

船体剛性を考慮に入れた縦波中の船体運動 と曲げモーメント等の計算 (前進速度のない場合)

別紙正利
(附)

1. 目的

船体剛性を考慮に入れた縦波中(前進速度なし)で船体が揺れていると、完全に剛な船体の場合に較べて運動も少し異なってくるであろう。

又船体は剛体運動の他に撓んで来、それによって曲げモーメント、剪断力も異なってくる。

此處では船体縦強度計算と同じ仮定に立って、船体を変断面梁と見なし、流体力についてはストリツフ法の仮定に従って見積り、次の計算を実行する。

I) 静水中に浮んでいる時の船体撓み
曲げモーメント、剪断力

II) 船を剛体と見た時の船体運動
(heave, pitch) とその時の曲げモーメント
剪断力

III) 剛性を考慮した時の船体運動
(heave, pitch, deflection) とその時の
曲げモーメント、剪断力。

1. 目的

2. 仮定条件

① 船体変断面梁と見なし

② 計算

③ 計算結果

2. 方程式
(I) 静的場合

$$M(x) + \rho g B(x) Z(x) = \rho g A(x) - w(x), \quad \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= EI(x) \frac{d^2}{dx^2} Z(x) \\ B(x) &= \frac{1}{A(x)} M(x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$M(\pm \frac{L}{2}) = S(\pm \frac{L}{2}) = 0. \quad \dots (3)$$

(II) 剛性体としての運動 (波浪中)

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{w(x)}{g} + M_A(x) \right\} \ddot{Z}(x, t) + N_H \dot{Z}(x, t) + \rho g B(x) Z(x, t) \\ = \left\{ \rho g B(x) Z_w(t) + N_H \dot{Z}_w(t) + M_A(x) \ddot{Z}_w(t) \right\} \\ \times e^{-K_T(x) + iKx}, \quad \dots (4) \end{aligned}$$

(*) は 時間 t に変化する部分である。

$$\left. \begin{aligned} Z(x, t) &= Z(x) e^{i\omega t} \\ Z_w(t) &= Z_w e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \text{とおく。}$$

$$\begin{aligned} \left[-\omega^2 \left\{ \frac{w(x)}{g} + M_A(x) \right\} + i\omega N_H(x) + \rho g B(x) \right] Z(x) \\ = Z_w \left\{ \rho g B(x) + i\omega N_H(x) - \omega^2 M_A(x) \right\} \\ \times e^{-K_T(x) + iKx}, \quad \dots (5) \end{aligned}$$

となる。

この場合はいかに

$$Z(x) = a_1 + a_2 x. \quad \dots (6)$$

a_1 : heaving, a_2 : pitching

であるので、これを考慮したものが等しければよい。

(Ⅲ) 船の浮剛性を考慮した場合.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} M(x, t) + \left\{ \frac{w(x)}{f} + M_A(x) \right\} \ddot{z}(x, t) + N_H(x) \dot{z}(x, t) + \rho g B(x) z(x, t) \\ = \left\{ \rho g B(x) z_w(t) + N_H(x) \dot{z}_w(t) + M_A(x) \ddot{z}_w(t) \right\} \\ \times e^{-K T_w(x) + i K x}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$M'(x, t) = E I(x) \frac{d^2}{dx^2} z(x, t) \quad \dots \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} z(x, t) &= Z(x) e^{i \omega t} \\ z_w(t) &= Z_w e^{i \omega t} \\ M'(x, t) &= M(x) e^{i \omega t} \end{aligned} \right\} \text{とおく}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} M(x) + \left[-\omega^2 \left\{ \frac{w(x)}{f} + M_A(x) \right\} + i \omega N_H(x) + \rho g B(x) \right] Z(x) \\ = Z_w \left\{ \rho g B(x) + i \omega N_H(x) - \omega^2 M_A(x) \right\} e^{-K T_w(x) + i K x} \\ \dots \quad (9) \end{aligned}$$

3. 計算式

前節の式を無次元化 (別紙) すると

(I) 静的な場合

$$1/6 \frac{d^2}{dx^2} \left\{ I(x) \frac{d^2}{dx^2} Z(x) \right\} + B(x) Z(x) = A(x) - W(x), \quad \dots (10)$$

これを $Z(x) = \sum a_n u_n(x)$, とおいて Galerkin の法でとく.

