

# 船体剛性を考慮に入れた 縦波中の船体に 働く波浪応力の研究 (前進速度のない場合)

別所 正利 (所)

## 概要

船が巨大に存在してその剛性は相対的に低下して来る。その際、波浪中に於ては船体は剛体的な運動以外に弾性的な撓みを生じ、それによって波による応力も変化して来る事が考えられる。

本研究はこの点に着目し、剛性を考慮に入れると従来のように船を剛体と見なした時と比較して運動並びに波浪による応力に如何なる変化が生ずるかを検討しようとするものである。

本研究は「船が巨大に存在してその剛性は相対的に低下して来る」という前提の下に、縦波中でしかた前進速度のない場合について運動方程式を立て、最も簡単な模型について単純な近似計算を行い、定性的な検討を行った。

その結果次の結論を得た。

1. 運動方程式は強制撓み振動の形になる。
2. 剛体としての運動と船体の撓みは、各々独立である。
3. 船体の剛性は固有周期と振動モードを決定する点に於て決定的役割を果たすが、波との周期に拘りなく、その強制力が問題になるような固有振動域は、振動周期との同調は多岐にわたる問題にならないが、波によって衝撃的な力を受けるとするとその持続時間と大きさによっては問題になり得るであろう。

4. 剛性の影響は既存の船体について考える限り一般に小さく、その変化量は近似的に次の式で表わされる。

$$\frac{W/E}{E/E} \left\{ \frac{1}{T} - (1+C) \frac{c \omega^2}{g} \right\} \cdot c: \text{上下方向の剛性係数}$$

従って前進速度のない場合は  $L/T \approx 20, C=1$  とすると  $L/\lambda > 2$  では従来の計算に比し、曲げモーメント等が低下し、逆に軸力が増加し、かつ増大する。前進速度がある時はこの限界値をはずすと大きくなる。

本文 目次	頁
記号表	3
1. 運動方程式	5
2. 相似則	5
3. 簡單な計算例	6
例 1 図	12
例 2 図	13
例 1 表	14
例 2 表	15 ~ 18



$w(x)$ : 重量分布.

$x$ : 長さ方向の座標軸(原点は船尾 船首方向正)  
無次元化した時は  $x/L$  を表わす.

$z(x,t) = \text{Re} [Z(x) e^{i\omega t}]$ : 船体の 垂直方向変位.  
無次元化した時は  $Z(x)/A_w$  を示す.

$\gamma_m$ : 有効波高係数.

$\varepsilon = WL^2/EI$ : 無次元化した剛性の逆数

$\lambda$ : 波長.

$\sigma$ : 応力

$\theta$ : 縦揺れの振幅, 無次元化した時は  $\theta/kA_w$

$\rho$ : 水の密度

$\omega$ : 振動の円周波数.

その他 上付  $(\cdot)$  は 時間微分

"  $(\prime)$  は  $x$  に関する "

下付  $x$  " " "

} を示すものとする.

註)  $\frac{M(x)}{WA_w} = \frac{B}{\varepsilon} \{m_1(x) + i n_1(x)\}$

つまり  $\frac{M(x)}{WA_w} = \frac{\gamma_m L}{\varepsilon T} \{m_1(x) + i n_1(x)\}$  or  $\frac{\gamma_m L}{\varepsilon T} \{m(x) + i n(x)\}$

或は  $\frac{M(x)}{WL} = \frac{\gamma_m A_w}{\varepsilon T} \{m_1(x) + i n_1(x)\}$  or  $\frac{\gamma_m A_w}{\varepsilon T} \{m(x) + i n(x)\}$

### 1. 運動方程式

ストリップ法によつて運動方程式を立てると

$$m_{xx}(x,t) + \left\{ \frac{w(x)}{g} + M_A(x) \right\} \ddot{z}(x,t) + N_H(x) \dot{z}(x,t) + \rho g B(x) z(x,t) = f_w(x,t), \quad (1)$$

$$m_{xx}(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2}, \quad (2)$$

運動がすべて正弦波の形に行われるとし、すべての変量が  $\text{Re} \{ f_w(x) e^{i\omega t} \}$  のように表われるとすると、変位  $z$  に対する式は次のように書ける。

$$M_{xx}(x) + \left\{ \frac{w(x)}{g} + M_A(x) \right\} (-\omega^2 Z(x)) + N_H(x) (-i\omega Z(x)) + \rho g B(x) Z(x) = F_w(x), \quad (3)$$

$$M(x) = EI(x) Z_{xx}(x), \quad (4)$$

$$F_w(x) = \rho g A_w \delta_m(x) B(x) e^{ikx}, \quad (5)$$

ここに  $\delta_m$  は有効な高係数であり、O. S. M. では

$$\delta_m(x) = \frac{[\rho g B(x) + i\omega N_H(x) - \omega^2 M_A(x)] e^{-kM(x)}}{\rho g B(x)}, \quad (6)$$

