frac{\partial}{\partial x}) \eta = -i\alpha \sum_n C_n \cos n\theta + \sum_n \frac{C_n \sin n\theta}{\lambda \cdot \theta} \\ &= -i\alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) C_{2n+1} + 2 \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} 2n C_{2n} \\ &\quad + 2 \sum_{n=1}^{\infty} 2n C_n (\cos 3\theta + \dots + \cos 2n-1\theta) \\ &\quad + 2 \sum_{n=2}^{\infty} (2n+1) C_{2n+1} (\cos 2\theta + \dots + \cos 2n\theta), \quad (18) \end{aligned}$$

3462 $A_m = \sum_{n \neq m} (2n+1) C_{2n+1}$, $C_m = \sum_{n=1}^{\infty} 2n C_{2n}$, $\left\{ \begin{array}{l} A_m - C_m = B_m \end{array} \right.$ (19)

と表わすと

$$\begin{aligned} \bar{H}(\alpha) &= + \frac{1}{P U^2} \int_{-\pi}^{\pi} p_H^2 \phi_y dx = -2i\alpha \bar{A}_0^H \int_0^{\pi} (1 - \cos \theta) \phi_y d\theta \\ &= \sqrt{2} \pi i \alpha \bar{A}_0^H \left[-i\alpha C_0 + \frac{i\alpha}{2} C_1 + \underbrace{B_m}_{\substack{C_1 \text{ by } \\ B_m = \frac{\alpha}{2} C_1 (1 + \frac{2}{\alpha^2})}} \right] \\ &= \frac{A}{(H_1^{(2)} + i H_0^{(2)})} \left[\frac{i}{\alpha} B_m + (C_0 - (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) C_1) \right], \quad (20) \end{aligned}$$

$$P(\alpha) = \pi \alpha \left[C_0 H_1^{(1)} + i \frac{C_1}{2} H_0^{(1)} \right], \quad (21)$$

と有るので P は C_0 と C_1 の二つよりなり、従ってこれのみで定まり

$\bar{H}$ はそれにさらに B_m の係数のみで定まり大変簡単に

なっている。

7. 極値問題

与えられた仕事 W に対して推力 T を最大とする問題を考えよう。

これは又 W と T が "負ならば" 一様流からエネルギーを回収する問題でもある。

ラグランジュの方法によれば $(W - \lambda TU)$ の極値問題を考えればよいけれどこれは前節 (15) (16) の形を思い出さないと汎関数を考えるのと同じである。

$$I = \int \bar{H} \bar{H} - \lambda (P \bar{H} + \bar{P} H), \quad \dots (1)$$

同節 (20), (21) をこのように書こう。

$$\left. \begin{aligned} \bar{H} &= a C_0 + b C_1 + c B_m \\ P &= A C_0 + B C_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{4}{H_1^{(2)} + i H_0^{(2)}}, \quad b = -\left(\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha}\right)a, \quad c = \frac{1}{\alpha}a, \\ A &= \pi \alpha H_1^{(1)}, \quad B = \frac{\pi d c}{2} H_0^{(1)}, \end{aligned} \right\}$$

最も簡単な場合として (1) の B_m の変化に対して極値となるためには、

$$\left. \begin{aligned} \bar{H} &= \lambda \bar{P} \\ H &= \lambda P \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

他の係数の微分を^{合せて}考えると $P = \bar{H} = 0$ となるので、果

(3) を (15) (16) に代入すると

$$C_T = \frac{T}{\frac{\rho}{2} A V^2} = (2\lambda - \lambda^2) P\bar{P} = \lambda(2-\lambda) P\bar{P}, \quad (14)$$

$$C_W = \frac{W}{\frac{\rho}{2} A V^2} = \lambda(2 + \lambda) P\bar{P}, \quad (15)$$

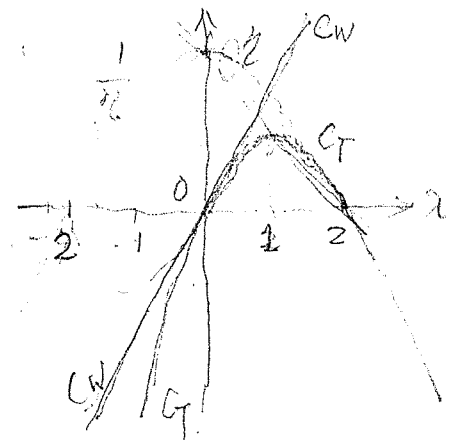
$$\text{よって } \lambda = \frac{1 - \frac{C_T}{2P\bar{P}}}{1 + \frac{C_W}{2P\bar{P}}}, \quad (16)$$

これらの式を図に示すと右のように

なっており $\lambda > 0$ は推力を, $\lambda < 0$

は抵抗力で一般流れからの

エネルギー吸収に对应している。



$$(16) \text{ から } \lambda = 2 \frac{1 - \frac{C_T}{2P\bar{P}}}{1 + \frac{C_W}{2P\bar{P}}}, \quad (17)$$

となるので、最適状態の C_T, C_W は λ で現わせる。

またこの時係数の間の関係は (3) により、

$$\begin{aligned} C_{B_m} &= (\lambda A - a) C_0 + (\lambda B - b) C_1 \\ C_{B_m} &= (\lambda \bar{A} - \bar{a}) \bar{C}_0 + (\lambda \bar{B} - \bar{b}) \bar{C}_1 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