解くべき方程式は. (11)

$$\sum_{m=1}^N a_m [1/6 I(n, m) + B(n, m)] = A(n, m) - W(n, m), \quad n=1 \sim N, \quad (12)$$

$$B(n, m) = \int_0^1 B(x) u_n(x) u_m(x) dx, \quad \dots (13)$$

他は (I) の場合

$$M(x) = 4 I(x) \sum a_n \frac{d^2}{dx^2} u_n(x), \quad S(x) = \frac{d}{dx} M(x), \quad \dots (14)$$

(II) 動的な場合と 1 次の近似

$$\{C(x) - W(x)\} Z(x) = C(x) e^{-KT_n + i \frac{Kx}{\Sigma}}, \quad (15)$$

$$Z(x) = a_1 + a_2 x. \quad \dots (16)$$

である。後の計算にはこれを用いる。

$$\left. \begin{aligned} a_1 \{C(1,1) - W(1,1)\} + a_2 \{C(1,2) - W(1,2)\} &= D(1) \\ a_1 \{C(1,2) - W(1,2)\} + a_2 \{C(2,2) - W(2,2)\} &= D(2) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

から a_1, a_2 も求まる。

a_1, a_2 が求まれば (15) 式から σ の近似値と曲げモーメントと剪断力を求める。

$$M_1(x) = \frac{K}{4} \int_0^x \left[C(\xi) e^{-KT_n(\xi) + i \frac{K\xi}{\Sigma}} + \{W(\xi) - C(\xi)\} (a_1 + a_2 \xi) \right] (\xi - x) d\xi, \quad \dots (18)$$

$$S_1(x) = \frac{K}{2} \int_0^x \left[\dots \right] d\xi, \quad (19)$$

(Ⅲ) 同位性を考える場合

$$\frac{4}{K} \frac{d^2}{dx^2} M(x) + \{C(x) - W(x)\} Z(x) = C(x) e^{-KT_m(x) + \frac{1}{2}Kx}, \quad \dots (20)$$

$$M(x) = 4 I(x) \frac{d^2}{dx^2} Z(x), \quad \dots (21)$$

これを Galerkin 法で解く。

$$\text{今 } Z(x) = \sum_{n=1}^N a_n u_n(x), \quad \dots (22)$$

とおき、左の積分を計算して置く。

$$C(n, m) = \int_{-1}^1 C(x) u_n(x) u_m(x) dx = C(m, n)$$

$$W(n, m) = W(m, n) = \int_{-1}^1 W(x) u_n(x) u_m(x) dx$$

$$I(n, m) = I(m, n) = \int_{-1}^1 I(x) \frac{d^2}{dx^2} u_n(x) \frac{d^2}{dx^2} u_m(x) dx$$

$$D(n) = \int_{-1}^1 C(x) e^{-KT_m(x) + \frac{1}{2}Kx} u_n(x) dx$$

(23)

そうすると、 a_n は次の聯立方程式の解と求まる。

$$\sum_{m=1}^N a_m \left[\frac{16}{K} I(n, m) + C(n, m) - W(n, m) \right] = D(n), \quad n=1 \sim N, \quad \dots (24)$$

a_n が決まれば、 M, S はこの式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= 4 I(x) \sum a_n \frac{d^2}{dx^2} u_n(x) \\ S(x) &= \frac{d}{dx} M(x) \end{aligned} \right\} \quad \dots (25)$$

これは勿論、式で与えられる。

4. $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \dots$ について.

(I), (II), (IV) の各場合について

$Z(x)$, $M(x)$, $S(x)$ を求める.

(I), (IV) の場合の Z は.

$$Z(x) = \sum_{n=1}^N a_n u_n(x)$$

($N=7$ までとする)
 下記参照

とするが、この $u_n(x)$ は.

$$u_1(x) = 1$$

$$u_2(x) = x$$

} ... (26)

とし、 $n \geq 3$ については、均質梁の nodal function を用いる。

即ち.