となる。

### 2. 相似性

縦剛性  $EI$  の無次元量として今

$$EI/WL^2 = 1/\varepsilon, \quad (7)$$

を置く。すると、 $\omega L$ ,  $A_w/L$  が等しいのは“波が”  $\omega L$  に剪断力は  $W$  に、撓みは  $L$  に比例する。

さて、下撓みの固有振動数を  $f_n$  とすると

$$2\pi f_n = \omega_n \propto \sqrt{\frac{\rho EI}{W L^3}} \quad \text{或いは} \quad \frac{\omega_n^2 L}{g} \propto \frac{EI}{WL^3} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad (8)$$

である。特に一様梁とすると2節の場合には次のようになる。

$$\frac{\omega_1^2 L}{g} = 50/\varepsilon, \quad (9)$$

実験的には上下揺みの固有振動数から  $\varepsilon$  を推定出来る。

巨大船の  $\varepsilon$  の計算例を見ると現在の所大体

$$\varepsilon \approx 1, \quad (10)$$

となっているようである。

船が大きくなるにつれて相対剛性  $1/\varepsilon$  は小さくなっていく。即ち簡単に考えて

$$I \propto BtD^2 \quad (t, \text{板厚}, D \text{ 深さ})$$

と見れば

$$\frac{1}{\varepsilon} \propto \frac{EBD^2t}{L^3BT} = \frac{E+D^2}{L^3T}, \quad (11)$$

一方曲げモーメントは  $WL$  に比例するとし応力  $\sigma = My/I$  は等しくなるようにするものとする。

$$\sigma = \frac{My}{I} \propto \frac{L^2BD}{L^3tD^2} = \frac{TL^2}{tD^2} \quad ; \text{一定} \quad (12)$$

となるから (11) に代入すると

$$1/\varepsilon \propto E/L, \quad (13)$$

となり大型船では剛性が低下し、従って固有振動数も下がり、波の強制力の振動数に近づいて来るのでその間の共振が問題になる可能性も考えられる筈である。

### 3. 簡単な計算例

剛性の影響について定性的な知見を得る為には簡単な模型について計算をして見る。

船体は幅吃水又一様な箱船とし、構造も又一様なつり一様な梁と考える。荷重も又一様に分布しているものと仮定する。

又造船減衰を考えると方程式は4階聯立微分方程式となるがそれは複雑になるばかりで、又解の性質にはあまり本質的な影響はないと思われるのでこれを省略すると運動方程式 (3) は二次のようになる。

$$\left[ EI \frac{d^4}{dx^4} + P^2 B \{ 1 - KT(1+C) \} \right] Z(x) = P^2 A_m B \delta_m e^{iKx}, \quad (14)$$

無次元化して置かぬ。

$$\frac{Z}{A_m} \rightarrow Z, \quad KL = \frac{\omega^2 L}{P} \rightarrow K, \quad x/L \rightarrow x.$$

よって整理すると次のようになる。

$$Z^{(4)}(x) + \varepsilon A Z(x) = \varepsilon B e^{iKx}, \quad (15)$$

$$\varepsilon = WL^2/EI.$$

$$A = \frac{L}{T} \{ 1 - K^2 T(1+C) \} \quad (15)$$

$$B = \delta_m L/T,$$

これは常係数の4階微分方程式であるが、その解は次のように与えられる。

$$Z(x) = h_0 + b(x - \frac{1}{2}) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n(x). \quad (17)$$

なお、 $f_n(x)$ は二次式つまり自由端をもち一桁梁の振動の正規函数で法化されているものとする。これは又、 $(x - \frac{1}{2})$ と共に完全な直交系を形づくっている。

$$f_n(x) = \lambda_n f_n(x), \quad n=1, 2, \dots \quad (18)$$

$$f_n''(0) = f_n''(1) = f_n'''(0) = f_n'''(1) = 0, \quad (19)$$

$$\int_0^1 f_n(x) dx = 0, \quad \int_0^1 x f_n(x) dx = 0.$$

$$\int_0^1 f_n(x) f_m(x) dx = \delta_{n,m}, \quad \text{Dirac's } \delta \quad (20)$$

よって  $(x - \frac{1}{2}), f_n(x)$  によつて (15) の右辺を展開すると

$$\varepsilon B e^{iKx} = b_0 + b_1(x - \frac{1}{2}) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n f_n(x), \quad (21)$$

$$\text{例1} \quad k_0 = \int_0^1 \varepsilon B e^{ikx} dx, \quad \frac{k_1}{12} = \int_0^1 \varepsilon B e^{ikx} \left(x - \frac{1}{2}\right) dx, \quad (22)$$

$$c_n = \int_0^1 \varepsilon B e^{ikx} f_n(x) dx, \quad (23)$$

又 (17) において展開係数  $k_0, \theta, a_n$  はそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} k_0 &= \int_0^1 \Sigma(x) dx, & \theta &= 12 \int_0^1 \Sigma(x) \left(x - \frac{1}{2}\right) dx, \\ a_n &= \int_0^1 \Sigma(x) f_n(x) dx, \end{aligned} \right\} (24)$$

