

ホーポイジングについて

1 概要

頁  
0-1~3

1. 安定判別について

1

2. 運動方程式と特性方程式

7

3. フールド数無限大の時の特異解

10~11

附録A Martin の成果の概要

A-1~3

参考文献

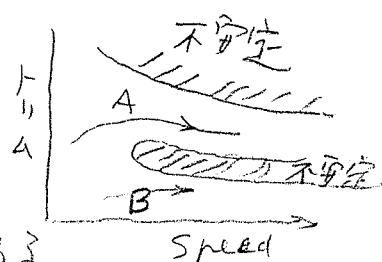
1. Perring, W.G.A. "The porpoising of high speed motor-boats" read at Spring Meeting of I.N.A., 1933
2. Murray, A.B., "The hydrodynamics of planing hulls" presented at 1950 meeting of S.N.A.M.E.
3. Martin, M., "Theoretical determination of porpoising instability of high-speed planing boats" Report 76-0668, D.W.T. NSRDC, 1976.
4. Day, J.P. and Haag, R.J., "Planing Boat Porpoising", Thesis of Webb Inst. of N.A., N.Y. (May 1952)
5. Mottard, E.J., "Investigation of self-excited planing vibrations at large wetted aspect ratio" DTMB Report 2017, 1965
6. Ogilvie, T.F. and Shen, Y.T., "Flutter-like oscillation of planing plate," Univ. of Michigan Report No.146, 1973.
7. Bessho, M. & Komatsu, M., "Two-dimensional unsteady planing surface", J.S.R. vol.28, 1984
8. 別冊 西宮市 定常滑走板の振動論に関する一考察 vol.54
9. "動揺する滑走板に働く流体力について" 関西協誌 昭52
10. 船大 年報 昭59年 (定常滑走板)

## 概要

ホーポインジグの研究は水上飛行機<sup>1)</sup>について始められ、その成果が Perring<sup>1)</sup> によって高速艇<sup>2)</sup>に応用された。

右図はその概念図<sup>2)</sup>であるが、図中 A の線が通常の水上機の領域であり、高速艇の領域は B で

表わされ、高速艇ではトリムが大きくなる、  
 転はある速度でホーポインジグを始め  
 事になる。



Martin<sup>3)</sup> は 特性方程式を立て ストリツフ<sup>4)</sup>を用いて安定判別をして Day and Haug の実験値とよく一致する事を報告している。

その結果を整理してみると (附録 A), アスペクト比  
 が大きい ( $B/L \geq 1$ ) 時は  $F = V/\sqrt{gL} \leq 2$  程度の  
 で起るが、それが小さい時はずつと高速になる  
 ようなので、通常の实用高速艇ではあまり考えなく  
 とも良いように思われる。  
 (アスペクト比はずつと小さいので)

(Mottard<sup>5)</sup> は  
 一方アスペクト比が大変大きい場合、滑走板が  
 自励振動を起す事を報告し考察を加えているが

これについては Ogilvie & Shen および Bessho & Konata  
 によって、浸水長の周期的変化によりある <sup>(小さい)</sup> reduced  
 frequency 以下で <sup>(減衰が)</sup> 負になる事 <sup>(上下ゆれの)</sup> が示され  
 それによって 略実馬愈 <sup>を</sup> 説明出来ること <sup>(ホバ) して</sup> いる。

また、別所は定常滑走板の速度による浸水長、トリム  
 の変化を調べてある速度以上では準静的に安定な  
 滑走が望めない (板が少し上昇すれば揚力が増す)  
 事を見出してをり、鈴木等の別の解析法でも同様な  
 結果が現われまた実験でもそのような不安定が  
 観測された。<sup>10)</sup>

Mottard<sup>3)</sup> は <sup>が氷をせきとめてる</sup> この前者は滑走板の前方に  
 たまるのが原因であると言っているから、この後者について  
 も物理的には同じように考えられる。

それ故 其にアスペクト比が充分大きい場合には  
 以上の現象と考えてよいように思われる。

これらの事情を確かめるには重力を考慮に入れた、  
 境界値問題を解いて流体力を求め、特性方程式を  
<sup>(上の6)は重力をOK(15))</sup>

さて、安定判別をすれば"よい"言であるが、現段階では <sup>そのような</sup> 3次元問題を解くには少し時期尚早である。そこで2次元問題についてそのような試みを始めるものである。

なお従来 <sup>今の場合のように</sup> 特性方程式の各係数が周波数に依存するような場合の安定判別については成書に強ど記述がないので少し詳しく記したが、結果は周波数応答 <sup>応答</sup> について Nyquist の方法によれば"よい"と言う事である。

## 1. 安定判別について

$z$  を上下ゆれ,  $\theta$  を傾斜ゆれとすると一般に、運動方程式は  
(その聯成振動の)