$$u_n(x) = A \{ \cos my + \cosh my \}$$

$$+ B \{ \sin my + \sinh my \}, \quad (27)$$

$$y = \frac{1+x}{2},$$

$$A = \cos m - \cosh m$$

$$B = \sin m + \sinh m$$

} ... (28)

m は $\cos m \cosh m = 1$ の根で、 n の値をとる。

n	m
3	4.7300408
4	7.8532046
5	10.9956078
6	14.1371655
7	17.2787596

よって $\frac{d^2}{dx^2} u_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } n=1, 2 \end{cases}$ (29)

$$\frac{d^2}{dx^2} u_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } n=1, 2 \end{cases}$$

$$\left[\frac{m^3}{8} \{ A \{ \sin y + \sinh y \} + B \{ -\cos y + \cosh y \} \} \right] \quad (30)$$

$M(x)$: Bending Moment

$$M(x) = E I(x) \frac{d^2}{dx^2} Z(x)$$

E : Young's Modulus, $I(x)$: 断面2次モーメント

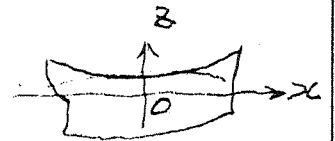
ρ : 水密度, $\rho g = 1.025 \text{ t/m}^3$

$\uparrow$: 重力定数

$Z(x)$: 撓みも含めた船体の上下位置

$S(x)$: Shearing Force. (中性軸)

$$S(x) = \frac{d}{dx} M(x)$$



$B(x)$: 船の水線幅

$A(x)$: 船の横切面積

$w(x)$: 船の単位長さ当たりの重さ

$M_A(x)$: 断面の附加質量

$$M_A = \rho A(x) \cdot K_4 C$$

K_4 : 田子の数値

$$C : \omega \rightarrow \infty \text{ における } \frac{M_A}{\rho A} = \frac{(1+q_1)^2 - 3q_3^2}{1 - q_1^2 - 3q_3^2}$$

q_1, q_3 : 等角寫像の定数

$$s = x + iy = M(s + \frac{q_1}{s} + \frac{q_3}{s^3})$$

$N_H(x)$: 減衰係数

$$N_H = \frac{\rho g^2 A_H^2}{\omega^3}$$

A_H : radiation wave の振幅の上下動
振幅に対する定数

W : 船体重量

L : 船長

λ : 波長

ω : 円周波数

$$k = \frac{\omega^2}{g} = 2\pi/\lambda$$

$T_m = A(x)/B(x)$: 平均吃水

$$z(x, t) = Z(x) e^{i\omega t}$$

$$z_w(t) = Z_w e^{i\omega t}$$

Z_w : 波振幅

$$\frac{2x}{L} \longrightarrow x$$

$$KL \longrightarrow K = 2\pi/\lambda$$

$$\gamma/L \longrightarrow \lambda = 2\pi/K$$

$$T_H/L \longrightarrow T_H$$

$$Z(x)/L \longrightarrow Z(x) \quad ; \text{静的変位の場合}$$

$$Z(x)/Z_W \longrightarrow Z(x) \quad ; \text{動的} \quad \dots \quad "$$

$$\frac{p g L^2}{W} B(x) \longrightarrow B(x)$$

$$\frac{p g L}{W} A(x) \longrightarrow A(x)$$

$$\frac{L}{W} w(x) \longrightarrow w(x)$$

$$\frac{EI(x)}{WL^2} \longrightarrow I(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M(x)}{WL} \longrightarrow M(x) = 4 I(x) \frac{d^2 Z(x)}{dx^2} \\ \frac{S(x)}{W} \longrightarrow S(x) = 2 \frac{d}{dx} M(x) \end{array} \right\} \quad ; \text{静的変位の場合}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M(x)}{W Z_W} \longrightarrow M(x) = 4 I(x) \frac{d^2 Z(x)}{dx^2} \\ \frac{L S(x)}{W Z_W} \longrightarrow S(x) = 2 \frac{d}{dx} M(x) \end{array} \right.$$

$$\frac{g L}{W} M_A = \frac{p g L A(x)}{W} K_4 C \longrightarrow M_A(x)$$

$$\frac{g L}{W} \frac{N_H}{\omega} = \frac{p g L}{W} \frac{A_H^2}{K^2} \longrightarrow N_H(x)$$

$$\frac{p g^2 L}{\omega^2 W} B(x) = \frac{p g L B(x)}{K W} \longrightarrow \frac{B(x)}{K}$$

$$\left. \begin{array}{l} C(x) = \frac{B(x)}{K} - M_A(x) \\ \quad + i N_H(x) \end{array} \right\}$$