そこでこれ等の関係式を (15) に代入し、(18) の関係式を考慮して、 $1, (x - \frac{1}{2}), f_n(x)$  の各係数を等置すると

最初の2式は

$$\varepsilon A k_0 = k_0, \quad \varepsilon A \theta = k_1, \quad (25)$$

となるがこれは剛体としての従来の解そのものである。

次に  $f_n(x)$  の係数については

$$a_n = \frac{c_n}{\lambda_n + \varepsilon A}, \quad (26)$$

$$\text{よるから解は} \quad Z(x) = k_0 + \theta \left(x - \frac{1}{2}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\lambda_n + \varepsilon A} f_n(x), \quad (27)$$

これから剛体運動は撓みとは独立で従来の解と同じになる事、撓みの方は一種の強制撓み振動となる事がわかる。

この前後を以下曲げモーメントについて考えて見よう。

これは  $Z''$  に比例するから

$$Z''(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\lambda_n + \varepsilon A} f_n''(x), \quad (28)$$

今考えている範囲では (15) が船長の order とする)  $\lambda_n \gg |\varepsilon A|$  であるから上式は

$$Z''(x) \doteq M_1(x) + \varepsilon A M_2(x), \quad (29)$$

$$M_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\lambda_n} f_n''(x), \quad (30)$$

$$M_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\lambda_n^2} f_n''(x), \quad (31)$$



と近似出来るよう。

先1近似として  $M_1(x)$  をとるとすると  $C_n$  は (23) から決められるから一見運動の周縁なく振動のモードと注の力のみに決まるように見える。

従って、この見地から言えば  $\lambda \ll 1$  で曲げモーメント等が大きいのは注の力の分布が2節の撓み振動のモードにそれぞれ一致するからであると言える。

しかしながら一方 (21) に (25), (22) を代入し、更に (8) 式を使うと

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\lambda_n} f_n^{(4)}(x) = \varepsilon B e^{i k x} - \varepsilon A [h_0 + \theta(x - \frac{1}{2})], \quad (32)$$

となり、右辺は明らかに従来考えていた波浪荷重でありこれを2回積分したものが曲げモーメントとなる。

この時左辺は  $f_n$  の境界条件を入れると  $M_1(x)$  に一致する。つまり  $M_1(x)$  は従来の剛体と見なした時の曲げモーメントに一致する。

今2近似  $M_2$  について (8) 式を代入して見ると

$$M_2(x) = \int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x M_1(x) dx + a + bx + cx^2 + dx^3, \quad (33)$$

となっている事は容易にわかる。

ここに  $a, b, c, d$  は積分定数であるが  $M_2$  の4つの自由端の条件から一義的に決まる。

この近似解は又次のような逐次近似解法による解に一致する。

今度は  $\varepsilon$  が充分小さいものとし、解はその巾級数に展開出来るものとする。

$$\text{即ち} \quad Z(x) = h + x\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n a_n(x), \quad (34)$$

これを運動方程式 (15) に代入して  $\varepsilon$  の同じオーダーの量を等置すると二次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} a_1^{(4)}(x) &= B e^{ikx} - A(h+x\theta), \\ a_2^{(4)}(x) &= -A a_1(x), \\ &\dots \end{aligned} \right\} (35)$$

正境界条件は  $a_n''(x) = a_n'''(x) = 0$  for  $x=0, 1$ , (36)  
 である。

この  $a_1, a_2$  が (30), (31) の  $M_1, M_2$  と 互に因子を除いて一致  
 する事は上述の證明によつて明らかである。

これを實際に計算するには逐次積分すればよいのだが  
 回数が多いので大変面倒である。

結果を記すと

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{B}{A} (2f_1 - 6f_2) \\ \theta &= \frac{B}{A} (-6f_1 + 12f_2) \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

$n=1$

$$\left. \begin{aligned} f_n(x) &= \int_0^x f_{n-1}(x) dx, \quad f_0(x) = e^{ikx} \\ f_n &\equiv f_n(1) \end{aligned} \right\} (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_1''(x)}{B} &\equiv m_1(x) + i n_1(x) \\ &= f_2(x) + x^2(1-x)f_1 - x^2(3-2x)f_2, \end{aligned} \quad \dots (39)$$

$$\begin{aligned} -\frac{a_2''(x)}{AB} &\equiv m_2(x) + i n_2(x) \\ &= f_0(x) + (x^2-x^3)f_5 + (2x(3-3x^2))f_6 \\ &\quad + \left( \frac{x^2}{280} - \frac{13x^3}{2520} + \frac{x^6}{380} - \frac{x^7}{840} \right) f_1 \\ &\quad + \left( -\frac{13x^2}{840} + \frac{3x^3}{140} - \frac{x^6}{120} + \frac{x^7}{420} \right) f_2, \end{aligned} \quad \dots (40)$$

