

HN

No.

Date 60.3.16

3次元滑走板の理論

別冊

内容

概要

1. 速度ポテンシヤル, 境界条件等

2. 逆流れ

3. 可逆定理と揚力, モーメント

4. 抵抗

5. 揚力

6. 抵抗の極小化問題

附録A 核函数

“ B 前縁吸力

0

1

5

7

10

12-13

14

A-1-3

B-1

概要

「三次元滑走板の理論について」昭和49年12月の覚書の補遺として、滑走板前縁に吹出し板積分を導入した場合について可逆定理(相互定理改め)を中心に記す。

可逆定理により、前縁の吹出しがなければ揚力、モーメントは逆流で平板、ギャムバー付底面の解が求まるが、滑走板のオセセットだけから計算出来るなど簡単に見通しがよくなる。

その前縁吹出しを0とするには浸水角を変化させねばならないと考えられるのでその手法についても触れる。

最適船型については他に及ぶので触れない。

1. 速度ポテンシャル

水面の圧力分布を $p(x, y)$, 速度ポテンシャルを ϕ , 水面変位を $\zeta(x, y)$ とすると 水面では

$$\phi_z(x, y, 0) = \zeta_x(x, y), \quad (1)$$

$$\phi_x(x, y, 0) + K\zeta(x, y) = -p(x, y), \quad (2), \quad K = g/U^2$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + K \frac{\partial}{\partial z}\right) \phi(x, y, 0) = -p(x, y), \quad (3)$$

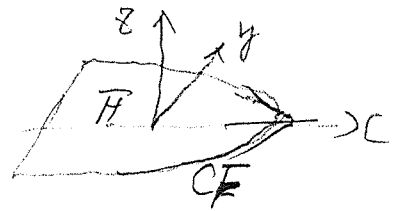
水線面を F , それを囲む曲線の内上流側の部分を CF とし, 速度ポテンシャルは F 上の圧力分布と CF 上の吸出しによって表わされるものとする。

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = & \iint_F p(\xi, \eta) S(x-\xi, y-\eta, z) d\xi d\eta \\ & + K \int_{CF} A(\eta) T(x-\xi, y-\eta, z) d\eta, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) = & \iint_F p(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta \\ & + K \int_{CF} A(\eta) S(x-\xi, y-\eta, 0) d\eta, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_z(x, y) = & \iint_F p(\xi, \eta) S_z(x-\xi, y-\eta, 0) d\xi d\eta \\ & + K \int_{CF} A(\eta) S_2(x-\xi, y-\eta, 0) d\eta, \quad (6) \end{aligned}$$

核函数は前述変数参照



$$\tau = \frac{1}{\pi} \Omega$$

No. 2

Date

下流 遠方では

$$\phi(x, y, z) \rightarrow \frac{K}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \phi_{\pm}(x, y, z) H(K \sec^2 \theta, \theta) |\sec^2 \theta| \frac{d\theta}{\cos \theta}, \quad (17)$$

$$\zeta(x, y) \rightarrow \frac{K}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_{\pm}(x, y, K, \theta) H(K \sec^2 \theta, \theta) |\sec^2 \theta| \frac{d\theta}{\cos \theta}, \quad (18)$$

$$\phi_{\pm} = i e^{K \sec^2 \theta [z + i(x \cos \theta + y \sin \theta)]}$$

$$\zeta_{\pm} = e^{iK \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)}$$

(19)

$$H(K, \theta) = \iint_{\mathbb{R}^2} P(x, y) e^{-iK(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy + \int_{CF} A(y) e^{-iK(y \sin \theta)} dy \times (i \cos \theta), \quad (20)$$

上流 遠方では

$$\phi(x, y, z) \rightarrow -\frac{x}{2\pi i K r^3} \iint_{\mathbb{R}^2} P(\xi, \eta) d\xi d\eta + \frac{1}{2\pi i r} \int_{CF} A(\eta) d\eta, \quad (21)$$