Thrust を大きくするには P を大きくすればよく、そのとき

$\lambda \rightarrow \dots$

電荷が剛体の時は $B_m = 0$ であるから、変分すると

$$\begin{aligned} b \bar{H} &= \lambda (B \bar{H} + b \bar{P}) \\ \bar{b} H &= \lambda (P \bar{b} + \bar{H} \bar{B}) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} b \bar{H} &= \lambda (B \bar{H} + b \bar{P}) \\ \bar{b} H &= \lambda (P \bar{b} + \bar{H} \bar{B}) \end{aligned}} \right\} (10)$$

たゞ

$$\begin{aligned} (b - \lambda B) \bar{H} &= \lambda b \bar{P} \\ (\bar{b} - \lambda \bar{B}) H &= \lambda \bar{b} P \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (b - \lambda B) \bar{H} &= \lambda b \bar{P} \\ (\bar{b} - \lambda \bar{B}) H &= \lambda \bar{b} P \end{aligned}} \right\} (10')$$

$$\begin{aligned} C_T \Big|_{C_W} &= H \bar{H} \left[\frac{1}{\lambda} \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right) + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \lambda \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= H \bar{H} \left[\frac{2}{\lambda} - \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) \begin{pmatrix} \bar{P} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{\frac{2}{\lambda} - \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) - 1}{\frac{2}{\lambda} - \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right)} \quad (12)$$

また (9') より

$$\begin{aligned} \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right) (a C_0 + b C_1) &= \lambda (A C_0 + B C_1) \\ \left(1 - \lambda \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) (\bar{a} \bar{C}_0 + \bar{b} \bar{C}_1) &= \lambda (\bar{A} \bar{C}_0 + \bar{B} \bar{C}_1) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right) (a C_0 + b C_1) &= \lambda (A C_0 + B C_1) \\ \left(1 - \lambda \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) (\bar{a} \bar{C}_0 + \bar{b} \bar{C}_1) &= \lambda (\bar{A} \bar{C}_0 + \bar{B} \bar{C}_1) \end{aligned}} \right\} (13)$$

すなわち

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda A - a \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right)}{b \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right) - \lambda B} C_0 \\ C_1 &= \frac{\lambda \left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b} \right) - 1}{1 - \lambda \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right)} \frac{a}{b} C_0 \\ \bar{C}_1 &= \frac{\lambda \left(\frac{\bar{A}}{\bar{a}} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) - 1}{1 - \lambda \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right)} \frac{\bar{a}}{\bar{b}} \bar{C}_0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda A - a \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right)}{b \left(1 - \lambda \frac{B}{b} \right) - \lambda B} C_0 \\ C_1 &= \frac{\lambda \left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b} \right) - 1}{1 - \lambda \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right)} \frac{a}{b} C_0 \\ \bar{C}_1 &= \frac{\lambda \left(\frac{\bar{A}}{\bar{a}} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right) - 1}{1 - \lambda \left(\frac{B}{b} + \frac{\bar{B}}{\bar{b}} \right)} \frac{\bar{a}}{\bar{b}} \bar{C}_0 \end{aligned}} \right\} (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{A}{a} - \frac{B}{b} &= \frac{\pi\alpha}{4} \left[\frac{2}{\pi\alpha} + |H_1^{(1)}|^2 + i(\gamma_0\gamma_1 + \gamma_0\gamma_1) \right] \left(\frac{2}{\alpha}i - 1 \right) \\ &\quad + \frac{2}{\pi\alpha} + |H_0|^2 - i(\gamma_0\gamma_1 + \gamma_0\gamma_1) \Big] \\ &= \frac{\pi\alpha}{4(\frac{2}{\alpha}i - 1)} \left[\frac{4i}{\pi\alpha^2} + |H_0|^2 + |H_1|^2 \left(\frac{2}{\alpha}i - 1 \right) + 2\left(\frac{1}{\alpha} + i \right) (\gamma_0\gamma_1 + \gamma_0\gamma_1) \right] \end{aligned}$$

$$A - \frac{a}{b}B = \pi\alpha H_1^{(1)} - \frac{\pi\alpha i}{2(\frac{i}{\alpha} - \frac{1}{2})} H_0^{(1)} = \frac{\pi\alpha}{1 - \frac{2}{\alpha}i} \left\{ \left(1 - \frac{2}{\alpha}i\right) H_1^{(1)} - i H_0^{(1)} \right\}$$

(16) の μ を (14) に代入すると

$$C_1 = -\frac{a}{b} \left[1 - \mu \left(\frac{A}{a} - \frac{B}{b} \right) \right] C_0, \quad (21)$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha}},$$

$\mu=0$ つまり $\eta=1$ の場合は $C_1 = -\frac{a}{b} C_0$ となりこれは

$H=0$ によって C_T, C_W 共に 0 となる。

なお (19) を μ についてとくと

$$\mu = \frac{2(1-\eta)}{\left(\frac{B}{a} + \frac{B}{b}\right)\eta - \left(\frac{B}{a} + \frac{B}{b} - 1\right)}, \quad (22)$$