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + a_{11}\dot{z} + K_{11}z + a_{21}\dot{\theta} + K_{21}\theta &= 0 \\ I\ddot{\theta} + a_{22}\dot{\theta} + K_{22}\theta + a_{12}\dot{z} + K_{12}z &= 0 \end{aligned} \right\} (1.1)$$

と与えられるが、先ずこれらの係数が周波数に依存しない場合について考えておこう。

自動制御理論の通常の手法に従い、上式をラプラス変換して次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} (s^2m + sa_{11} + K_{11})Z + (sa_{21} + K_{21})\Theta &= 0 \\ (sa_{12} + K_{12})Z + (s^2I + sa_{22} + K_{22})\Theta &= 0 \end{aligned} \right\} (1.2)$$

こゝに  $Z, \Theta$  は  $z, \theta$  のラプラス変換とする。

特性方程式は

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= (s^2m + sa_{11} + K_{11})(s^2I + sa_{22} + K_{22}) \\ &\quad - (sa_{12} + K_{12})(sa_{21} + K_{21}) \\ &= As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= mI, \quad B = m a_{22} + I a_{11} \\ C &= m K_{22} + I K_{11} + a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \\ D &= a_{11} K_{22} + a_{22} K_{11} - a_{12} K_{21} - a_{21} K_{12} \\ E &= K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} \end{aligned} \right\} (1.4)$$

この振動が安定であるための条件は、 $A \sim E$  の係数が正である事である。

特に  $s \rightarrow 0$  とすると

$$\Delta(s) \xrightarrow{s \rightarrow 0} E \quad (1.5)$$

となるので、 $E > 0$  の条件が必要であり、これが準静的な安定の条件となる。

今の場合について言えば、定常滑走時において、

浮上量<sub>の変化</sub>、トリム<sub>の変化</sub>  $\Delta\theta$  として揚力とモーメントの平衡式は

$$\left. \begin{aligned} W &= L_2 \Delta\theta + L_0 \Delta\theta = 0 \\ -M_1 &= M_2 \Delta\theta + M_0 \Delta\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

となるが、この時上の条件は

$$L_2 M_0 - L_0 M_2 > 0 \quad (1.7)$$

となる事を意味する。(この時復元力を正とする)

さて  $A \sim E$  が正として次の条件を考える前に周波数面を考える、つまり  $s = i\omega$  とおくと (1.3) は

$$\left. \begin{aligned} \Delta(i\omega) &= \Delta_r + i\Delta_i \\ \Delta_r &= A\omega^4 - C\omega^2 + E \\ \Delta_i &= -B\omega^3 + D\omega \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

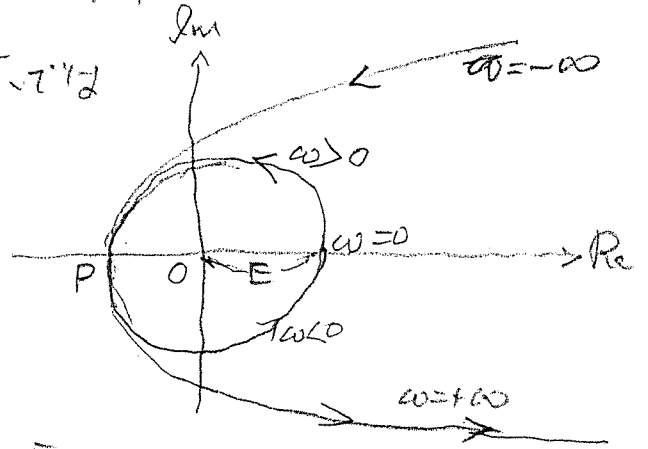
となる。

Nyquistの方法に従ってこれを複素平面で画くと

右図のようになり、図のP点では

$$\Delta_i = 0 \quad (\neq 0)$$

$$\omega^2 = \frac{D}{B} \quad (1.9)$$



であるから

$$\Delta_r = A\left(\frac{D}{B}\right)^2 - C\left(\frac{D}{B}\right) + E \quad (1.10)$$

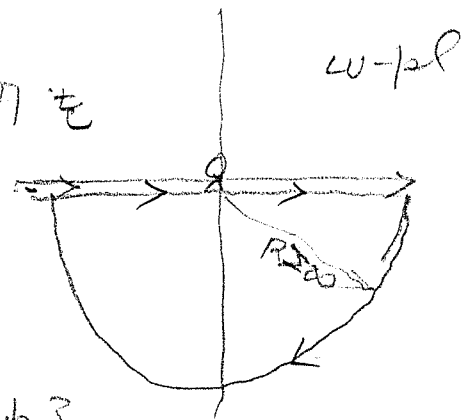
となるが、もし  $\Delta_r > 0$  ならば、この曲線は原点を回らない。