TABLE 1.

x	$B(x)$	$A(x)$	$10T_m(x)$	$I(x)$	$w(x)$
-1.	3.2413	.025393	.078342	0	.147359
-.9	9.0259	.264821	.293401	.28918	.263473
-.8	13.2442	.568216	.429030	.57836	.250028
-.7	16.2272	.819131	.504788	.86754	1.053434
-.6	18.0163	1.005957	.558359	1.15672	1.252691
-.5	18.6975	1.127243	.602884	"	1.253866
-.4	18.7144	1.189034	.635357	"	1.259630
-.3	"	1.207415	.645179	"	1.265393
-.2	"	1.209228	.646148	"	1.310337
-.1	"	"	"	"	1.237722
0	"	"	"	"	"
.1	"	"	"	"	"
.2	"	"	"	"	1.237722
.3	"	"	"	"	1.235309
.4	"	"	"	"	1.213125
.5	"	1.209228	.646148	"	1.208682
.6	18.7144	1.205722	.644274	1.15672	1.193177
.7	18.1923	1.150097	.632188	.86754	1.171354
.8	15.8829	.979112	.616456	.57836	.882722
.9	10.8880	.655643	.602170	.28918	.088521
1.0	2.4647	.159618	.647621	0	

注 1) $E = 20,000 \text{ Kg/mm}^2$ とした

2) $w(x)$ は step function とし, 各点間 で一定とする。

TABLE 2

$$\lambda/L = 0.2500, \quad K = 2\pi/\lambda = 8\pi$$

x	M_A (1)	B/K (2)	C_R (3)	C_I (4)
-1.0	.0230876	.1289682	.105881	.0425233
-.9	.0715664	.3591302	.287564	.1532745
-.8	.3078504	.5269676	.219117	.1842348
-.7	.6193283	.6456600	.026332	.1651175
-.6	.9128925	.7168457	.196047	.1228589
-.5	1.1259759	.7439498	.382026	.0754862
-.4	1.2397746	.7446200	.495155	.0434357
-.3	1.2745714	.7446200	.529951	.0353087
-.225	1.2780277	.7446200	.533408	.0345486
.6	1.2713549	.7446200	.526735	.0360246
.7	1.1622168	.7238451	.438372	.0437462
.8	.8526459	.6319590	.220687	.0450421
.9	.3873397	.4332199	.045880	.0286030
1.0	.237312	.0980665	.139246	.0011252

TABLE 3

$\lambda/L = 0.3333$, $K = 6\pi$.

x	MA ①	B/K ②	CR ③	CI ④
-1.0	.0268455	.1719576	.145112	.0479374
-.9	.0756171	.4788405	.803223	.0019586
-.8	.2942045	.7026237	.808419	.2642897
-.7	.5739596	.8608803	.286921	.2659998
-.6	.8403001	.9557946	.115495	.2241027
-.5	1.0395677	.9919335	.047634	.0016014
-.4	1.1527723	.9928270	.159945	.1084505
-.3	1.1886262	.9928270	.195799	.0940215
-.2 ~ .5	1.1922186	.9928270	.199392	.0926343
.6	1.1852881	.9928270	.192461	.0953220
.7	1.0803426	.9651271	.115216	.1076624
.8	.7869850	.8426123	.055627	.1034859
.9	.3542284	.5776267	.223398	.0630885
1.0	.0219001	.1307553	.108855	.0030869

TABLE 4

$$\lambda/L = 0.5000$$

$$K = 4\pi$$

x	MA ①	B/K ②	CR ③	CI ④
-1.0	.0331915	.2579364	.224745	.0552046
-.9	.0892537	.7182605	.629007	.2595519
-.8	.3018242	1.0539351	.752111	.3967184
-.7	.5458034	1.2913200	.745517	.4512752
-.6	.7698311	1.4336913	.663860	.4327828
-.5	.9350881	1.4878997	.552812	.3603624
-.4	1.0319067	1.4892400	.450493	.2850939
-.3	1.0641587	1.4892400	.425081	.2619673
-.2 ~ .5	1.0674347	1.4892400	.421805	.2596843
.6	1.0611213	1.4892400	.428119	.2640790
+.7	.9667953	1.4476902	.480895	.2788036
.8	.7040639	1.2639180	.559854	.2495171
.9	.3166947	.8664398	.549745	.1441013
1.0	.0197976	.1961329	.176335	.0080465