とよからこれらの式はすべて α と η の関数として求められる。

参考文献

- 1) Durand, W.F. ed. "Aerodynamic Theory" vol. 2
Julius Springer, Berlin, 1936.
- 2) Theodorsen, T., "General Theory of Aerodynamic
Instability and the Mechanism of Flutter."
T.R. No. 496, N.A.C.A., 1935
- 3) Wu, T. Y., "Hydrodynamics of swimming Propulsion"
Part, 1, 2 and 3., J. Fluid Mechanics vol. 46.
1971
- 4) Wu, T. Y. "Extraction of Energy from Wind
and Ocean Current" 13-th Symp. on Naval
Hydrodynamics, Tokyo, 1980, O.N.R.
- 5) Garrick, I. E., "Propulsion of a Flapping &
Oscillating Airfoil," T.R. No. 567, N.A.C.A. 1936
- 6) 別所正利 「翼理論に關する覚書」水槽季報
昭和55年6月27日.
- 7) 別所正利 「動揺する二次元浅喫水船に働く流体力
の理論について」
「動揺する二次元滑走板に働く流体力について」
関西造協誌 165号 昭和52年6月.
- 8) 「別所正利」

附録 A 極限の解の係数

$$p = \frac{2iPWU}{\sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos n\theta, \quad \bar{p} = \frac{-2iPWU}{\sin \theta} \sum \bar{A}_n \cos n\theta, \quad (1)$$

$$\frac{1}{U} \phi = \frac{\phi^*}{U} + \frac{\alpha}{4} G^{(2)} e^{i\alpha x}, \quad \frac{\bar{\phi}}{U} = \frac{\alpha}{4} \bar{G}^{(2)} e^{-i\alpha x} + \frac{\phi^*}{U} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \eta &= \eta^* - \frac{i}{4} (1+i\alpha x) G^{(2)} e^{i\alpha x} + \frac{i\alpha}{4} G^{(2)'} e^{i\alpha x}, \\ \bar{\eta} &= \bar{\eta}^* - \frac{i}{4} (1-i\alpha x) \bar{G}^{(2)} e^{-i\alpha x} - \frac{i\alpha}{4} \bar{G}^{(2)'} e^{-i\alpha x}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{1}{U} \phi^* = \sum_{n=2}^{\infty} A_n L_n, \quad (4)$$

$$\eta^* = -i\alpha \sum_{n=2}^{\infty} A_n \frac{\partial N_n}{\partial \alpha}, \quad (5)$$

$$\text{クツタの条件} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n A_n = 0, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_n = 0, \quad (6)$$

$$\sigma = \frac{1}{\pi \alpha^2} \int_{-1}^1 \frac{\bar{p}}{PU^2} \phi_y dx, \quad (7)$$

$$F(\alpha) = \int_{-1}^1 \frac{\bar{p}}{PU^2} \phi_y dx, \quad (8)$$

$$\eta = 1, \quad \dots$$

	P_0 (上下揺動)	P_1 (糸の伸縮)	P_2 (原伸)	P_1 ($\frac{1}{\alpha^2}P_0 + \frac{i}{\alpha}P_1$)
η^*	1	$x = \cos\theta$	$\cos 2\theta$ $= (2x^2 - 1)$	$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{i}{\alpha}x$
$\frac{1}{\alpha}\phi_y$	$-i\alpha$	$-i\alpha x + 1$	$-i\alpha \cos 2\theta$	x
η				
A_0	$-\frac{i\alpha}{2} - C(\alpha)$	$\frac{1}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha})C$	$\frac{i\alpha}{4} + \frac{2i}{\alpha}C$	$\frac{i}{2\alpha}C$
A_1	$-C(\alpha)$	$-\frac{1}{2} - \frac{i\alpha}{8} + (\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha})C$	$1 - \frac{2i}{\alpha} + \frac{2i}{\alpha}C$	$\frac{1}{8} - \frac{i}{2\alpha} + \frac{i}{2\alpha}C$
A_2	$\frac{i\alpha}{2}$	-1	$-i(\frac{\alpha}{3} + \frac{2}{\alpha})$	$-\frac{i}{2\alpha}$
A_3	0	$\frac{i\alpha}{8}$	-1	$-\frac{1}{8}$
A_4	0	0	$\frac{i\alpha}{12}$	0
σ	$-2C(\alpha)$	$-1 + (1 - \frac{2i}{\alpha})C$	$\frac{-2i}{\alpha} + \frac{4i}{\alpha}C$	$-\frac{i}{\alpha} + \frac{i}{\alpha}C$
F	$\frac{\alpha}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{(\frac{4i}{\alpha} - 2)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{(-8i/\alpha)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{(-2i/\alpha)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$
$G^{(2)}/$				
ρ	$\pi\alpha H_1^{(1)}$	$\frac{\pi\alpha}{2} i H_0^{(1)}$	0	