しかし  $\omega$ -平の半径無限大の下半円を

重ねると、そこで  $\Delta \approx A\omega^4$  であるから

$$A\omega^4 = AR^4 e^{4i\theta} \quad \text{となり、}$$

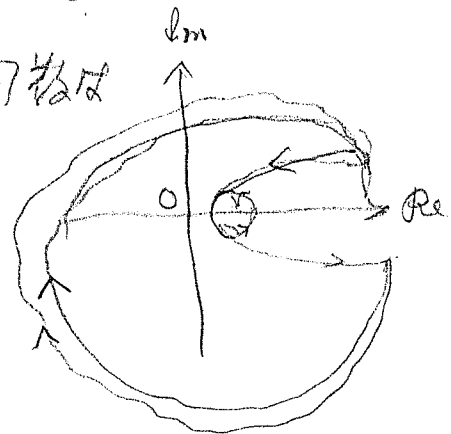
右<sub>上</sub>図のように時計回りに2回まわります。



したがって、 $\Delta_r > 0$  では原点をまわる回数は

$N = -2$  回であり、これは  $\Delta$  の根が  $\omega$ -平の下半面に (今は極はないので) 2つある事を

意味し、不安定となる。



一方

$$\Delta_r = (AD^2 + EB^2 - CBD) \frac{1}{B^2} < 0 \quad (1.11)$$

ならば、前頁上図のように  $\omega$  の実軸を重なる向きに  
逆時計まわりに又回まわり、 $N=0$  となるので  $\omega$  平  
の下半面に根はなく安定であり、実際 (1.11) は  
Routh, Hurwitz の方法による安定条件に一致する。

係数が周波数に依存（なければ”勿論直接 (1.3)  
の根を求めて判別しても良い”款で”いづれにしても簡単である”  
が我々の場合明らかに周波数に依存するので”安定  
判別法としては Nyquist の方法によらざるを得ない。

即ち流体力の諸係数は  $\omega$  の下半面で正則で  
極はないと考えられるので”上の場合のように特性  
方程式の複素平面における軌跡が”原点をまわると  
周波数が 0 ならば  $\omega$  の下半面に根はなく安定と  
判定するわけである。



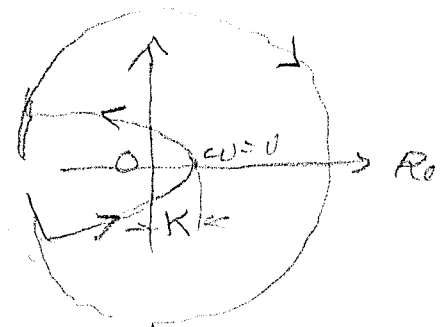
例として  $\bar{\omega} \rightarrow \omega$  の滑走板の上下ゆれで  
 解がない場合を見て見よう。

特性方程式は次のようにおこう。

$$\Delta = -\omega^2 m + i\omega a + K, \quad (1.12)$$

もし  $m, a, K$  が正の定数ならば

右図のようになり、 $m, a, K > 0$  ならば"安定"  
 である。



滑走板の時は滑走板自身の質量を  $m_0$  とし、滑走板に  
 働く揚力を  $L$  とすると (附加質量を  $m$ )

$$L = -\rho U^2 l f_{\omega} = [-\omega^2 m + i\omega a] |z|, \quad (1.13)$$

[ $l$  は板長]

となり特性方程式は次のようになる。

$$\Delta = -\omega^2 (m_0 + m) + i\omega a + K, \quad \left. \begin{aligned} &= \Delta_0 + \Delta', \quad \Delta_0 = K - m_0 \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