船体表面の境界条件は、その底面のオフセット $f(x, y)$ トリム τ (船上げで)、上昇量 ϵ とすると、

$$\zeta(x, y) = f(x, y) + \tau x + \epsilon, \quad (22)$$

$$\zeta_x(x, y) = f_x(x, y) + \tau, \quad (23)$$

と 2 様に書ける。

もし $A(y)$ がなければ、クッタの条件を満たす解は

2. 船と一般に (12) の解は

$$p(x, y) = p_f' + \tau p_\tau + \alpha p_A, \quad (16)$$

と表わされる。

この時 前縁の出しの総量は

$$A(y) = -A_f(y) - \tau A_\tau(y) + \alpha A_A(y), \quad (17)$$

2次元では浸水長を変えらるるによってそれに相当する
吹出しを0にする事が出来たが、このやりで同じ様に 3次元
では 幅方向に浸水長を変えて (水線面を引いて) $A(y)$
をなくしなければならぬ。

その方法としては 2次元の類推から考えれば $A(y)$ に
比例して 各バットの吃水を下げた時の水線長から
浸水長を減らす方法が考えられる。

2. 逆流

一般流れを逆に 1 次流れの流量を ($\sim$) 反させて区別する。

$$\tilde{\phi}_z(x, y, 0) = -\tilde{\phi}_x(x, y), \quad (2.1)$$

$$-\tilde{\phi}_x + k\tilde{\phi} = -\tilde{\phi}, \quad z=0, \quad (2.2)$$

$$\tilde{\phi}_{xx} + k\tilde{\phi}_z = \tilde{\phi}_x, \quad z=0, \quad (2.3)$$

逆流は簡単のため 前端吹出のない形だけ考えることに

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = \iint_F \tilde{\phi} \tilde{S}(-\xi, \eta, z) d\xi d\eta, \quad (2.4)$$

$$\tilde{\phi} = \iint_F \tilde{\phi} \tilde{S}_z d\xi d\eta, \quad (2.5)$$

$$\tilde{\phi}_z = \iint_F \tilde{\phi} \tilde{S}_z d\xi d\eta, \quad (2.6)$$

のように表わされこれらの積は "順流れ" と次の関係にあるものとする。

$$\left. \begin{matrix} \tilde{S} \\ \tilde{S}_x \\ \tilde{S}_z \end{matrix} \right\} (x, y, z) = \left. \begin{matrix} \tilde{S} \\ \tilde{S}_x \\ \tilde{S}_z \end{matrix} \right\} (-x, y, z), \quad (2.7)$$

境界条件は - 順流れ と - のように対応するものとしておこう。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\phi}(x, y) &= \tilde{\phi}(-x, y) \\ \text{or } \tilde{\phi}_z(x, y, 0) &= -\tilde{\phi}_z(-x, y, 0) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

この内 1 式については 以下の条件によって y の関数分

だけ不定になる。
- 断面に

クッタの条件は 今度は 前録 CF 上で指定され

$$\tilde{p}(x, y, 0) = 0 \quad \text{on CF.} \quad (2.9)$$

氷線面 F が前後左右 対称 ならば 明らかに 2 次 の 関係 がある。

$$\zeta_x(x, y) = -\zeta_x(-x, y) \quad \text{ならば}$$

$$\tilde{p}(x, y) = p(-x, y)$$

$$\zeta_x(x, y) = \zeta_x(x, y) \quad \text{ならば}$$

$$\tilde{p}(x, y) = -p(-x, y)$$

(2.10)

しかしながら 今の場合 一般には F は 前後 対称 で "ない" ので
この 関係 は 成立 せず、 逆流 の 解 は 与えられた 境界
条件 について (2.5) または (2.6) を ^{別に} 解か ねば ならない。

後の 便利 の 爲 に 2 次 の 解 を 導入 して おく。

$\tilde{p}(x, y)$	$\tilde{\zeta}(x, y)$	$A(y)$
$\tilde{p}_F$	$f(x, y) + \tilde{H}_F(y)$	0
$\tilde{p}_C$	$x + \tilde{H}_C(y)$	0
$\tilde{p}_B$	$(1-x^2) + \tilde{H}_B(y)$	0

