

3次元振動滑走板

内容

別所

1. 速度ポテンシャルと境界条件

2

2. 逆流れ

3

3. 可逆定理

4

4. フールド数無限大の時

6

附録 核函数

要約

下記 論文 1) に沿って, 前縁吸出しを導入した場合の理論の概要を記す.

参考文献

1) 3次元滑走板の動揺問題, 昭50.1.17

2) On the fundamental Singularity in a Seaway,
M.D. A. vol. 17, 1977

1. 速度ポテンシャルと境界条件

密度, 一様流速を単位にとろう。

水面高さを $\zeta(x, y)$, 速度ポテンシャルを ϕ とし,

水面では ($z=0$)

$$\phi_z(x, y, 0) = -(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) \zeta(x, y), \quad (1.1)$$

$$(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) \phi(x, y, 0) - \gamma \zeta(x, y) = p(x, y), \quad (1.2) \quad \gamma = \frac{g}{U^2}$$

また

$$\left[(i\omega - \frac{\partial}{\partial x})^2 + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \right] \phi(x, y, 0) = (i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) p(x, y), \quad (1.3)$$

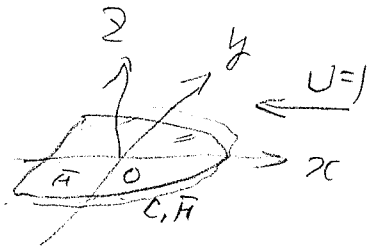
速度ポテンシャルは, 前節の結果を代入して,

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = & \iint_H p(\xi, \eta) S(x-\xi, y-\eta; z) d\xi d\eta \\ & - \int_{CF} A(\eta) T(x-\xi, y-\eta; z) d\eta(\xi, \eta), \quad (1.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) = & \iint_H p(\xi, \eta) S_2(x-\xi, y-\eta; 0) d\xi d\eta \\ & - \frac{1}{\gamma} \int_{CF} A(\eta) S(x-\xi, y-\eta; 0) d\eta, \quad (1.5) \end{aligned}$$

$$\phi_z(x, y, 0) = \iint_H p S_z d\xi d\eta + \int_{CF} A(\eta) S_2(x-\xi, y-\eta; 0) d\eta, \quad (1.6)$$

(1.5), (1.6) は 共に 境界積分方程式 と 書きかえられた
もし $A=0$ ならば (1.5) では, 流出条件 を満たす解はなく,
(-無限に)



(1.6) では流出条件を満たす解が定まる。

その解を $A=0$ の (1.5) に代入すると $\zeta \propto e^{i\omega x} f_{\text{enc}}(y)$

なる項が出て来る。

A を導入する事により、^{仕様に}与えられる ζ に対して流出条件を満たす解が定められる。

さて船底の曲がりはいさゝと仮定すれば重力揺動問題は平板として扱ってよく境界条件は

$$\text{上下ゆれ} \quad \zeta_0=1, \phi_{0z}=-i\omega, P_0, A_0(y), \quad (1.7)$$

$$\text{縦ゆれ} \quad \zeta_1=x, \phi_{1z}=-i\omega x+1, P_1, A_1(y), \quad (1.8)$$

$$\text{また} \quad \zeta_A=e^{i\omega x}, \phi_{Az}=0, P_A, A_A(y), \quad (1.9)$$

前編に引出しのない解を $\zeta \in P$ で示すと。

$$\text{上下ゆれ} \quad \zeta_0^*=1+B_0(y)e^{i\omega x}, \phi_{0z}^*=\phi_{0z}, P_0^*, \quad (1.10)$$

$$\text{縦ゆれ} \quad \zeta_1^*=1+B_1(y)e^{i\omega x}, \phi_{1z}^*=\phi_{1z}, P_1^*, \quad (1.11)$$

$$\text{さらに2の} B_0, B_1 \text{ について} \quad \zeta_{0A}=B_0(y)e^{i\omega x}, \phi_{0Az}=0, P_{0A}, A_{0A}(y), \quad (1.12)$$

$$\zeta_{1A}=B_1(y)e^{i\omega x}, \phi_{1Az}=0, P_{1A}, A_{1A}(y)$$

とあくと

$$\left. \begin{aligned} P_0 + P_{0A} &= P_0^* \\ P_1 + P_{1A} &= P_1^* \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