TABLE 5

$$\lambda/L = 0.6667, K = 3\pi$$

x	MA ①	B/K ②	CR ③	CI ④
-1.0	.0383865	.3434153	.305549	.0600050
-.9	.1044683	.9576809	.853213	.3053051
-.8	.3286914	1.4052473	1.076556	.4982141
-.7	.5602466	1.7217606	1.161514	.6029352
-.6	.7602530	1.9115891	1.151336	.6165533
-.5	.8988130	1.9838669	1.085034	.5527970
-.4	.9765114	1.9856540	1.009143	.4703346
-.3	1.0031709	1.9856540	.982483	.4437972
-.22.5	1.0059023	1.9856540	.979752	.4411436
.6	1.5066422	1.9856540	.985012	.4462679
+.7	.9162570	1.9302543	1.013997	.4564139
.8	.6729087	1.6852245	1.012316	.3938555
.9	.3065836	1.1552535	.848670	.2202657
1.0	.0192484	.2615106	.242262	.0128021

TABLE 6

$$\lambda/L = 1.000$$

$$K = 2\pi$$

z	MA ①	B/K ②	C _R ③	C _I ④
-1.0	.0464747	.5158727	.469398	.0661493
-.9	.1331194	1.4365209	1.303402	.3681548
-.8	.3961333	2.1078703	1.711737	.6431816
-.7	.6321966	2.5826450	1.950443	.8275115
-.6	.8149355	2.8673827	2.052447	.8996878
-.5	.9234511	2.9757994	2.052348	.8639956
-.4	.9733638	2.9784800	2.005116	.7853136
-.3	.9910078	2.9784800	1.987472	.7588641
-.2 ~ .5	.9928361	2.9784800	1.985644	.7561880
.6	.9893187	2.9784800	1.989161	.7613505
.7	.9168492	2.8953804	1.978531	.7562702
.8	.6870878	2.5278360	1.840748	.6296761
.9	.3229202	1.7328797	1.409960	.3399850
1.0	.0202320	1.3722658	.372034	.0202235

TABLE 7

$$\lambda/L = 1.5000$$

$$K = \frac{4\pi}{3}$$

x	M_A ①	B/K ②	P_R ③	C_I ④
-1.0	.0553614	.7738093	.718248	.0714733
-.9	.1692831	2.1527818	1.985299	.4270843
-.8	.4947748	3.1618062	2.667031	.7834096
-.7	.7595756	3.8739609	3.114385	1.0496909
-.6	.9453134	4.3010750	3.355762	1.1858528
-.5	1.0368492	4.4637001	3.426851	1.1864759
-.4	1.0640618	4.4677210	3.403659	1.1205333
-.3	1.0738466	4.4677210	3.393574	1.0976980
-.2 ~ .5	1.0748739	4.4677210	3.392827	1.0953760
.6	1.0729015	4.4677210	3.394820	1.0998525
.7	1.0063759	4.3430714	3.336696	1.0737911
.8	.76970593	3.7917548	3.022049	.8737404
.9	.3732393	2.5993201	2.226081	.4597420
1.0	.0531283	.5883989	.565271	.0274028

TABLE 8

$$\lambda/L = 2.0000$$

$$K = \pi$$

α	MA ①	B/K ②	C _R ③	C _I ④
-1.0	.0620297	1.0317456	.969716	.0747395
-.9	.1988897	2.8730423	2.674153	.4656260
-.8	.5812907	4.2157413	3.634451	.8772126
-.7	.8791876	5.1652809	4.286093	1.2000951
-.6	1.0776113	5.7347664	4.657155	1.3810822
-.5	1.1641476	5.9515997	4.787452	1.4079530
-.4	1.1786309	5.9569610	4.778330	1.3524364
-.3	1.1838407	5.9569610	4.773120	1.3328590
-.2 ~ .5	1.1843981	5.9569610	4.772463	1.3308648
.6	1.1833312	5.9569610	4.773630	1.3347066
.7	1.172494	5.7907618	4.673512	1.2928735
.8	.8639933	5.0556728	4.191680	1.0400517
.9	.4259721	3.4657599	3.039788	.5392962
1.0	.0260809	.7845318	.758451	.0319424