しかしこの  $f_{\omega}$  には 3 種類の解があってそれを共に

有解で区別すると

i)  $f_{\omega}$  はクッタの条件を満足しない解, つまり

滑走しない場合

ii)  $f_{\omega}$  はクッタの条件を満足しているから滑走板

は 平板ではなく振動している場合

iii)  $f_{00}^*$  かつの条件を満足し、平板であるが浸水長が変化して最も実際に近い場合。

計算値を用い、 $\Delta'$  を図示すると図のようになる。

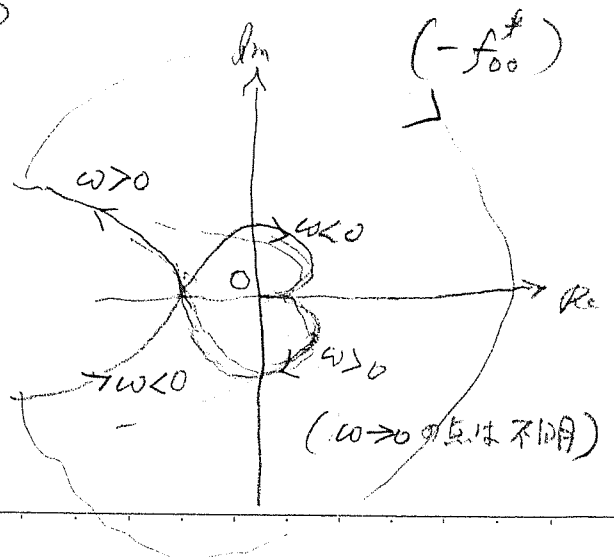
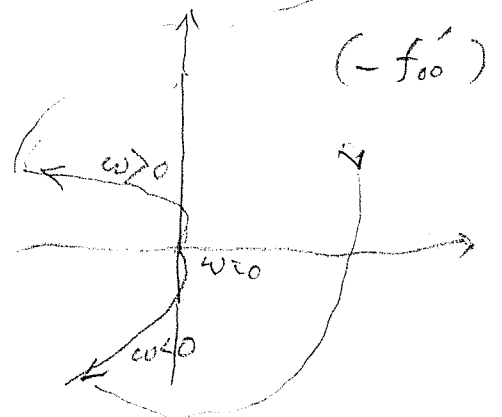
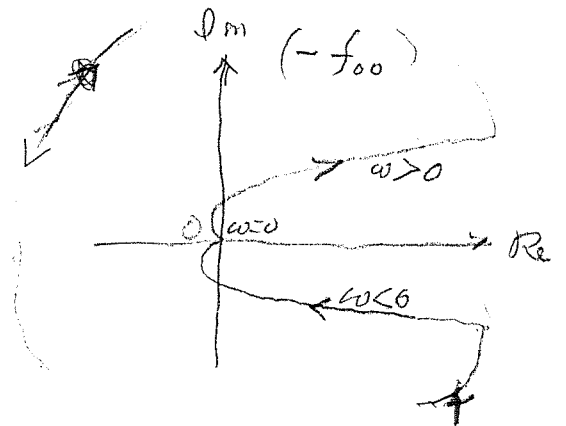
これに (1.14) の  $\Delta_0 \xrightarrow{\omega=0} K > 0$  を

加えると i) ii) の場合は  $N=1$   
iii) の場合は  $N=2$   
で不安定 ii) の場合のみ  $N=0$

で安定となる。

もし  $K=0$  ならば i) ii) の場合は  
原点を通るので不定だが  
iii) の場合は  $N=1 \sim 2$  で不安定  
と言えよう。

この iii) の場合が Mottard の  
実験の場合である。



## 2. 運動方程式と特性方程式

山下の記号と無次元化に従い、無次元化したものに \* FP をつけることにする。

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{22}}{\frac{\rho L^2}{4}} &= M_{22}^* \\ \frac{N_{22}}{\frac{\rho \omega_e L^2}{4}} &= N_{22}^* \\ \frac{M_{20}}{\frac{\rho L^3}{8}} &= M_{20}^* \\ \frac{N_{20}}{\frac{\rho \omega_e L^3}{8}} &= N_{20}^* \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \frac{M_{00}}{\frac{\rho L^4}{16}} &= M_{00}^* \\ \frac{N_{00}}{\frac{\rho \omega_e L^4}{16}} &= N_{00}^* \\ \frac{M_{02}}{\frac{\rho L^3}{8}} &= M_{02}^* \\ \frac{N_{02}}{\frac{\rho \omega_e L^3}{8}} &= N_{02}^* \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

$$\frac{W}{\frac{\rho g L^2}{4}} = W^* \quad , \quad \frac{I}{\frac{\rho L^4}{16}} = \frac{W \kappa^2}{\frac{\rho g L^4}{16}} = 4W^* \left(\frac{\kappa}{L}\right)^2 = I^* \quad (2.2)$$

ただし  $\kappa$  は慣性半径で、大体  $\frac{L}{4}$  に近い。

また  $W = \rho g L d_E$  ( $d_E$  等価吃水) とおくと

$$\left. \begin{aligned} W^* &= 4(d_E/L) \\ I^* &= \left(\frac{d_E}{L}\right) R^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2')$$

$$\rho L \kappa = \frac{\rho L}{4}$$

また 船体 弾力力については

$$\frac{\rho g L}{\frac{\rho L^2}{4}} = \frac{4g}{L} \quad , \quad \frac{W \overline{GM}_L}{\frac{\rho L^4}{16}} \doteq \frac{W \overline{BM}_L}{\frac{\rho L^4}{16}} = \frac{4g}{3L} \quad (2.3)$$

$$\therefore W \overline{BM}_L = \frac{\rho g}{12} L^3 \quad ,$$

(高速船の場合  $\overline{GM}_L \doteq \overline{BM}_L$  は少し乱暴だが、今はこうしておく)

運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{4g}{L} \left[ A \frac{z}{L} + B \theta \right] &= 0 \\ \frac{4g}{L} \left[ C \frac{z}{L} + D \theta \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$A = 1 + \alpha^2 F_n^2 \left( i N_{zz}^* - W_{zz}^* - m_{zz}^* \right),$$

$$B = 2\alpha^2 F_n^2 \left( -m_{\theta z}^* + i N_{\theta z}^* \right),$$

$$C = 2\alpha^2 F_n^2 \left( -m_{z\theta}^* + i N_{z\theta}^* \right),$$

$$D = \frac{1}{3} + \alpha^2 F_n^2 \left( i N_{\theta\theta}^* - \left[ \theta^* - m_{\theta\theta}^* \right] \right),$$