$$C = \frac{H_1^{(2)}(\alpha)}{H_1^{(2)}(\alpha) + iH_0^{(2)}(\alpha)}$$

$\vec{P}$

	$\vec{P}_0$	$\vec{P}_1$	$\vec{P}_2$	$(-\frac{i}{\alpha} \vec{P}_0 + \vec{P}_1) \frac{1}{\alpha}$
$\vec{q}^*$	1	$-\cos \theta$	$\cos 2\theta$	
$\frac{1}{\alpha} \vec{P}_1$	$-i\alpha$	$+1 - i\alpha x$	$-\frac{4 - i\alpha \cos 2\theta}{\cos \theta}$	X
$\vec{q}$				
$\vec{A}_0$	$\frac{i\alpha}{2} + C(\alpha)$	$\stackrel{=A_0}{\frac{1}{2} - (\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha})C}$	$-\frac{i\alpha}{4} - \frac{2i}{\alpha} C$	$-\frac{i}{2\alpha} C$
$\vec{A}_1$	$-C(\alpha)$	$-(\frac{1}{2} + \frac{i\alpha}{8}) + (\frac{1}{2} - \frac{i}{\alpha})C$	$1 - \frac{2i}{\alpha} + \frac{2i}{\alpha} C$	$-\frac{i}{2\alpha} + \frac{1}{8} + \frac{i}{2\alpha} C$
$\vec{A}_2$	$-\frac{i\alpha}{2}$	$+1$	$i(\frac{\alpha}{3} + \frac{2}{\alpha})$	$+\frac{i}{2\alpha}$
$\vec{A}_3$	0	$+\frac{i\alpha}{8}$	-1	$-\frac{1}{\alpha}$
$\vec{A}_4$	0	0	$-\frac{i\alpha}{12}$	
$\vec{q}$	$2C(\alpha)$			
$\vec{H}$	$\frac{-4}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{(\frac{4}{\alpha}(i-2))}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$		
$\vec{q}^{(2)}/$				
$\vec{P}$				

	P_H	P_S	P_I	P_J
5.15の条件	YES	NO	NO	NO
Φ/U	$e^{i\alpha x}$	0	0	$i\alpha e^{i\alpha x}$
η	$\left(-\frac{1+i\alpha x}{i\alpha} + \frac{\alpha x e^{i\alpha x}}{4i G_T^{(2)}}\right)$	$\frac{\alpha}{4i} G_T^{(2)} e^{-i\alpha x}$	$e^{i\alpha x}$	$(1+i\alpha x - \frac{i\alpha}{4} G_T^{(2)}) e^{i\alpha x}$
$\bar{H}$	$\frac{4}{\alpha} \frac{(J_1 + iJ_0)}{(H_1^{(2)} + iH_0^{(2)})}$	$\frac{-4}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{8}{\pi\alpha^2 (H_0^{(2)} H_1^{(2)} - H_0^{(1)} H_1^{(1)})}$	$2i$
$G^{(1)}$	$\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(1)} + iH_0^{(1)}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{-8}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$2\bar{H}$	0
$G^{(2)}$	$\frac{4}{\alpha}$	0	0	$4i$
$G^{(1)}/$	$\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(1)}/ + iH_0^{(1)}/}{H_1^{(2)}/ + iH_0^{(2)}/}$			
$G^{(2)}/$	$\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(2)}/ + iH_0^{(2)}/}{H_1^{(2)}/ + iH_0^{(2)}/}$	$2\pi i\alpha \frac{H_1^{(2)}/ H_0^{(2)}/ - H_0^{(2)}/ H_1^{(2)}/}{H_1^{(2)}/ + iH_0^{(2)}/}$	$\frac{4}{\alpha} i$	$\pi\alpha [H_0^{(1)}/ H_1^{(2)}/ - H_0^{(2)}/ H_1^{(1)}/]$
A_0	$\frac{2}{\pi\alpha^2} \frac{1}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{H_1^{(2)}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{-2H_1^{(2)}}{\pi\alpha^2 (H_0^{(2)} H_1^{(2)} - H_0^{(1)} H_1^{(1)})}$	$\frac{i}{2} H_1^{(1)}$
A_1	$\frac{2}{\pi\alpha^2} \frac{1}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{-iH_0^{(2)}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{2iH_0^{(2)}}{\pi\alpha^2 (H_0^{(2)} H_1^{(2)} - H_0^{(1)} H_1^{(1)})}$	$\frac{1}{2} H_0^{(1)}$
ω	0	1		

	$\tilde{p}_H$	$\tilde{p}_S$	$\tilde{p}_I$	$\tilde{p}_J$	
1. 2. の条件	YES	No	No	No	
$\tilde{\phi}_y/U$	$e^{-i\alpha x}$	0	0	$i\alpha e^{-i\alpha x}$	
$\tilde{q}$	$\frac{(1-i\alpha x)}{4i\alpha} + \frac{\alpha}{4i} \tilde{G}_{11}^{(2)'} e^{-i\alpha x}$	$\frac{\alpha}{4i} \tilde{G}_{11}^{(2)'} e^{-i\alpha x}$	$e^{-i\alpha x}$	$\left((1+i\alpha x) - \frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_{11}^{(2)'}\right) e^{-i\alpha x}$	
$\tilde{H}$	$+\frac{4}{\alpha} \frac{J_1 + iJ_0}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{4}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{8}{\pi\alpha^2} \frac{1}{(H_0^{(2)} H_1' - H_0' H_1)}$	$2i$	
$\tilde{G}^{(1)}$	$\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(1)} + iH_0^{(1)}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{8}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$2F$	0	
$\tilde{G}^{(2)}$	$+\frac{4}{\alpha}$	0	0	$4i$	
$\tilde{G}^{(2)'}_1$	$+\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(1)'} + iH_0^{(1)'}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(2)} H_0^{(1)'} - H_0^{(2)} H_1^{(1)'}}{H_0^{(2)} H_1^{(2)'} - H_0^{(2)'} H_1^{(2)'}}$	$-\pi\alpha \left(H_1^{(1)} H_0^{(2)'} - H_0^{(1)} H_1^{(2)'} \right)$		
$\tilde{G}^{(2)'}_2$	$+\frac{4}{\alpha} \frac{H_1^{(2)'} + iH_0^{(2)'}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{2\pi\alpha (H_1^{(2)} H_0^{(2)'} - H_0^{(2)} H_1^{(2)'})}{i (H_1^{(2)'} + iH_0^{(2)'})}$	$\frac{4i}{\alpha}$	$\pi\alpha [H_0^{(1)} H_1^{(2)'} - H_1^{(1)} H_0^{(2)'}]$	
$\tilde{A}_0$	$\frac{+2}{\pi\alpha^2} \frac{(-1)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}}$	$\frac{H_1^{(2)'}}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)'}}$	$\frac{2H_1^{(2)'}}{\pi\alpha^2 (H_0^{(2)} H_1' - H_0' H_1)}$	$\frac{1}{2i} H_1^{(1)}$	
$\tilde{A}_1$	$\frac{+2}{\pi\alpha^2} \frac{1}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)'}}$	$\frac{iH_0^{(2)'}}{H_1^{(2)'} + iH_0^{(2)'}}$	$\frac{2iH_0^{(2)'}}{\pi\alpha^2 (H_0^{(2)} H_1' - H_0' H_1)}$	$\frac{1}{2} H_0^{(1)}$	
$\tilde{c}$	0	1	$\frac{1}{\left(\frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_{11}^{(2)'}\right)}$	$\frac{1}{2i} (H_1^{(1)} + iH_0^{(1)})$	