これを"ある"亦又近似の曲線を  $x$  軸から  $x$  軸式で計算出来る。

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma''(x)}{B} &\equiv m(x) + i n(x) \\ &= m_1(x) + i n_1(x) - \varepsilon A \{ m_2(x) + i n_2(x) \}, \end{aligned} \quad \dots (41)$$

表2には  $m_1, n_1, m_2, n_2$  の計算値の一部を示す。

又  $\varepsilon=1, L/\lambda \geq 0, C=1$  とし  $m, n$  の値も示す。

表1には、 $h, \theta, \varepsilon A, \frac{\max \sqrt{m^2+n^2}}{\max \sqrt{m_1^2+n_1^2}}$  等の  $\lambda/L$  による変化の様相を示す。(h,  $\theta$  については  $B=A$  とし示してある。詳しくは  $\frac{B}{A}$  の関数として示す)

又表1図、表2図にはこれらの値を図示してある。

さて(28)式において  $\lambda_n (n > 1) \gg \lambda_1 \gg \varepsilon A$  であるから、曲げモーメント等の変化比は”と”

$$\frac{1}{1 + \varepsilon A / \lambda_1} \approx 1 - \varepsilon A / \lambda_1 \quad (42)$$

に よつて 与えらるゝと思われろ。

表1表2にはこの値も示してあるが、これに見るやうに實際に計算した曲げモーメントの比  $\frac{\max \sqrt{m^2+n^2}}{\max \sqrt{m_1^2+n_1^2}}$  と  $\lambda/L$  の大きい所ではよく一致するが、波長の小さい所では計算値の方がかなり大きい。