(2.11)

$$\text{また } \tilde{p}(x, y) = 0 \quad \text{on CF}$$

(15) の A の形と (2.1) を比較してみよう

$$\left. \begin{aligned} S &= \iint_P S_2 d\bar{z} d\eta \\ \tilde{S} &= \iint_P \tilde{S}_2 d\bar{z} d\eta \end{aligned} \right\} \dots (2.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_2(x, y, z) &= S_2(-x, y, z) \\ S_2(x, y, 0) &= \tilde{S}_2(x, y, 0) = \frac{iK}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{iK(x \cos u + y \sin u) \sec^2 u} \sec^4 u \operatorname{sgn}(\cos u) du \end{aligned} \right\} (2.13)$$

$$-iK \cos \int_P e^{-iK(z \cos u + y \sin u) \sec^2 u} d\bar{z} d\eta = F(K, u), \dots (2.14)$$

とあき $S = \tilde{S}$ とする

$$\begin{aligned} S &= \iint_P \tilde{S}_2 d\bar{z} d\eta + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(K, u) e^{iK(x \cos u + y \sin u) \sec^2 u} | \sec^2 u | du \\ &= \iint_P \tilde{S}_2 d\bar{z} d\eta, \end{aligned} \quad (2.15)$$

よって

$$\iint_P \tilde{P}_a(\bar{z}, \eta; u) \tilde{S}_2 d\bar{z} d\eta = e^{iK(x \cos u + y \sin u) \sec^2 u}, \quad (2.16)$$

を満たす解を導入すると解の一意性から

$$\tilde{P}_{a\eta} - P_{a\eta} = \frac{1}{2\pi K} \int_{-\pi}^{\pi} F(K, u) \tilde{P}_a(x, y; u) | \sec^2 u | du, \quad (2.17)$$

但し P を大文字にしてあるのは かつの条件を満たしていない事示す。

かつた条件を満たす解を小文字で示す事にしよう。

$$\begin{aligned} P(x, y) &= P(x, y) - P_S(x, y), \quad \tilde{P} = \tilde{P} - \tilde{P}_S \\ \tilde{P}_d &= \tilde{P}_d - \tilde{P}_{ds} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (2.18) \end{array} \right.$$

のように書け、また $P_S, \tilde{P}_S, \tilde{P}_{ds}$ による変位は y のみの関数で

$$\begin{aligned} \int P_S S_z dz dy &= H(y), \quad \int \tilde{P}_S \tilde{S}_z dz dy = \tilde{H}(y) \\ \int \tilde{P}_{ds} \tilde{S}_z dz dy &= \tilde{H}_d(y) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (2.19) \end{array} \right.$$

のようになる。

従って $P_S, \tilde{P}_S$ は 前縁 又は 後縁 で 夫々の P と 等しくなる
という条件を入れて (2.19) の積分方程式の H を
 y の不定関数とすれば一意的に定まる。

結局 (2.17) は $(F - F_S)(P - \tilde{P})$

$$\begin{aligned} \tilde{P} - P &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{H}(k, u) \tilde{P}_d | \sec u | du + P_S - \tilde{P}_S \\ &\quad + \frac{1}{2\pi k} \int_{-\pi}^{\pi} [F_S \tilde{P}_{ds} - F \tilde{P}_{ds} - F_S \tilde{P}_d] | \sec u | du, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\text{但し } F_S = -ik \cos u \iint P_{ds} e^{-ik(x \cos u + y \sin u) \sec u} dx dy, \quad (2.21)$$

3. 可逆定理

(1.6) に $\bar{p}$ をかけて $\bar{F}$ で積分すると 花岡のオノ定理がある

$$\left. \begin{aligned} \iint_{\bar{H}} \bar{p} \phi_z dx dy &= \iint_{\bar{H}} \bar{p} \bar{\phi}_z dx dy - K \int_{CF} A(y) \tilde{\zeta}(y) dy, \\ \text{or } \iint_{\bar{H}} \bar{p} \zeta_x dx dy &= - \iint_{\bar{H}} \bar{p} \tilde{\zeta}_x dx dy - K \int_{CF} A(y) \tilde{\zeta}(y) dy, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