$$\tilde{p}_S = \left(\frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_{11}^{(2)'} \right) \tilde{p}_I, \quad p_I = \frac{i}{2} F_L \tilde{p}_J,$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_H &= \frac{1}{2\alpha} (H_1^{(1)} + iH_0^{(1)}) \tilde{p}_S - \frac{i}{\alpha} \tilde{p}_J, \\ &= \frac{i}{\alpha} (\tilde{c}_S \tilde{p}_S - \tilde{c}_J \tilde{p}_J) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \tilde{p}_H &= \frac{1}{2\alpha} (H_1^{(1)} + iH_0^{(1)}) \tilde{p}_S - \frac{i}{\alpha} \tilde{p}_J, \\ &= \frac{i}{\alpha} (\tilde{c}_S \tilde{p}_S - \tilde{c}_J \tilde{p}_J) \right\} ?$$

$$\Delta = \frac{\alpha}{4i} \tilde{G}_{11}^{(2)'} = \frac{\pi\alpha^2}{4i} [H_0^{(1)} H_1^{(2)'} - H_1^{(1)} H_0^{(2)'}] = \frac{\pi\alpha^2}{4i} \left[(H_1^{(1)})^2 + H_0^{(1)} \left(H_0^{(2)} - \frac{H_1^{(2)'}}{2} \right) \right]$$

附録B 魚の相進

魚の相進を理想化して

$$\eta^* = h + \theta x + b(2x^2 - 1), \quad (1)$$

と仮定しよう。

各部分に働く圧力は

$$p = h p_0 + \theta p_1 + b p_2, \quad (2)$$

各部分の慣性質量は $m(x)$ を質量分布密度とすると

$$-\omega^2 m(x) \eta^* = -\omega^2 (h + \theta \cos \theta + b \cos 2\theta) m(\theta), \quad (3)$$

heaving にも pitching にも 復元力はなくて、屈曲運動にのみ 筋肉の力が加わる。

運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \int_{-1}^1 m(x) dx &= M, & \int_{-1}^1 m(x) x dx &= 0 \\ \int_{-1}^1 m(x) x^2 dx &= I, & \int_{-1}^1 m(x) \cos 2\theta x dx &= 0 \\ \int_{-1}^1 m(x) \cos^2 2\theta dx &= B, & \int_{-1}^1 m(x) \cos 2\theta dx &= 2I - M \end{aligned} \right\} (4)$$

とかくと

$$-\omega^2 [Mh + b(2I - M)] = \int_{-1}^1 p dx$$

$$-\omega^2 I \theta = \int_{-1}^1 p x dx$$

$$-\omega^2 [(2I - M)b + bB] = \int_{-1}^1 p \cos 2\theta dx + Q$$

$$\begin{aligned}
 \int_1' p dx &= 2i\rho\alpha\pi^{V^2} [hA_0^0 + \theta A_0^1 + bA_0^2] \\
 \int_1' p x dx &= i\rho\alpha\pi^{V^2} [hA_1^0 + \theta A_1^1 + bA_1^2] \\
 \int_1' p \cos 2\theta dx &= i\rho\alpha\pi^{V^2} [hA_2^0 + \theta A_2^1 + bA_2^2]
 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{h} Z_{00} + \dot{\theta} Z_{10} + \dot{b} Z_{20} &= 0 \\
 \dot{h} Z_{01} + \dot{\theta} Z_{11} + \dot{b} Z_{21} &= 0 \\
 \dot{h} Z_{02} + \dot{\theta} Z_{12} + \dot{b} Z_{22} &= 0
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 Z_{00} &= i\omega M - 2\pi\rho U A_0^0 \\
 Z_{10} &= -2\pi\rho U A_0^1 \\
 Z_{20} &= i\omega(2I-M) - 2\pi\rho U A_0^2 \\
 Z_{01} &= -\pi\rho U A_1^0, \quad Z_{11} = i\omega I - \pi\rho U A_1^1 \\
 Z_{21} &= -\pi\rho U A_1^2 \\
 Z_{02} &= i\omega(2I-M) - \pi\rho U A_2^0 \\
 Z_{12} &= -\pi\rho U A_2^1, \quad Z_{22} = i\omega B - \pi\rho U A_2^2
 \end{aligned} \quad (8)$$