さらに

$$A_0(y) + A_{0A}(y) = 0, A_1(y) + A_{1A}(y) = 0, \quad (1.14)$$

2. 逆流れ

$$(i\omega + \frac{\partial}{\partial x})\tilde{\phi} - \partial \tilde{\zeta} = \tilde{p}, \quad (2.1)$$

$$\tilde{\phi}_z = -(i\omega + \frac{\partial}{\partial x})\tilde{\zeta}, \quad (2.2)$$

ここで $\tilde{A}(y)$ は 任意と置く

$$\tilde{\phi} = \iint_H \tilde{p} \tilde{S}(\tilde{x}-\tilde{z}, y-\eta, z) d\tilde{z} d\eta, \quad (2.3)$$

$$\tilde{\zeta} = \iint_H \tilde{p} \tilde{S}_z d\tilde{z} d\eta, \quad (2.4)$$

$$\tilde{\phi}_z = \iint_H \tilde{p} \tilde{S}_z d\tilde{z} d\eta, \quad (2.5)$$

$$\tilde{S}(x, y, z) = -S(-x, y, z),$$

$$\tilde{S}_z(x, y, z) = S_z(x, y, z),$$

$$\tilde{S}_z(x, y, z) = -S_z(-x, y, z),$$

(2.6)

境界条件は

$$\tilde{\zeta}(x, y) = \zeta(x, y), \text{ on } F, \quad (2.7)$$

としよう。

そうすると

$$\tilde{\phi}_z(x, y, 0) = -(i\omega + \frac{\partial}{\partial x})\tilde{\zeta} = -\overline{\phi_z(x, y, 0)}, \quad (2.8)$$

上 F 上

$$\tilde{\zeta}_0 = 1 + \tilde{B}_0(y)e^{-i\omega x}, \quad \tilde{\phi}_{0z} = -\overline{\phi_{0z}} = i\omega, \quad \tilde{p}_0 = 1, \quad (2.9)$$

下 F 上

$$\tilde{\zeta}_1 = 1 + \tilde{B}_1(y)e^{-i\omega x}, \quad \tilde{\phi}_{1z} = -\overline{\phi_{1z}} = i\omega x - 1, \quad \tilde{p}_1 \quad (2.10)$$

以下 逆流れで付前線の場合に付考慮しない事にしよう。

3. 可逆定理

(1.6) に P と 0 以上 F 上の積分し, (2.4), (2.5) を用いると
(2.6) を得る

$$\int_{\bar{F}} \tilde{P} \tilde{\Phi}_2 dx dy = - \int_{\bar{H}} P \tilde{\Phi}_2 dx dy + \int_{C.F.} A(y) \tilde{\zeta}(x, y) dy, \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \int_{\bar{H}} P_0^* dx dy = L_0^*, & \int_{\bar{H}} P_0^* x dx dy = M_0^* \\ \int_{\bar{H}} \tilde{P}_0^* dx dy = \tilde{L}_0^*, & \int_{\bar{H}} \tilde{P}_0^* x dx dy = \tilde{M}_0^* \end{cases} \quad (3.2) \quad \tilde{r}=0, 1, A$$

よって (3.1) の A の新しい式により

$$\begin{cases} \tilde{L}_0^* = L_0^*, & -i\omega \tilde{M}_0^* + \tilde{L}_0^* = -i\omega L_1^*, \\ -i\omega \tilde{L}_1^* = -i\omega M_0^* + L_0^*, & -i\omega \tilde{M}_1^* + \tilde{L}_1^* = -i\omega M_1^* + L_1^* \end{cases} \quad (3.3)$$