この定理が成立するには $\bar{p}, \bar{p}$ が次の2つの条件を満たさなければならない。

(1.5) に $\bar{p}$ をかけて積分すると 花岡のオノ定理がある。

$$\iint_{\bar{H}} \bar{p} \zeta dx dy = \iint_{\bar{H}} \bar{p} \tilde{\zeta} dx dy + \int_{CF} A(y) \bar{\phi}(x, y, 0) dy, \quad (3.2)$$

今の図解にはこの定理は $\bar{\phi}$ の値が必ず零であることが

便利ではないので (3.1) の方を導き出すことにしよう。

さて (2.11) の解を使って 先ず"揚力 L , エメント M は

$$L = \iint_{\bar{H}} p(x, y) dx dy = - \iint_{\bar{H}} \bar{p}_c \zeta_x dx dy - K \int_{CF} A(y) \tilde{\zeta}_c(x, y) dy, \quad (3.3)$$

$$M = \iint_{\bar{H}} p(x, y) x dx dy = - \iint_{\bar{H}} \bar{p}_c \zeta_x dx dy + K \int_{CF} A(y) \tilde{\zeta}_c(x, y) dy, \quad (3.4)$$

と ζ_x は (1.13) で与えられるものとする。

つまり、逆流側の $\bar{p}_c, \bar{p}$ を計算しておけば L と M は

船体のオフセット f_x と トリムを定ると定まるように与えられるが
 $A(y)$ の中は A_f があるのでやはり $\bar{p}$ 値が必要とおまらな。

つまり

$$\iint_{\bar{H}} \tilde{P}_i dx dy = \tilde{L}_i, \quad \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_0 dx dy = \tilde{L}_0, \quad (3.5)$$

なる量がわかれば (3.4), (3.5) は

$$L = - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_x f_x dx dy + \tau L_\tau^* - K \int_{CF} A(y) \tilde{S}_c dy, \quad (3.6)$$

$$M = - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_0 f_x dx dy + \epsilon M_\epsilon^* = K \int_{CF} A(y) \tilde{S}_c dy, \quad (3.7)$$

なお可逆定理より

$$\left. \begin{aligned} \tilde{L}_0 &= \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_0 dx dy = - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_x^* x dx dy = -M_\tau^* \\ \tilde{L}_\tau &= \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_\tau dx dy = - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_0^* dx dy = -L_\tau^* \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

また

$$\left. \begin{aligned} - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_\tau f_x dx dy &= \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_f^* dx dy = L_f^* \\ - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_0 f_x dx dy &= - \iint_{\bar{H}} \tilde{P}_f^* x dx dy = M_f^* \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

次に

$$\iint_{\bar{H}} P_A \tilde{S}_x dx dy = -K \int_{CF} A_A(y) \tilde{S}(y, y) dy, \quad (3.10)$$

$$\iint_{\bar{H}} P_{fA} \tilde{S}_x dx dy = -K \int A_f(y) \tilde{S} dy,$$

$$\iint_{\bar{H}} P_{\tau A} \tilde{S}_x dx dy = -K \int A_\tau \tilde{S} dy,$$

$$\iint_{\bar{H}} P_{cA} \tilde{S}_x dx dy = -K \int A_c \tilde{S} dy, \quad (3.11)$$