(2.5)

$$\text{但し } \alpha^2 F_n^2 = \frac{\omega_e L}{4g}, \quad \alpha = \omega_e L / 2V,$$

$$\gamma = \frac{1}{2F_n^2}, \quad \alpha^2 F_n^2 = \frac{\alpha^2}{2\gamma},$$

よって特性方程式は

$$\Delta = AD - BC, \quad (2.6)$$

なお可逆定理から  $B = -C$  と存在することがわかる。  
この関係は計算値の check に用いる事として最後に  
それぞれに計算する。

(2.6) を複素平面と見做してプロットして前節の通り

Nyquist の判定法を用いるわけであるが  $\omega_c \rightarrow \infty$  の際の漸近値は解析的によくわからない面もあるので  $\gamma \rightarrow 0$  の値を用いるものとする。

その中で  $W^*$ ,  $I^*$  は滑走板の重量<sup>の</sup>量によって決まる量であるが前述のように  $\gamma = \frac{1}{4}$  としてよからう。

$W^* \approx \pm 0.5L$  は吃水の大きい場合で 0.2 小さい場合で 0.1 の程度としてよからう。

どうらにしても  $m_{eq}^*$ ,  $I_{eq}^*$  つまり附加質量<sup>分</sup>がこれらの値よりずっと大きいと考えられるので  $W^*$ ,  $I^*$  の<sup>変化の</sup>影響は小さいであろう。

## 3. フールド数無限大の時の特異解

浸水長が変化する解を前縁附近で展開すると、

積分不可能な特異性<sup>遠場</sup>を有するが遠場ではこれは

無視出来て浸水長の変化しない解に一致する。

そこで<sup>流体力は</sup> $\omega$ の大きい時の浸水長の変化しない時の値に

漸近するけれども $\omega$ の小さい時は異なる。

今回は解析の簡潔さから前縁に吹出し特異点

(従って対数的)をおいた特異解を求めるのであるから

浸水長の変化する解とは<sup>流場が異なり、流体力は</sup>かなり異なると予想される。

この事は定常問題についても既に見らした所であって、

即ち準静的上昇量不安定点は浸水長が変化

するとした解では  $F = 3.16^?$  に対し吹出し特異点を

おく方法では  $F = 1.9$  であつた。

吹出し特異点をおく方法の物理的模型は前縁が

垂直で浸水長は変化しないで水がそこで以下していると

考えられるので、これは前縁の形状の相違から来る

差違は当然あり得ると考えれば"説明が"つく。

非定常滑走の不安定点の場合 吹出し特異点を

置く方法が安全側(低速側)にある車から振動問題でもやはりそうだと考えてよからう。

さて以下 フールド数無限大の場合について前縁に対数特異点を有する解を求めよう。

解くべき方程式は

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p(\xi) d\xi}{x-\xi} + \log(1-x), \quad (3.1)$$

for  $f(x) = 0$  for  $|x| < 1$ ,

$x = \cos\theta$  とおくと

$$\log(1-x) = -\log 2 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{n},$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin\theta' \sin\theta'}{\cos\theta - \cos\theta'} d\theta' = \cos n\theta, \quad \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos n\theta' d\theta'}{\cos\theta - \cos\theta'} = -\frac{\sin n\theta}{\sin\theta},$$

であるから (3.1) の解でフツツの条件を満たすものは

$$p(x) = -(\log 2) \frac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n}, \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p dx = \frac{1}{2} - \log 2, \quad \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p x dx = -\frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2}$$

$x > 1$  に対しては  $x = \cosh u$  とおくと

$$\log(x-1) = \log \left( \frac{e^u - e^{-u}}{2} \right)^2 = \log \left[ \frac{e^u}{2} (1 - e^{-2u}) \right]$$

$$= u - \log 2 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-2nu}}{n},$$

であり, (3.2) を (3.1) に代入すると得る

$$\frac{1}{-i} = -\frac{1}{i} e^{i\alpha x}$$

No. 12

Date

$$f(x) = 4 - \frac{(1 + \cos 4x) \log 2}{2 \sin 2x} \quad (\log 2), \quad \text{for } |x| > 1, \quad (3.3)$$

1/4 1/2

$$\phi_y(x, 0) = i\alpha e^{i\alpha x} \int_1^\infty f(\beta) e^{-i\alpha\beta} d\beta$$

$$= J(\alpha) e^{i\alpha x}, \quad \text{for } |x| < 1$$

(3.4)

$$J(\alpha) = -\frac{\pi i}{2} H_0^{(2)}(\alpha) - \frac{\pi \alpha}{2} \{H_0^{(2)} - i H_1^{(2)}\} \log 2,$$

$$\eta(\alpha) = -i\alpha J e^{i\alpha x} + i J'(\alpha) e^{i\alpha x}, \quad (3.5)$$