Optimum Condition is

$$\begin{aligned}
 \frac{(4i/\alpha)(-2h)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}} &= \left(\lambda\pi\alpha H_1^{(1)} - \frac{4}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}} \right) h \\
 &+ \left(\frac{\lambda\pi\alpha i}{2} H_0^{(1)} - \frac{(\frac{4i}{\alpha} - 2)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)}} \right) \theta, \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\text{2nd } \dot{h} = C\dot{h} + D\dot{\theta}, \quad \dot{h} = C\dot{h} + D\dot{\theta}, \quad (10)$$

$$C = \frac{i\alpha}{8} \left[\lambda \pi \alpha H_1^{(1)} (H_1^{(2)} + i H_0^{(2)}) - 4 \right]$$

$$D = \frac{i\alpha}{8} \left[\frac{\lambda \pi \alpha}{2} i H_0^{(1)} (H_1^{(2)} + i H_0^{(2)}) + (2 - \frac{4}{\alpha} i) \right]$$

(10) に代入すると

$$\dot{h} Z'_{00} + \dot{\theta} Z'_{10} = 0$$

$$\dot{h} Z'_{01} + \dot{\theta} Z'_{11} = 0$$

$$\dot{h} Z'_{02} + \dot{\theta} Z'_{12} = 0$$

(11)

$$Z'_{00} = Z_{00} + C Z_{20}, \quad Z'_{10} = Z_{10} + D Z_{20}$$

$$Z'_{01} = Z_{01} + C Z_{21}, \quad Z'_{11} = Z_{11} + D Z_{21}$$

$$Z'_{02} = Z_{02} + C Z_{22}, \quad Z'_{12} = Z_{12} + D Z_{22}$$

(12)

1, 2 式から

$$\frac{Z'_{00}}{Z'_{01}} = \frac{Z'_{10}}{Z'_{11}}, \quad (13)$$

2, 3 式から

$$\dot{h} (Z'_{02} - \frac{Z'_{01} Z'_{12}}{Z'_{11}}) = 0, \quad (14)$$

(13) に (12) を代入すると

$$Z_{00} Z_{11} + C (Z_{20} Z_{11} + D Z_{00} Z_{21}) = Z_{10} Z_{01} + C Z_{10} Z_{21} + D Z_{01} Z_{20},$$

$$\left| \frac{Z_{00} Z_{01}}{Z_{10} Z_{11}} \right| = C \left| \frac{Z_{10} Z_{11}}{Z_{20} Z_{21}} \right| + D \left| \frac{Z_{01} Z_{00}}{Z_{21} Z_{20}} \right|, \quad (13')$$

となるが この内 変える事が出来るのは M と I 1 だけ

C. 揺動式 フォンペラ 又は 水車

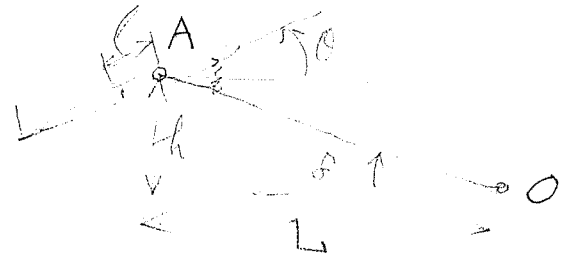
1. 機構

固定点 O から 長さ h の腕 OA

を出し、A 点の周りに 質量 m の

回転動荷をとするものとし バネ によって 復原力をつける。

A 点は 環 中央 から 前方 l の点 にあるものとする。



2. 運動方程式

環 中心 の 上下 変位 を z とし、A 点 の 半径 長、ヒックアップ
を θ 、上下 方向 の 力 を F とすると

$$h_0 \ddot{z}_{00} + \theta \ddot{z}_{10} = F$$

$$h_0 \ddot{z}_{01} + \theta \ddot{z}_{11} = 0$$

この 2 つを (1) とし、
以下 再検討
の要
(59.10.6)

$$Z_{00} = i\omega M - 2\pi\rho U A_0,$$

$$Z_{10} = -2\pi\rho U A_0', \quad Z_{01} = -\pi\rho U A_1'$$

$$Z_{11} = i\omega I - \pi\rho U A_1',$$

(2)

となるから

$$h = h_0 + l\theta,$$

(3)

によって A 点 まわりの 運動方程式 とし ヒックアップ
の 復原力 定数を k とすると

$$\dot{h} Z_{00} + \dot{\theta} (Z_{10} - l Z_{00}) = F$$

$$\dot{h} Z_{01} + \dot{\theta} (Z_{11} - l Z_{01}) = -k(\delta + \theta), \quad (14)$$

$$\text{よって } \delta = \frac{h}{L}, \quad (15)$$

腕の運動方程式は

$$\dot{\delta} Z_L = \frac{h}{L} Z_L = -FL + Q, \quad (16)$$

Q は 外力のモーメントである。

(15)(16)を(14) 式に代入して F を消去し、整理すると

$$\begin{aligned} \dot{h} \left(L Z_{00} + \frac{Z_L}{L} \right) + \dot{\theta} L (Z_{10} - l Z_{00}) &= Q, \\ \dot{h} \left(Z_{01} - \frac{ik}{\omega L} \right) + \dot{\theta} \left(Z_{11} - l Z_{01} - \frac{ik}{\omega} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