また (1.6) のようにすると

$$\left. \begin{aligned} L &= L_f + \tau L_\tau + h L_A \\ M &= M_f + \tau M_\tau + h M_A \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} L_f \\ M_f \end{aligned} \right\} = \iint_F P_f \left(\frac{1}{x} \right) dx dy, \quad \left. \begin{aligned} L_\tau \\ M_\tau \end{aligned} \right\} = \iint_F P_\tau \left(\frac{1}{x} \right) dx dy, \quad (3.13)$$

$$\left. \begin{aligned} L_A \\ M_A \end{aligned} \right\} = \iint_F P_A \left(\frac{1}{x} \right) dx dy = \left\{ \begin{aligned} &-K \int_{CF} A_A \tilde{\xi}_\tau dy \\ &-K \int_{CF} A_A \tilde{\xi}_c dy \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

$$P_f = P_f^* - P_{fA}, \quad P_\tau = P_\tau^* - P_{\tau A}$$

を代入すると (1.17) によって (3.12) は (3.6), (3.7) に一致する。

4. 抵抗

抵抗は、運動量損失と圧力の積分から
(無次元量)

$$D = D_m + D_p \quad (4.1)$$

$$D_m = -\rho \int_{CF} A(y) dy \quad (4.2)$$

$$D_p = \iint_F p \zeta_x dx dy = \iint_F (p^* + p_A) \tilde{\zeta}_x dx dy, \quad (4.3)$$

但し p^* は前縁流出の無いものでクッタの条件を

満たすもので p_A は前縁流出 $A(y)$ によるもので勿論
クッタの条件は満たす。

$$\text{よって} \quad D_p = D_p^* + D_{pA}, \quad (4.4)$$

$$D_p^* = \iint_F p^* \zeta_x dx dy = - \iint_F \tilde{p}^* \zeta_x dx dy, \quad (4.5)$$

$$D_{pA} = \iint_F p_A \tilde{\zeta}_x dx dy = -K \int_{CF} A(y) \tilde{\zeta}(y) dy, \quad (4.6)$$

$$\text{よって} \quad D_p^* = \frac{1}{2} \iint_F (p^* - \tilde{p}^*) \zeta_x dx dy, \quad (4.7)$$

(2.20) を代入して

$$\iint_F \tilde{p}_A \zeta_x dx dy = -iK \iint_F p^* e^{iK(x+iy) + y a_0} e^{i\theta} dx dy = -\overline{F(K, a)}, \quad (4.8)$$

同様にして、また

$$\iint_F \tilde{p}_{As} \zeta_x dx dy = \tilde{C}_s, \quad (4.9)$$

$$\iint_F \begin{pmatrix} \tilde{p}_0 \\ \tilde{p}_s \end{pmatrix} \zeta_x dx dy = \begin{pmatrix} C_s \\ \tilde{C}_s \end{pmatrix}$$

$$D_p^* = -\frac{1}{4\pi K} \int_{-\pi}^{\pi} \overline{F}(ku) \overline{F}(k, u) |\operatorname{sech} u| du + \Gamma_s - \tilde{\Gamma}_s \\ + \frac{1}{2\pi K} \int_{-\pi}^{\pi} [(\tilde{F}_s - \tilde{F}) (\tilde{C}_s + F_s \tilde{F})] |\operatorname{sech} u| du, \quad (4.10)$$

右辺第 1 項は遠隔相互作用であるが、大数極限では（つからず）
 (4.6) に適当な ρ をかけて積分してもよいが、その場合は結局

$$\frac{1}{2\pi} \iint p(x, y) dx dy \left[\iint p(z, w) \frac{(x-z)}{(y-w)^2 K} dz dw \right]$$

なる積分が 0 でなく、前縁吸引力に対応して
 2 の評価が困難であり、結局上と同じ事になる。

しかし、これらの誘導から考えて結果は 2 と見えて同じ

$$D = D_L + D_S + D_W, \quad (4.11)$$

$$D_L = -P \int A(y) (1-u) dy, \quad (4.12)$$

つまりラウリー力、 D_S は飛沫、 D_W は遠隔相互作用
 となる。

5. 姿勢

浸水面が変化する重量 重心不変とすると姿勢は揚力とモーメントの釣合から決められる。

(3.12) によれば

$$\left. \begin{aligned} L &= L_f + \tau L_\tau + \alpha L_A \\ M &= M_f + \tau M_\tau + \alpha M_A \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