29  $\phi_y$  を 0 とする  $\frac{1}{2} \log 2$ .  $P_H$  を 2 から 12.

$$P_H = \frac{1 + \cos 2\theta}{2 \cos \theta}, \quad \phi_H = -1,$$

$$\phi_{Hy} = \frac{\pi \alpha}{2} (H_0 - i H_1) e^{i\alpha x}$$

(3.6)

$$\eta_{Hy} = \frac{\pi}{2i} \left[ i\alpha x (H_0 - i H_1) + \frac{\partial}{\partial \alpha} \{ \alpha (H_0 - i H_1) \} \right] e^{i\alpha x}$$

なる  $P_H$  を  $\frac{1}{2} \log 2$  に入し,  $\frac{1}{2} \log 2 < x < \infty$

$$P_S = P + A P_H, \quad \text{---} \quad (3.7)$$

とおき  $\phi_{Sy} = 0$  とするため.

$$A \frac{\pi \alpha}{2} (H_0 - i H_1) + J(\alpha) = 0, \quad (3.8)$$

とおく。



えらびと.

$$\begin{aligned} \eta_S(x) &= \eta(x) + A\eta_H(x) = \left[ iJ'(\alpha) + \frac{A\pi}{2i} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \alpha(H_0 - iH_1) \right\} \right] e^{i\alpha x} \\ &= \left[ iJ' + i \frac{J(\alpha) [H_0 - iH_1 + \alpha(H_0' - iH_1')]}{\alpha(H_0 - iH_1)} \right] e^{i\alpha x} \\ &= B e^{i\alpha x}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

また

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 P_S dx &= \frac{1}{2} - \log 2 + A, \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 P_S x dx &= \frac{1}{2} (1 - \log 2) + \frac{A}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

一方 上下半面の正則な解を  $p_0$  とするとこれに代わって

$$\eta_0 = 1 + B_0(\alpha) e^{i\alpha x}$$

と表わさなければ、これに  $P_S$  を加えて.

$$p = p_0 + \frac{B_0}{B} P_S, \quad \dots \quad (3.11)$$

とおくと  $\eta = 1$  と仮定して求める解を得る。

このとき

$$\left. \begin{aligned} a_{00}^* &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p dx = a_{00} - \frac{B_0}{B} \left( \frac{1}{2} - \log 2 + A \right), \\ a_{01}^* &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p x dx = \frac{a_{01}}{2} - \frac{B_0}{2B} (1 - \log 2 + A), \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

また

$$B_0(\alpha) = \frac{i\pi\alpha^2}{2} \left[ \left( \frac{2}{\alpha} - i - \frac{C(\alpha)}{\alpha} \right) H_1 - H_0 \right], \quad (3.13)$$

$$C(\alpha) = H_1 / [H_1 + iH_0],$$

また

$$\left. \begin{aligned} a_{00} &= \frac{\alpha^2}{2} - i\alpha C(\alpha) \\ a_1^0 &= -i\alpha C(\alpha) \end{aligned} \right\} (3.14)$$

$\alpha \rightarrow 0$  とおくと

$$\left. \begin{aligned} H_0^{(2)}(\alpha) &= \sqrt{0} - iY_0 \doteq \frac{2}{\pi} \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) \quad , \quad \log 8 = .59772 \\ H_1^{(2)}(\alpha) &\doteq \frac{\alpha}{2} + \frac{2i}{\pi\alpha} \\ C(\alpha) &\doteq 1 + i\alpha \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) \end{aligned} \right\} (3.15)$$

それから

$$\left. \begin{aligned} a_{00} &\doteq \frac{\alpha^2}{2} + \alpha^2 \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - i\alpha \\ a_1^0 &= \alpha^2 \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - i\alpha \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} J(\alpha) &\doteq -\frac{\pi i}{2} - \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - \frac{\pi\alpha}{2} (\log 2) \left\{ 1 + \frac{2}{\pi i} \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - i\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{2i}{\pi\alpha}\right) \right\} \\ &= -\left[ \log(\delta\alpha) \right] - \frac{\pi\alpha}{2} \log 2 - \frac{\pi i}{2} + i(\log 2) \left\{ \alpha \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) + \frac{\pi\alpha^2}{2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= -\frac{J(\alpha)}{\frac{\pi\alpha}{2}(H_0 - iH_1)} \doteq \frac{-\log\delta\alpha - \frac{\pi\alpha}{2}\log 2 - \frac{\pi i}{2} + i\alpha(\log 2)\log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right)}{\frac{\pi\alpha}{2} \left\{ 1 + \frac{2}{\pi\alpha} - \frac{2i}{\pi} \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - \frac{i\alpha}{2} \right\}} \\ &= \frac{-\log\delta\alpha - \frac{\pi\alpha}{2}\log 2 - \frac{\pi i}{2} + i\alpha(\log 2)\log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right)}{1 + \frac{\pi\alpha}{2} \left( 1 - \frac{2i}{\pi} \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) \right)} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} -\log\delta\alpha - \frac{\pi i}{2} \end{aligned}$$