A を導入すると

$$-i\omega \tilde{L}_0^* = -i\omega L_0^* + \int_{C.F.} A_0(y) \tilde{\zeta}_0^*(x, y) dy, \quad \left. \begin{aligned} & \tilde{L}_0^* = L_0^* \\ & -i\omega \tilde{L}_0^* = -i\omega L_0^* + \int_{C.F.} A_0(y) \tilde{\zeta}_0^*(x, y) dy \end{aligned} \right\} (3.4)$$

$$-i\omega \tilde{M}_0^* + \tilde{L}_0^* = -i\omega L_1^* = -i\omega L_1^* + \int_{C.F.} A_1(y) \tilde{\zeta}_0^* dy, \quad \left. \begin{aligned} & -i\omega \tilde{M}_0^* + \tilde{L}_0^* = -i\omega L_1^* \\ & -i\omega \tilde{M}_0^* + \tilde{L}_0^* = -i\omega L_1^* + \int_{C.F.} A_1(y) \tilde{\zeta}_0^* dy \end{aligned} \right\} (3.5)$$

$$-i\omega \tilde{L}_1^* = -i\omega M_0^* + L_0^* = -i\omega M_0^* + L_0^* + \int_{C.F.} A_0 \tilde{\zeta}_1^* dy,$$

$$-i\omega \tilde{M}_1^* + \tilde{L}_1^* = -i\omega M_1^* + L_1^* = -i\omega M_1^* + L_1^* + \int_{C.F.} A_1 \tilde{\zeta}_1^* dy,$$

よって

$$\begin{cases} -i\omega L_A = \int_{C.F.} A_A(y) \tilde{\zeta}_0^* dy, \\ i\omega M_A - L_A = \int_{C.F.} A_A(y) \tilde{\zeta}_1^* dy, \end{cases} \quad (3.6)$$

(1.13) の解 では (7.14) を使って.

$$\begin{aligned} +i\omega L_{0A} &= - \int_{CF} A_0(y) \tilde{\zeta}_0^* dy, \\ +i\omega M_{0A} - L_{0A} &= - \int_{CF} A_0(y) \tilde{\zeta}_1^* dy \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\int_{CF}} \right\} \dots (3.7)$$

$$\begin{aligned} +i\omega L_{1A} &= - \int_{CF} A_1(y) \tilde{\zeta}_0^* dy, \\ +i\omega M_{1A} - L_{1A} &= - \int_{CF} A_1(y) \tilde{\zeta}_1^* dy \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\int_{CF}} \right\} (3.8)$$

よって (3.4), (3.5) と比較すると (1.13) を積分したのと $\overline{F_A}$ にく

$$\begin{aligned} L_0 + L_{0A} &= L_0^* \\ M_0 + M_{0A} &= M_0^* \\ L_1 + L_{1A} &= L_1^* \\ M_1 + M_{1A} &= M_1^* \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\int_{CF}} \right\} \dots (3.9)$$

となる。

それ故に p_0^*, p_1^* ; $B_0(y), B_1(y)$ を求め、それから P_{0A}, P_{1A} を
おめておけば力は定められる事になる。

水線面 F については変化させる必要はなく、定常
問題の結果得られた水線面について計算すれば
よい。

4. フールド数無限大の時

つまり重力が無視出来るとすると附録に見るように
3次元振動翼の理論に一致する。

実際にはアスペクト比の大変小さい所が必要なので
そこにたゞ核度数の近似値を記しておいた。

これを(1.5)に入れて解けば細長振動翼となる式
であるが、前縁吹出しの貢獻は(A.19)により、遷移性
(2次元と同じく)
 $e^{i\omega x}$ の項だけで、これでKuttaの条件を満たせる式
である。

またこの模型では(A.18), (A.19)でわかるように、前縁
で $-A(y)$ だけ水面変位が jump する(2次元と同じ)。

それ故これは船首材が垂直になつていて、浸水長
は変化しない船の場合の模型と考えられる。

それ故浸水面の変化を現わすにはやはり、乗数 ϵ の
を置かねばならないと考えられる。

しかし実際には水線近くに *chine line* をおき、その上側
で傾斜角を大きくしておけば、浸水面の変化は小さくならず
この模型でもあまり大さな差はないと考えられるが、
2次元問題でも見たように、減衰は負にはなるまい。

附錄 核函數

$$T(x, y, z) = - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + i k(x \cos u + y \sin u)}}{A(k, u)} k dk du, \quad (A.1)$$

$$A(k, u) = (k \cos u - \omega)^2 + \gamma k + i \mu (k \cos u - \omega) \quad (A.2)$$

$$\left[(i\omega - \frac{\partial}{\partial x})^2 + \gamma \frac{\partial}{\partial z} \right] T = - \frac{z}{2\pi r^3}, \quad (A.3)$$

$$(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) T = S(x, y, z), \quad (A.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} T = - S_2(x, y, z), \quad (A.5)$$

$$(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) S = \gamma S_2 - \frac{z}{2\pi r^3}, \quad (A.6)$$