最適の振動条件を

$$h = X e^{i\varepsilon} \dot{\theta}, \quad (18)$$

とすると、(17) 式から

$$X e^{i\varepsilon} = - \frac{Z_{11} - l Z_{01} - \frac{ik}{\omega}}{Z_{01} - \frac{ik}{\omega L}}, \quad (19)$$

でなければならぬが、 ε も X も自由に選べるとすると常にこのようにする事が出来るように思われる。

そうすると

$$\dot{h} \left[L Z_{00} + \frac{Z_L}{L} + \frac{e^{-i\varepsilon}}{X} L (Z_{10} - l Z_{00}) \right] = Q$$

$$\dot{h} \left[L Z_{00} \left(1 - \frac{l}{X} e^{-i\varepsilon} \right) + \frac{e^{-i\varepsilon}}{X} Z_{10} + \frac{Z_L}{L} \right] = Q \quad \dots (16)$$

によって振幅が決まる。

推力等は (8) の $X e^{i\varepsilon}$ の中に含まれる係数 μ に
ロケットが578
 よって定まる。(あるいは効率 η を与えると推力は定まる)

D. 垂直軸 フォロワー 車は水車

I) 残機

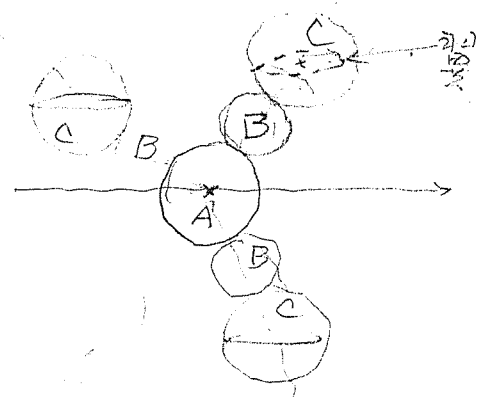
i) 翼の向きを 前進方向に対し一定に保つ 方法.

図の A は 船に固定した歯車,

B・C は 翼回転軸に固定した

軸のまわりに回転する歯車,

C には 翼が 取付けられている。



この残機で 翼は一定の 向きを保つて 回転する。

また A を 回転させる 事によって 翼の 向きは 任意に 変更出来る。

ii) 迎角変動残機.

翼が 一つならば "A を 変動せしめば" よく, これは 簡単
かつ 操作容易であるから, 各翼毎に A なる 歯車を
独立させればよい。

例へば 図の 場合 P 歯車の 位置を
変える事で ヒッチング の 振幅と 位相
を変える事が出来る。



M は 駆動軸に運動させ るれと同じ 回転数で

iii) もう一つの考え方は

歯車 C の中心に回転軸に固定して

歯車 M とがみ合う中心を C に固定した

歯車 N をつける。

~~歯車~~の

そうすると回転につれて N もまわる。

そこで N 上に P なるピンをつけて翼

の迎角を変動させる。

P の位置で位相と振幅を調整する。

しかし回転中のこの操作は困難である。

iv) ヒロツチング機構は複雑になるが

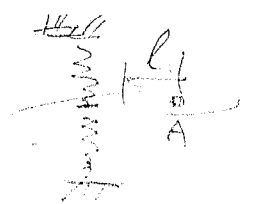
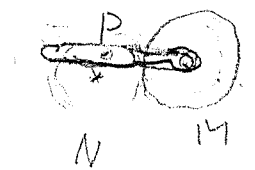
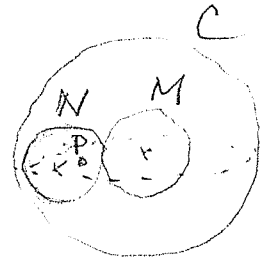
翼の中心から前方の点で回転

出来るようにしバネで復原力を

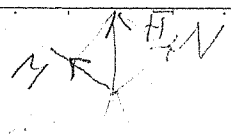
もたせバネの強さと λ を調整して

最適な ヒロツチング をさせる方法。

その調整法は次図に示す。



II) 運動方程式



振動理論では前後方向の

運動変動は無視しているから $0 \leftarrow h \rightarrow$

この場合も近似的に振動理論による

流体力を求めてみよう。

運動方程式は

$$\begin{aligned} \dot{h} Z_{00} + \theta (Z_{00} - l Z_{00}) &= F \\ \dot{h} Z_{01} + \theta (Z_{11} - l Z_{01} + \frac{kl}{\omega}) &= 0 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (1) \end{array} \right.$$

$$h = |h| \cos \omega t \quad (2)$$

$$F = |F| e^{i(\omega t + \delta)}$$

$$\begin{aligned} M &= |F| \cos(\omega t + \delta) \cos \omega t \\ &= |F| \frac{1}{2} [\cos \delta + \cos(2\omega t + \delta)] \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (3) \end{array} \right.$$