浸水面 (氷線面) が変化しないとするとき、 τ と α は上式から定まる。

また L_A, M_A, L_τ, M_τ の符号の正負でホーポイズニング速度の準静的判定ができる。

しかし前縁吹出しは抵抗面からないうえが大きいし、また浸水面が変化するとして、どのように変化させれば良いかと言うと今の所判定の基準も見当らないので前縁吹出しがなくなるように浸水面を変化させる事を試みよう。

この際それが可能かどうか不明であるが、もし不能の場合でも、少なくとも吹出しはなくなる事にはよう。
(物理学的観点から)

さて前節の結果として (1.17) は

$$A(y) = \sum A_A(y) - A_f(y) - \tau A_r(y), \quad (1.17)$$

であるが、初期浸水面を保つたまま、これを差引くと
それによる水面変化は (1.15) の表より

$$\zeta(x, y) = -\eta + H_f(y) + \tau H_r(y), \quad (1.18)$$

となる。

それ故 新しい 浸水面として、各バトックについて
このうちだけ 浸水が上の 水線長 を 持つもの を 取る事
とすれば よからう。

これを 繰返して 収束すれば、それが 求める 浸水面で
ある。

それ故、境界値問題を 解く時 直接 P_f, P_r を
求めるだけでなく P_f^*, P_r^* (A がなくて
(1.15) で 記せば、
バトックの条件を満たす解) を
求めて おき $H(y)$ を 求めておく 必要がある 事になる。

6. 抵抗の極小値問題

前報 提出しない場合、抵抗は (4.3) の形で与えられる

$$D = \iint_H p \zeta_x dx dy, \quad (6.1)$$

よって $\delta \zeta$ だけ変化し 材料の量は変化せず、つまり

$$\iint_H \delta \zeta dx dy = 0 \quad (6.2)$$

かつ 周回では 0 となるでしょう。

$\delta \zeta$ の変化により、 H 内は δp だけ変るとすると可逆変形を

$$\delta D = \iint_H (p \delta \tilde{\zeta}_x + \tilde{p} \delta \zeta_x) dx dy = \iint_H (p - \tilde{p}) \delta \tilde{\zeta}_x dx dy$$

$$= - \iint_H \frac{\partial}{\partial x} (p - \tilde{p}) \delta \zeta dx dy, \quad (6.3)$$

(6.2) の条件の下では $\delta D = 0$ となるには

$$\frac{\partial}{\partial x} (p - \tilde{p}) = \text{const.} \quad (6.4)$$

とすれば"充分"である。

そして (2.17), (2.18) より

$$p - \tilde{p} = p_s - \tilde{p}_s = \frac{1}{2\pi K} \int_{-\pi}^{\pi} F(k, u) \tilde{p}_d(x, y; u) |\sec u| du, \quad (6.5)$$

であるが 右辺の圧力は 少くも 前報 報では 一般に 無限大

となると考えられるので (6.4) を満たす事は ありえないと考え

られ、つまり 抵抗の 停留値はない。

よって 抵抗の 最小値は 明らかに 0 である。

附録 A 核函数

大抵は前記覚書によつて附加された次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} S(x, y, z) &= -\frac{\partial}{\partial x} T(x, y, z) \\ S_z(x, y, z) &= -\frac{\partial}{\partial z} T \end{aligned} \right\} \quad (A.1)$$

$$T(x, y, z) = \frac{1}{\pi} Q_2^{(1)}(Kx, Ky, -Kz), \quad (A.2)^*$$

Q点に単位吹出しのある特異性は

$$W = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) + \frac{K}{\pi} Q_{-2}^{(1)}(K\sqrt{x-x'}, K\sqrt{y-y'}, K(z-z'))$$

$$P \equiv (x, y, z), \quad Q = (x', y', z'), \quad \bar{Q} \equiv (x', y', -z') \quad (A.3)^*$$

$$R = PQ, \quad R' = P\bar{Q}$$

これ故 Q点が水面上原点にあつた

$$W = KT, \quad (A.4)$$

$$T(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi z} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{bz + i\theta(x\cos u + y\sin u)}}{-b\cos u - K + i\mu\cos u} \, d\theta \, du, \quad (A.5)^*$$