$$J'(\alpha) = -\frac{1}{\alpha} - \frac{\pi}{2} \log 2 + i \log 2 \left( 1 + \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) \right),$$

$$\frac{B1}{\alpha} + \frac{H_0' - iH_1'}{H_0 - iH_1} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\frac{2}{\pi\alpha} - i\left(\frac{1}{2} - \frac{2i}{\pi\alpha^2}\right)}{1 + \frac{2}{\pi\alpha} - \frac{2i}{\pi} \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{\alpha} - i - i\left(\frac{\pi\alpha}{2} - \frac{2}{\alpha}\right) - \frac{\pi\alpha}{2} - i\alpha \log\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right) - i\alpha$$

$$B = -\zeta z \left(1 + \zeta \frac{\partial z}{\partial t}\right) - i \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\pi}{2} \zeta z\right) + i \left( \frac{\frac{\pi}{2} \alpha - i \alpha - i \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t}}{1 + \frac{\pi}{2} \alpha - i \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t}} \right) \left[ \frac{\pi}{2} - \zeta z \right] \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t} - i \left[ \zeta \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\pi}{2} \zeta z \right]$$

$$B_0 = \frac{i \pi \alpha^2}{2} \left[ -1 - \frac{2}{\pi i} \zeta \frac{\partial z}{\partial t} + \left( \frac{2i}{\pi \alpha} + \frac{\alpha}{2} \right) \left( \frac{2}{\alpha} - i - \frac{1 + i \zeta \frac{\partial z}{\partial t}}{\alpha} \right) \right] \left( \alpha - i - i \zeta \frac{\partial z}{\partial t} \right)$$

$$= -1 + \frac{\pi}{2} \alpha^2 i - i \alpha \left(1 + \zeta \frac{\partial z}{\partial t}\right)$$

$$\frac{B_0}{B} = \frac{[-1 - i \alpha (1 + \zeta \frac{\partial z}{\partial t})] \alpha}{-i (1 + \frac{\pi}{2} \zeta z) - \zeta z (\alpha + \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t})} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} -i \alpha$$

$$\frac{B_0}{B} A \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} -\frac{\pi}{2} \alpha + i \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$a_0^* \approx \frac{\alpha^2}{2} \left(1 + 2 \zeta \frac{\partial z}{\partial t}\right) - i 0.807 \alpha + \frac{\pi}{2} \alpha - i \alpha \zeta \frac{\partial z}{\partial t}$$

この damping が  $B_{12}$  になる  $1.384 + \zeta \alpha = 0$

つまり  $\alpha \leq 0.25$  とする //

しかし 解の範囲は 0 に 近づける必要がある。

よお、半値ゆれの解の係数に於ては

$$a_0' = \frac{i\alpha}{2} + (1 + \frac{i\alpha}{2}) C(\alpha)$$

$$a_1' = \frac{\alpha^2}{8} - \frac{i\alpha}{2} + (1 + \frac{i\alpha}{2}) C(\alpha)$$

故に  $\alpha \rightarrow 0$  として

$$a_0' \doteq 1 - \frac{\alpha^2}{2} \log \frac{\alpha}{2} + i\alpha + i\alpha \log \frac{\alpha}{2}$$

$$a_1' = 1 + \frac{\alpha^2}{8} - \frac{\alpha^2}{2} \log \frac{\alpha}{2} + i\alpha \log \frac{\alpha}{2}$$

次に  $\alpha \rightarrow \infty$  として

$$H_0^{(2)}(\alpha) \doteq \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha}} e^{-i(\alpha - \frac{\pi}{4})}$$

$$H_1^{(2)}(\alpha) \doteq \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha}} e^{-i(\alpha - \frac{3\pi}{4})}$$

$$C(\alpha) \doteq \frac{1}{2}$$

$$H_0^{(0)} - iH_1^{(2)} \doteq 2H_0^{(2)}$$

$$\therefore a_0' \doteq \frac{\alpha^2}{2} - \frac{i\alpha}{2}, \quad a_1' \doteq -\frac{i\alpha}{2}$$

$$a_0' \doteq \frac{1}{2} + i\alpha, \quad a_1' \doteq \frac{1}{2} + \frac{\alpha^2}{8} - \frac{i\alpha}{4}$$

$$J(\alpha) \doteq -\pi\alpha (\log 2) \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha}} e^{-i(\alpha - \frac{\pi}{4})} = -\sqrt{2\pi\alpha} \log 2 e^{-i(\alpha - \frac{\pi}{4})}$$

$$A \doteq -\frac{J}{\sqrt{\alpha} \cdot H_0} = -\frac{\sqrt{2} \log 2 H_0}{H_0} = -\log 2,$$