この原因は一部計算の精度不足のようにも思えるが、よく判らな。いづれにしても、このような波長の小さい所ではモーメント自体が小さいのであまり問題はなてあら。

しかしながら(42)がより大きい、小さいかは、 $A$  の正負に關係し  $A$  は(4)によつて

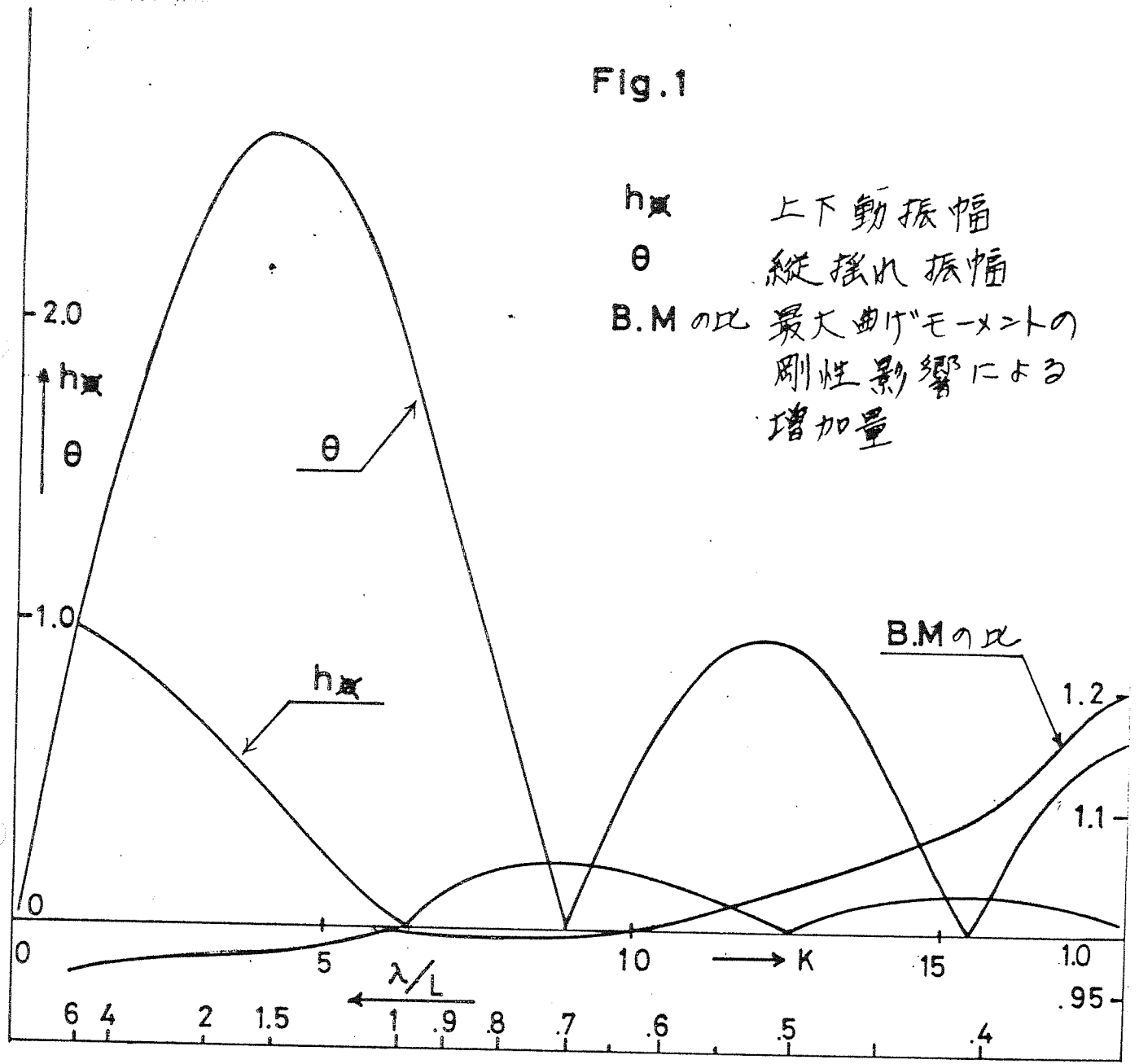
$$A = \frac{L}{\lambda} - K(1+C)$$

となり、前進速度のある時は出会う周期と  $T_e$  とすよ  $K = 4\pi^2 / g T_e^2$  とすべきであるから、その時は  $A=0$  の波長はすつと大きくなるので、もう少し精細に検討の要があらう。

結論的には剛性の影響は主として固有周期と振動モードに影響を及ぼすものであつて、揺動面、応力面への直接の影響は少ないと言ふやう。しかしながら巨大船では固有振動数もかなり低下してゐるので、衝撃的な力をも考慮すると、同調を起す事も考えらるゝので、揺動面からの検討も必要であらう。