$$T(x, y, z) - T(x, y, z) = -\frac{z}{\pi} P_{-2}(Kx, Ky, -Kz), \quad (A.6)^*$$

$$\left. \begin{aligned} S &= -\frac{K}{\pi} [Q_{-3}^{(1)} + g_{-3}] \\ -S_z &= +\frac{K}{\pi} [Q_{-4}^{(1)} + g_{-4}] \\ S_z &= \frac{K^2}{\pi} [Q_{-5}^{(1)} + g_{-5}] - \frac{K}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} g_{-3} \end{aligned} \right\} \quad (A.7)^*$$

今

$$\left. \begin{aligned} S' &= I + \frac{k}{\pi} O_3^{(1)} \\ S_2' &= I_2 + \frac{k}{\pi} O_4^{(1)} \\ S_2' &= I_2 + \frac{k^2}{\pi} O_5^{(1)} \end{aligned} \right\} (A.8)$$

とあわせて

$$I_2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} e^{ik(x \cos u + y \sin u)} \sec^2 u \, du \, dk, \quad I = \frac{i}{4\pi^2} \iint e^{ik\sqrt{x^2+y^2}} \sec^2 u \, du \, dk$$

$$I_2 = \frac{i}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} e^{ik(x \cos u + y \sin u)} (k \cos^2 u + k) \sec^2 u \, dk \, du, \quad (A.9)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} e^{ik(x \cos u + y \sin u) + k^2} \, dk \, du$$

で、 Δ の
 7'8'3から、 x の無限遠方で 0 となるように 2 積分する

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx^2 \left. \frac{\partial}{\partial z^2} \frac{1}{r} \right|_{z=0} = \frac{1}{2\pi y^2} (\sqrt{x^2+y^2} - x) \\ I_2 &= \frac{1}{2\pi} \left[-\int_{-\infty}^{\infty} dx^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k \int_{-\infty}^{\infty} dx^2 \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right] \frac{1}{r} \\ &\Rightarrow -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx^2 \left. \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{r} \right|_{z=0} = \frac{1}{2\pi y^2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - 1 \right) \\ I &= \frac{2}{2\pi \rho^2} \left(\frac{x}{r} - 1 \right), \quad \rho^2 = x^2 + z^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \right\} (A.10)$$

I は 電理論 で 集中圧力のある時のポテンシャル
 であり, I_2 は その 上向き束であるから, 高束では
 これらの核は 薄 電理論の核に 4束する。

しかし (A.10) の 右辺第 2 項は (A.7) の 積では 証の 証の
 の中に と 記されて おり,

$$\left. \begin{aligned} S &= S' + \frac{2}{2\pi p_2} \\ S_2 &= S'_2 + \frac{1}{2\pi y_2} \\ S_2 &= S_2 + \frac{(r-x)}{2\pi y_2} \end{aligned} \right\} \quad (A.11)$$

附録 B 平板翼の前縁吸引力

平板翼では若し前縁吸引力がなければ"抗力 D は揚力 L , 迎角 α として

$$D = \alpha L, \quad (B.1)$$

2次元ではその様な抗力は出ないで、前縁吸引力 S が働いて

$$D = 0 = \alpha L - S, \quad S = \alpha L, \quad (B.2)$$

3次元では揚力総理論では誘導抗力 D_i は
~~橋内翼で~~

$$D_i/L = \frac{2\pi\alpha}{2\pi + \pi\lambda} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\lambda}{2}}, \quad (B.3)$$

λ : aspect ratio

故 (B.1) の差として $S/L = \frac{\frac{\lambda}{2}\alpha}{1 + \frac{\lambda}{2}}, \quad (B.4)$

それ故 $\lambda \rightarrow 0$ とすると $S \rightarrow 0$ となる。

しかし細長翼理論では

$$D_i/L = \frac{\alpha}{2}, \quad (B.5)$$

となるので

$$S/L = \frac{\alpha}{2}, \quad (B.6)$$

となり, $\lambda \rightarrow 0$ では (B.4) は粗雑な近似である。