$$B \doteq -\sqrt{2\pi\alpha} \log 2 e^{-i(\alpha - \frac{\pi}{4})} \left[ 1 - \frac{i\alpha(-i)\alpha}{\alpha} \right] \rightarrow 0$$

$$B_0(\alpha) \rightarrow 0$$

$$\therefore \frac{B_0}{B} \rightarrow \text{不定だが} \rightarrow 0$$

なお、上下ゆれを  $X$  とすると、力  $F$ 、モーメント  $M$  は

$$F = \frac{\rho}{2} U^2 X L (\pi a_0)$$

$$M = \frac{\rho}{4} U^2 X L^2 \left( \frac{\pi}{2} a_1 \right)$$

のような定義となっている。

## 附録 A Martin の 成果 の 概要

M. Martin は ストリップ法 を用いて 流体力を求め  
 高速船の ホーポイジング の 危険速度 を求め  
 Day & Haag の 実験値 と 比較して よい 一致を  
 得た。

その実験では <sup>（ある一定の速度で）</sup> 縦重心位置を除くに後方に  
 下げてゆくと ある位置で ホーポイジング を 起し  
 始めると言う事で その時 定常滑走の トリム を  $T_c$   
 とし、速度と  $T_c$  の 関係 を 求めて いる。

Dead rise angle  $\beta = 0$  の  $T_c$  を 見ると

$$\left(\frac{\pi}{180} T_c\right) \approx K C_{Lb}, \quad K = 1 \sim 0.9, \quad (A.1)$$

$$C_{Lb} = \frac{\Delta}{\frac{\rho}{2} b^2 V^2}, \quad \begin{array}{l} \Delta: \text{排水量} \\ b: \text{船幅} \end{array}, \quad \begin{array}{l} V: \text{船速} \\ \rho: \text{水密度} \end{array}$$

となつて いる。 ( 猶ほ  $T_c$  を  $\sqrt{C_{Lb}}$  に 対して

「 $\beta = 0$  の時」, 上式の方がよさうである)

所で 平板滑走面の揚力は 有名な実験式に  
 よつて 次のように与えられる。

$$C_{Lb} = \tau^{11} A(\lambda, C_v),$$

$$A = 0.12\sqrt{\lambda} + 0.0095 \frac{\lambda^2}{C_v^2},$$

} ... (A.2)

例  $\lambda = l/b$ ,  $l$  は平均浸水長 (我々の定義と違うので) (注意)

$$C_v = V/\sqrt{g_b},$$

これから

$$\tau = (C_{Lb}/A)^{\frac{1}{11}}$$

- (A.2')

とあるのでこれを (A.1) に代入すると

$$K C_{Lb}^{\frac{11}{10}} \geq \frac{\pi}{180 A^{1/4}} = \frac{1}{(1.03\sqrt{\lambda} + 0.82 \frac{\lambda^2}{C_v^2})^{1/4}} \quad (A.3)$$

なお  $C_{Lb} = 2C_{\Delta}/C_v^2$ ,  $C_{\Delta} = \frac{\Delta}{\rho g b^3}$ ,

であるから結局

$$K\sqrt{2C_{\Delta}} \geq C_v / [1.03\sqrt{\lambda} + 0.82 \frac{\lambda^2}{C_v^2}]^5, \quad (A.4)$$

で 限界速度が与えられる。

この式中  $l$  はまだ未定であるから後端から重心迄の距離を  $l_g$  とすると。

$$l_g = C_p l$$

(A.5)

で与えられる  $C_p$  は速度,  $\lambda$  により変化するが <sup>速度で決まる</sup> 概ね

0.8 (正確には文献を見よ) で与えられるから, 上式は

$C_v$  が与えられているとすれば 限界重心位置を与える。

諸等の実験では  $\lambda = .95 \sim 1.75$  の程度であるので、浸水長をとったフルード数  $Fr = V/\sqrt{ge}$  を導入すると、限界フルード数は  $Fr \approx (1. \sim .8) C_v$ 、 $[2. \sim 4]$  の範囲となっている。

なお (A.5) の関係があるので、浸水長かわりに与えられる量  $l_g$  をとった方が便利であろう。

いづれにしてもこの場合、上下ゆれ、縦揺れ、夫々の聯成がなければ"安定"であるが、聯成によつて不安定が生ずるわけである。

最後に  $\delta = \frac{\Delta}{\rho g e^3} = C_d/\lambda^3$ ,  $Fr = \frac{V}{\sqrt{ge}} = C_v/\lambda$  によつて (A.4) を書きかえると

$$K\sqrt{2\delta} > Fr / \left[ 1.03\lambda^{0.7} + \frac{.82\lambda^{1.2}}{Fr^2} \right]^5, \quad (A.6)$$

従つて  $\lambda$  が大きくなると限界速度はどんどん大きくなって、例へば  $\delta = .03$ ,  $C_v = 5$  の程度では  $Fr \approx 80$  位になつてしまう。