Fig.1

$h_{\text{max}}$  上下動振幅  
 $\theta$  縦揺れ振幅  
 B.M.の比 最大曲げモーメントの剛性影響による増加量



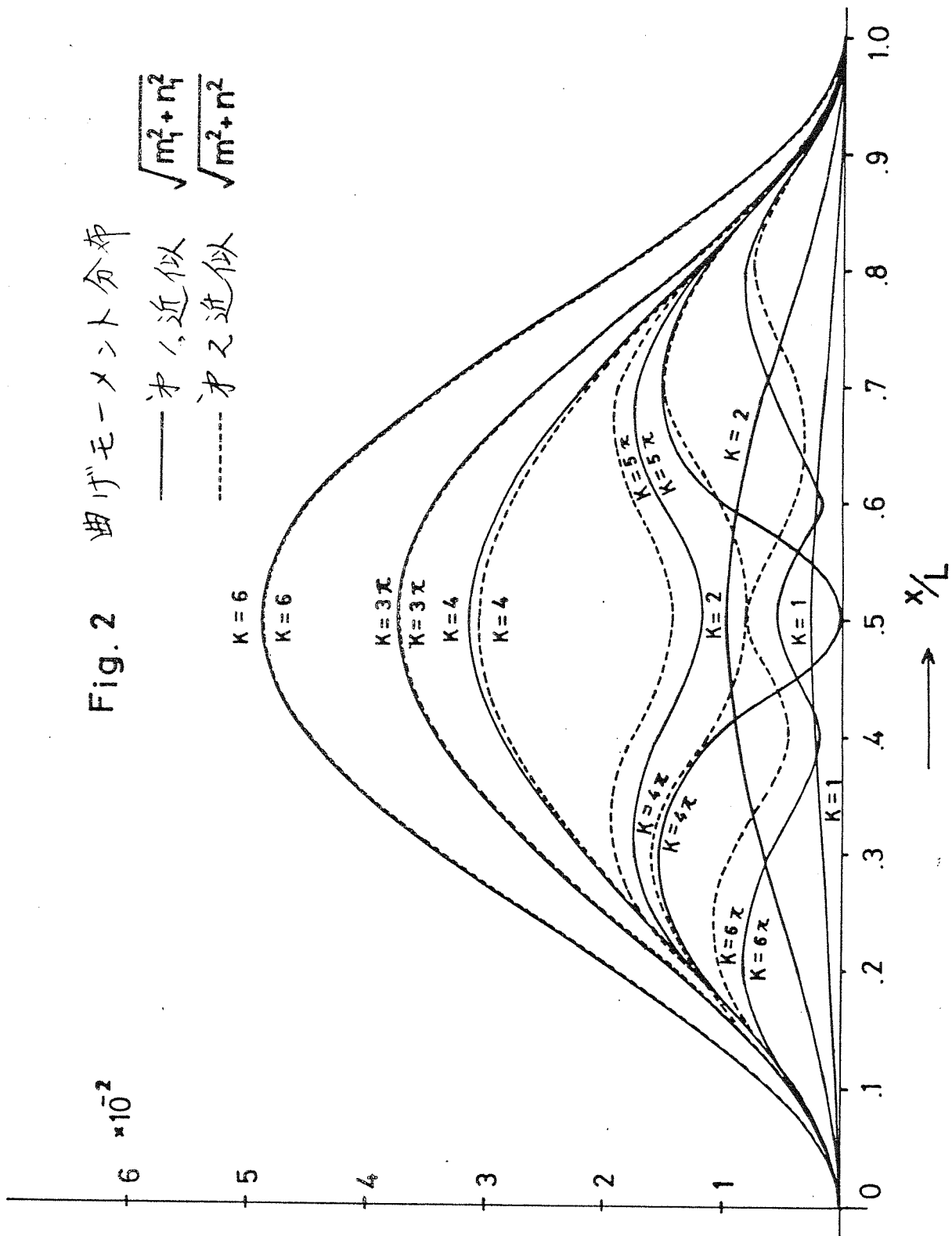


Fig. 2 曲げモーメント分布

表 1

$\lambda/L$	$K=2\pi\frac{L}{\lambda}$	$H_{11}$	$ 0 $	$\varepsilon A$	B.M. 0.5L*	$\frac{1}{1+\varepsilon A/\lambda}$ **
6.2832	1	.9587	.9752	18	.957	.965
3.1416	2	.8415	1.8070	16	.968	.969
2.0944	3	.6650	2.3770	14	.972	.973
1.5708	4	.4546	2.6124	12	.976	.977
1.2566	5	.2394	2.4973	10	.980	.980
1.0472	6	.0470	2.0791	8	.996	.984
.8000	2.5π	.1801	.8053	4.292	.992	.991
.6667	3π	.2122	.2702	1.150	.996	.998
.5714	3.5π	.1286	.7843	-1.991	1.008	1.004
.5000	4π	0	.9549	-5.133	1.037	1.010
.4444	4.5π	.1000	.5153	-8.294	1.062	1.017
.4000	5π	.1273	.0973	-11.416	1.102	1.023
.3636	5.5π	.0818	.4944	-14.557	1.176	1.030
.3333	6π	0	.6362	-17.699	1.209	1.037

\* 表 1 近似の最大曲げモーメントに及ぼす剛性の影響と

\*\*  $\lambda_1 = (4.730041)^2 = 500.524$

表 2

(201)

$K$	1						
$\alpha$	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1}(n_1/m_1)$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1}(n_2/m_2)$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1}(n/m)$	$\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}$
0	$0 \times 10^{-5}$	- deg.	$0 \times 10^{-5}$	- deg.	$0 \times 10^{-5}$	- deg.	-
.1	33.2	-156	.11	-163	37.1	-156	.938
.2	104.9	-155	.29	-160	99.7	-155	.951
.3	180.5	-154	.29	-155	175.3	-154	.971
.4	236.0	-153	.51	-160	227.0	-152	.962
.5	256.2	-151	.62	-143	245.1	-152	.957
.6	236.0	-150	.45	-160	228.0	-150	.966
.7	180.6	-149	.37	-149	174.0	-149	.963
.8	109.4	-149	.12	-179	105.9	-150	.968
.9	33.1	-147	.06	-29	32.0	-147	.966
1.0	0	-	0	-	0	-	-

$\frac{1}{\sqrt{2}}$  註)  $m = m_1 - \epsilon A m_2, n = n_1 - \epsilon A n_2$

(202)

$K$	2						
$\alpha$	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1}(n_1/m_1)$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1}(n_2/m_2)$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1}(n/m)$	$\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}$
0	0	-	0	-	0	-	-
.1	125.1	-132	.23	-125	121.4	-132	.971
.2	397.0	-130	.76	-124	384.9	-130	.970
.3	685.7	-127	1.25	-124	664.2	-128	.969
.4	897.3	-125	1.80	-123	868.5	-125	.968
.5	934.1	-123	1.96	-123	942.7	-123	.968
.6	897.2	-120	1.80	-122	868.5	-120	.968
.7	685.8	-118	1.35	-122	664.2	-118	.969
.8	399.5	-116	.99	-139	384.9	-116	.967
.9	125.1	-113	.23	-121	121.5	-113	.971
1.0	0	-	0	-	0	-	-

表之表  
(203)

K	4						
x	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1}(n_1/m_1)$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1}(n_2/m_2)$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1}(n/m)$	$\frac{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}{\sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$
0	$0 \times 10^{-5}$	- deg	$0 \times 10^{-5}$	-	$0 \times 10^{-5}$	-	-
.1	395.6	-85	.75	-68 deg	387.0	-86 deg	.998
.2	1270.9	-80	2.47	-67	1246.0	-80	.980
.3	2214.6	-75	4.37	-67	2162.8	-76	.977
.4	2912.8	-70	5.80	-66	2843.4	-70	.976
.5	3167.8	-65	6.33	-65	3091.9	-65	.976
.6	2912.6	-60	5.80	-65	2843.2	-60	.976
.7	2214.6	-55	4.37	-64	2162.8	-55	.977
.8	1270.8	-51	2.47	-62	1246.0	-50	.977
.9	395.7	-46	.75	-63	387.1	-45	.978
1.0	0	-	0	-	0	-	-