$\gamma \rightarrow 0$ と $\gamma z \ll 1$

$$(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) S = - \frac{z}{2\pi r^3}, \quad (A.7)$$

$$\therefore S = \frac{e^{i\omega x}}{2\pi} \int_{-\infty}^x \frac{z}{r^3} e^{-i\omega z'} dz', \quad (A.8)$$

$$(i\omega - \frac{\partial}{\partial x}) T = S, \quad (A.9)$$

$$\therefore T = - \frac{e^{i\omega x}}{2\pi} \int_{-\infty}^x dz' \int_{-\infty}^{z'} \frac{z}{r^3} e^{-i\omega z''} dz'', \quad (A.10)$$

$$S_2 \Big|_{z=0} = -T_z \Big|_{z=0} = \frac{e^{i\omega x}}{2\pi} \int_{-\infty}^x dz' \int_{-\infty}^{z'} \frac{z}{r^3} e^{-i\omega z''} dz'', \quad (A.11)$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{e^{i\omega x}}{2\pi} \int_{-\infty}^x \frac{(x-z)}{(z^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-i\omega z} dz \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{r-x}{y^2} + i\omega e^{i\omega x} \int_{-\infty}^x \left\{ \frac{1}{r} + \frac{x}{y^2} \left(\frac{z}{\sqrt{z^2+y^2}} - 1 \right) \right\} e^{-i\omega z} dz \right] \quad (A.12)
 \end{aligned}$$

特に $y \rightarrow 0$, $r \approx x$ or $\frac{x}{y} \gg 1$ とすると.

$$S_2 \xrightarrow[x > 0]{r \approx x} \frac{i\omega}{2\pi} e^{i\omega x} \int_{-\infty}^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz \xrightarrow[x \gg 1]{} -\frac{1}{2\pi r} \quad (A.13)$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって} \quad \frac{i\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{e^{-i\omega z}}{\sqrt{z^2+y^2}} dz &= -\frac{i\omega}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-i\omega y \cosh u} du = -\frac{i\omega}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\omega y \sinh u} du \\
 &= \frac{\omega}{2\pi i} \left[K_0(\omega y) - \frac{\pi i}{2} \{ I_0(\omega y) - L_0(\omega y) \} \right] \quad (A.14)
 \end{aligned}$$

I_0, K_0 は modified Bessel, L_0 は Struve 関数とする.

x が $\frac{x}{y}$ の場合は.

$$\begin{aligned}
 S_2 \xrightarrow[x < 0]{r \approx |x|} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2}{y^2} - \frac{2i\omega x}{y^2} e^{i\omega x} \int_0^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz + i\omega e^{i\omega x} \int_{-\infty}^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz \right] \\
 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2}{y^2} - \frac{2x}{y^2} (1 - e^{i\omega x}) + i\omega e^{i\omega x} \int_{-\infty}^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz \right] \quad (A.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって} \quad \int_{-\infty}^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz &= -2K_0(\omega y) + \int_{-\infty}^x \frac{e^{-i\omega z}}{r} dz \\
 &\xrightarrow[x \ll -1]{} -2K_0(\omega y) - \frac{e^{-i\omega x}}{i\omega r} \quad (A.16)
 \end{aligned}$$

とある

$$\sqrt{2} \frac{r \pm |x|}{x < 0} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2}{y^2} + \frac{2x}{y^2} (1 - e^{i\omega x}) - \frac{1}{y} - 2i\omega K_0(\omega y) e^{i\omega x} \right], \quad (A.17)$$

なお (A.8) より

$$S|_{z=0} \xrightarrow{x>0} 0, \quad \dots \quad (A.18)$$

x が負の時は任意の y の関数 $A(y)$ を考えて

$$\int_{x<0} A(y) S(x, y, 0) dy \doteq -A(y) e^{i\omega x}, \quad (A.19)$$