最適条件

$$-h = \theta \times e^{i\epsilon} \quad (4)$$

とすると (1) から

$$-\frac{Z_{11} - l Z_{01} - \frac{ik}{\omega}}{Z_{01}} = \chi e^{i\epsilon} \quad (5)$$

$$l - \frac{Z_{11} - \frac{ik}{\omega}}{Z_{01}} = \chi e^{i\epsilon}$$

$$\Sigma_{00} = i\omega M - 2\pi p U A_0^0$$

$$\Sigma_{10} = -2\pi p U A_0^1, \quad \Sigma_{01} = -\pi p U A_1^0 \quad \left. \vphantom{\Sigma_{10}} \right\} (16)$$

$$\Sigma_{11} = i\omega I - \pi p U A_1^1$$

ρ と ε は (5) を満たすように選ばれるとする。

なお X, ε は 適当な値を決めれば ありえられ、
それによって M の値が決まる。

(*) を (1) の 1 式に代入すると、

$$\frac{1}{\varepsilon} \left[\Sigma_{00} + \frac{\varepsilon}{\omega} (i\omega \Sigma_{10} - \rho \Sigma_{00}) \right] = F, \quad \dots (17)$$

で F が定まり (3) から M が決まる。

D-5

五 風力の利用(その二 風車)

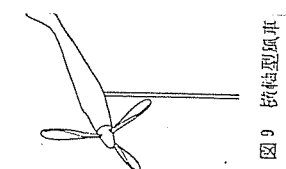


図9 縦軸型風車

風車の利用は、前項の帆の利用に比べ、世界のどこでも、格段に僅少である。実行の方法は、帆の技術を援用すればよい。すなわち軸についた腕木にある種の帆を張るのである。その帆は、構造上、横風帆と同理であるのが一般である。追風帆も考えられないことはないが、その場合は、ロビンソン・カップ式(図7)の如きものにするよりない。ロビンソン・カップ方式は、四個の腕があっても、本当に動力発生に当たるのは一つしかなく、あとはブレーキになってしまい、ひどく非効率である。ブレーキになる三つを被い隠せば、多少は改善されるかも知れないが、空気を引っかかり回す損失は避けられない。よって、動力用でない風速計くらいには使えるが、とても原動機用には向かない。計測用とすると、ロビンソン式は一つの特長を持つ。回転速度が風速とほぼ正比例するというのがそれである。また、縦軸で風向に無関係であることも便利である。その特長ゆえに、この面で長らく愛用された。

横風帆を利用すれば、軸まわりの羽は、全部、たえず動力発生に当たりうるから、真に有利である(図9)。この形は、現代の船や飛行機のプロペラと同様であり、ねじの作用と考えると

理解しやすい。

ただし、この方式では、風車の回転面をたえず風向と直角に維持する必要がある。そのためには、支持台を垂直軸のまわりに回転可能とし、風車の風下の部に尾翼をつけることが必要となる。なお、たえず方向が多少変更するから、これから動力を貰う作業機械までの運動機構には、

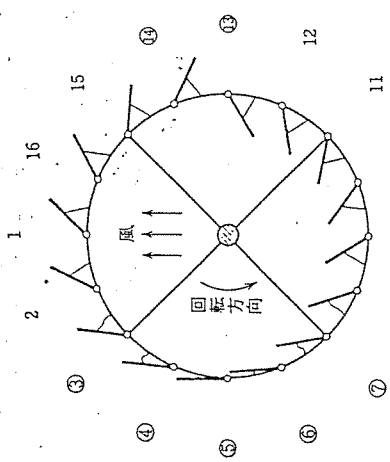


図10 縦軸型風車の動作例 ③-⑥は紐がゆるんでいる、③-⑥は紐が張っている、③-⑥の間で羽が逆転する

多少の配慮が必要である。ただし、往復動水ポンプの駆動などは、ごく簡単にできる。

この型式が旧時代の風車の標準型であり、世界での九九パーセント程度はこれだったと見てよい。おそらく唯一の例外だと思われるのは、中国で使われていた縦軸型風車である。これは、縦軸ということが第一に珍しいが、羽がまた珍しい。これは図10の如くで、一つ一つがまったく現在のヨット型帆である。縦軸から、周囲に張り出した腕に、八個とか一〇個

富田満著
「動力物語」
岩波新書(黄版)115
1980年3月21日 1/24

の独立した帆が設けられる。この帆の下部の横棒が、紐で腕木に留められていて、一定の角度を保持する。位置が変わると方向転換をし、風を受けたときに働く力の方向が変わる。表側と裏側とは図示の如く正反対で、うまく一方回転に協力する。風向に逆らう位置では、帆は完全に流れて、抵抗は最小となる。その反対側は、完全な追風帆の作用を現出する。中国の各地では、近年までこれを水汲み用に使用していた。いつ頃の発明であるかを知らないが、相当の古いものと思う。

これは真に頭のよい考案である。船のプロペラにフォイト・シェナイダー式という、これと同理のものがある。羽の反転装置が高級化しているだけで、原理は同様である。

風車の羽の枚数についていうと、世界のどこでも、旧時代においては、四枚が普通だった。機械文明進行後、蒸気タービンなみの多翼型も試みられた例がある。しかし、なにぶんにも風力には限りがあるし、枚数をふやす効果はそれほどでないことが分かった。四枚羽で普通は充分である。多翼型は、工作費の点で到底かなわない。だから、近代においても、四枚型が標準と考えられている。