(204)

K	6						
x	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1} n_1/m_1$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1} n_2/m_2$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1} n/m$	$\frac{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}{\sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$
0	0	-	0	-	0	-	-
.1	584.3	-41	.50	-39	580.4	-41	.993
.2	1922.0	-33	1.40	-32	1910.7	-33	.994
.3	3406.7	-25	2.13	-34	3389.8	-25	.995
.4	4526.6	-17	2.47	-35	4507.8	-16	.996
.5	4939.8	-8	2.42	-34	4922.5	-8	.996
.6	4526.6	0	2.10	-32	4512.3	0	.997
.7	3406.7	9	1.57	-26	3396.3	9	.997
.8	1922.0	17	.96	-20	1915.8	17	.997
.9	584.3	25	.33	-14	582.2	25	.996
1.0	0	-	0	-	0	-	-



表之六

(五の五)

K	$3\pi$						
$x$	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1} n_1/m_1$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1} n_2/m_2$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1} n/m$	$\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}$
0	0	—	0	—	0	—	—
.1	403.4	6 deg.	1.75	55. deg.	402.1	6	.997
.2	1389.1	27	5.74	57	1383.3	27	.996
.3	2541.7	48	10.16	59	2530.2	48	.995
.4	3448.0	69	13.49	61	3425.6	69	.996
.5	3778.4	90	14.69	63	3763.3	90	.996
.6	3440.9	111	13.39	65	3430.2	111	.997
.7	2541.7	132	10.01	67	2536.8	133	.998
.8	1389.1	153	5.62	69	1388.4	153	1.000
.9	403.4	174	1.70	71	403.9	174	1.001
1.0	0	—	0	—	0	—	—

(六の六)

K	$4\pi$						
$x$	$\sqrt{m_1^2 + n_1^2}$	$\tan^{-1} n_1/m_1$	$\sqrt{m_2^2 + n_2^2}$	$\tan^{-1} n_2/m_2$	$\sqrt{m^2 + n^2}$	$\tan^{-1} n/m$	$\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2}}$
0	0	—	0	—	0	—	—
.1	438.6	-4	2.09	57	443.9	-3	1.012
.2	1210.7	19	6.75	59	1237.5	20	1.022
.3	1547.7	42	11.74	61	1604.9	43	1.037
.4	1077.1	66	15.24	63	1155.2	67	1.073
.5	0	90	16.16	65	83.0	65	$\infty$
.6	1086.3	-66	14.36	68	1036.17	-63	.954
.7	1547.7	-42	10.49	69	1528.8	-40	.988
.8	1210.7	-19	5.78	70	1211.4	-17	1.001
.9	438.6	4	1.74	71	442.0	5	1.008
1.0	0	—	0	—	0	—	—

\* 2 表

(207)

K	$5\pi$						
$\alpha$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h_1/m_1$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h_2/m_2$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h/m$	$\frac{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}$
0	0 $\times 10^5$	- deg.	0 $\times 10^5$	- deg.	0 $\times 10^5$	- deg.	-
.1	417.7	24	2.95	59	445.5	26	1.067
.2	1251.0	55	9.54	61	1359.3	55	1.087
.3	1757.3	82	16.58	63	1936.4	81	1.102
.4	1554.3	101	21.56	64	1758.8	96	1.132
.5	1186.3	90	22.98	66	1429.8	86	1.205
.6	1554.3	79	20.61	67	1785.0	78	1.148
.7	1757.3	98	15.23	69	1911.3	95	1.088
.8	1251.0	125	8.49	70	1807.7	122	1.045
.9	417.7	156	2.57	70	420.8	152	1.007
1.0	0	-	0	-	0	-	-

(208)

K	$6\pi$						
$\alpha$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h_1/m_1$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h_2/m_2$	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	$\tan^{-1} h/m$	$\frac{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}{\sqrt{h_1^2 + h_2^2}}$
0	0 $\times 10^5$	- deg.	0 $\times 10^5$	- deg.	0 $\times 10^5$	- deg.	-
.1	385.7	17	3.14	62	427.3	22	1.108
.2	845.3	53	10.11	63	1022.0	55	1.209
.3	613.4	85	17.47	65	910.0	78	1.483
.4	1949	-4	22.56	67	499.7	45	2.564
.5	562.9	0	23.91	68	820.6	29	1.458
.6	1949	4	21.30	70	490.6	48	2.517
.7	613.5	-85	10.64	71	378.6	-68	.617
.8	845.3	-53	8.65	72	768.4	-44	.909
.9	385.7	-17	2.60	73	388.6	-10	1.007
1.0	0	-	0	-	0	-	-

$$\sqrt{S_{n-1}^2 + \sigma_1^2}$$

图2 曲线  $\chi^2$  分布

—— 为1近似  $\sqrt{np+np^2}$   
 - - - 为2近似  $\sqrt{np+np^2}$

$0.6 \times 10^{-2}$

$0.5 \times 10^{-2}$

$0.4 \times 10^{-2}$

$0.3 \times 10^{-2}$

$0.2 \times 10^{-2}$

$0.1 \times 10^{-2}$

0

$k=6$

$k=4$

$k=2$

$k=2$

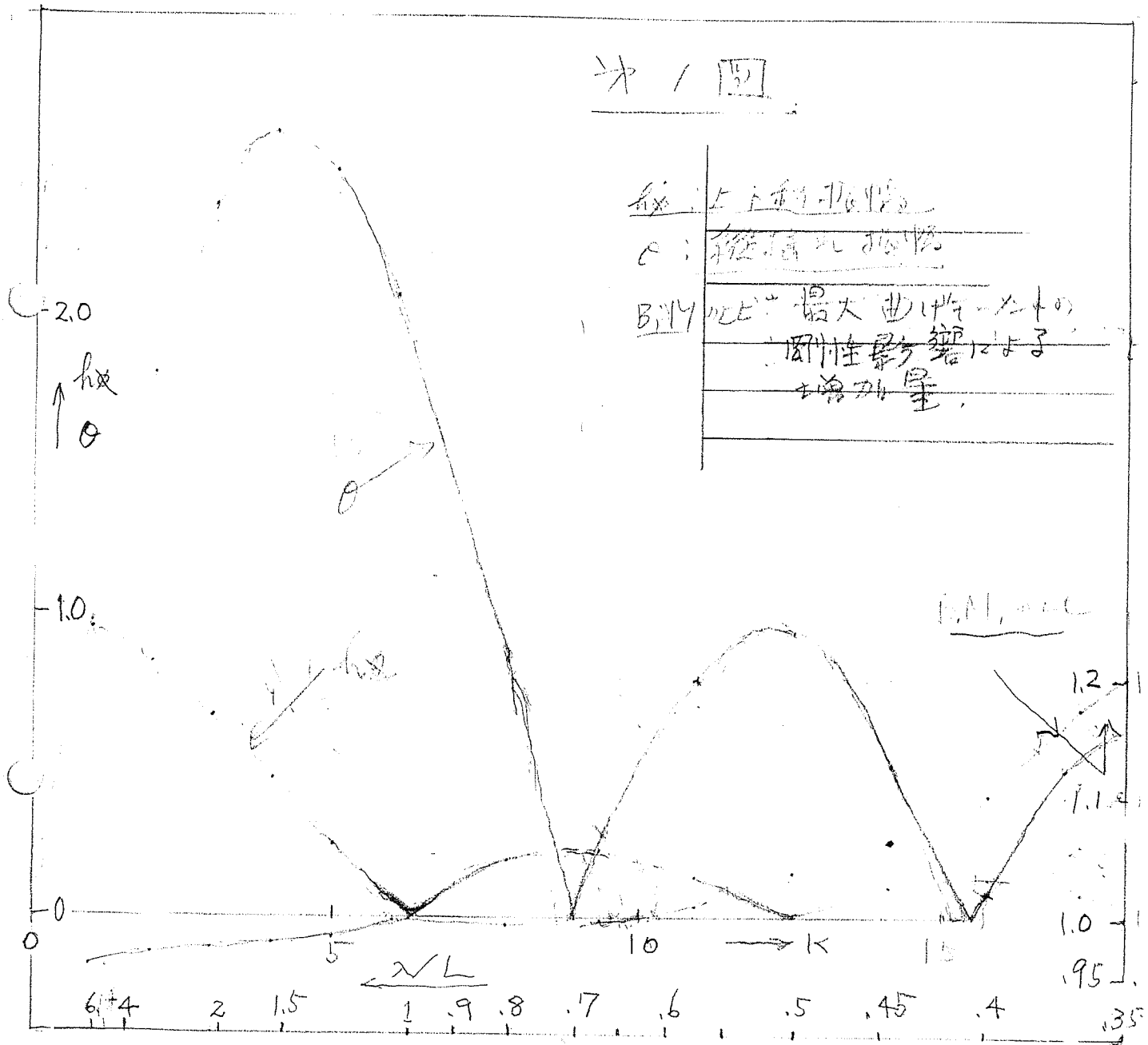
$k=1$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1.0

$\rightarrow \chi^2$

~~水/图~~

水/图



17.7  
13.7

$k = \frac{\sqrt{L}}{\lambda}$