

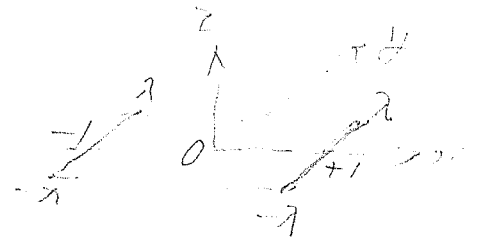
波抵抗を変えない船型の變形法

改訂版 4.28.8
17.2.82

圧力分布を $p(x, y)$, 変位ポテンシャルを $\Phi(x, y, z)$,
速度ポテンシャルを $\phi(x, y, z)$, 水面変位を $\zeta(x, y)$

とすると

$$\Phi(x, y, z) = \iint_{\Sigma} p(\xi, \eta) T(x\xi, y\eta, z, z_0) d\xi d\eta \quad (1)$$



$$\phi(x, y, z) = - \Phi_x(x, y, z) \quad (2)$$

$$\zeta(x, y) = - \Phi_z(x, y, 0) \quad (3)$$

$$T(x, y, z) = - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{kz + i(x\xi + y\eta + \gamma_0 u)}}{k^2 \omega^2 (u^2 + \gamma_0^2 u + \gamma_0^2)} dk du \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) T = - \frac{z}{2\pi \gamma^3} \quad , \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + k^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] T = - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{z}{2\pi \gamma^3} \quad (6)$$

$$= + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\partial^3}{\partial x^3 \partial z} + k \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \frac{1}{\gamma} \quad (6')$$

今補助関数 $m(x, y)$ を導入し

$$1/\gamma = \left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + k^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] m(x, y) \quad (7)$$

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} m = \frac{\partial^3}{\partial x^3} m = \frac{\partial^2}{\partial x^2} m = \frac{\partial}{\partial x} m = m = 0 \quad \text{for } x = \pm 1,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} m = \frac{\partial}{\partial y} m = m = 0 \quad \text{for } y = \pm 1,$$

(7')

とすると (7) を (10) に代入して 部分積分して

$$\bar{\Phi}(x, y, z) = \int m(\xi, \eta) \left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + K \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \right] T(x, y, \eta, z) d\xi d\eta$$

とすると (6) により

$$\bar{\Phi}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int m(\xi, \eta) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2 \partial z} + K \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \right\} \frac{\partial T}{\partial z} d\xi d\eta$$

$$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}$$

とするとから、もう一方 部分積分して

$$\bar{\Phi}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint \left[\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{R} + \frac{K}{R} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) m \right] d\xi d\eta, \quad (9)$$

とすると (8) により

$$\begin{aligned} -\psi(x, y) &= \bar{\Phi}_z(x, y, 0) = K \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) m(x, y) \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{R} d\xi d\eta \bigg|_{z=0} \end{aligned}$$

また 部分積分して

$$\begin{aligned} \psi(x, y) &= -K \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) m(x, y) \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \iint \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} \frac{d\xi d\eta}{R}, \quad (10) \end{aligned}$$

for $|x| < 1, |y| < 1$

この圧力分布は (19) によって波を排せしめから
(20) の水面変位を定数倍して足しても引いても
逆用抵抗は変わらない。

またこの変形は 4 周でひとまわっているから元の分が
が飛沫を打ち付ければ飛沫抵抗もやはり ^{小さく} のである。
これ (17) と (8) から

$$\iint p \, dx \, dy = \iint p \, dx \, dy = 0, \quad \dots (11)$$

であるから排水重量および重心は不変である。

この変形によって原船型の実用上都合の悪い点、
をある程度修正できると考えられる。

例えば飛沫のない船型は前端に凹みがある点
工作上都合が悪いように思われるがこのような変形
を施してそれを取り除けないだろうかと言うような
問題である。(2)

(7)の式を積分して (8) の式を境界条件を代入すると

$$P(y) = \int p(x, y) dx = K^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^1 m(x, y) dx, \quad (12)$$

又 y の積分すると同様に

$$P(x) = \int p(x, y) dy = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \int_{-b}^b m(x, y) dy, \quad (13)$$

例え18"を代入すると

$$X(\cos \phi_x) = \frac{1}{189} \sin^3 \phi_x, \quad Y(\sin \phi_y) = \frac{1}{5} \sin^3 \phi_y$$

と代入して (12) は

$$P(y) = 4.6053 \times 10^{-3} \times K^2 \quad Y''(y) = K^2 (4.6053 \times 10^{-3}) \cdot \sin^3 \phi_y, \quad (14)$$

となるから、これを定数倍して加減すれば



排水量 (圧力分布) 分布を 中心から左右に (移動させる
ことが可能である事になる。



同様に (13) では

$$P(x) = 1.21542 \lambda^2 \cdot \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) X(x) \quad (15)$$

$$= 1.21542 \lambda^2 \left[\sin^5 \phi_x + \frac{K^2}{21} \sin^5 \phi_x (\cos^2 \phi_x - 1) \right], \quad (15')$$

となり、このように排水量を前後に動かすことが

可能である (この時 飛洋なしとなっているので 飛洋折れも変化する)

しかしこの場合、 ϕ のように変化の激しい項がでてくるので
あまり実用的ではないように見える。

さて、m. 変数の仮りとして

$$m(x, y) = X(x)Y(y), \quad x = -\cos\phi_x, \quad y = -\lambda\cos\phi_y, \quad (11)$$

のよう^{変数}な分離型を考へ、さらに飛込系を、つまり P から周縁で 0 とするものの第 1 階層から λ は 2 のようにする。

$$\left. \begin{aligned} X^{(4)}(x) &= \sin^5\phi_x, \quad X'' = \frac{\sin^5\phi_x}{21} (8\cos^2\phi_x - 1), \\ X'(x) &= \frac{1}{189} \sin^9\phi_x, \quad \int_{-1}^1 X(x) dx = 4.6053 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} (17)$$

$$\left. \begin{aligned} Y''(y) &= \sin^3\phi_y, \quad Y(y) = \frac{\lambda^2}{5} \sin^5\phi_y \\ \int_{-b}^b Y(y) dy &= \lambda^3 \times (2/1572) \end{aligned} \right\} (18)$$

$$\left[\int_0^\pi \sin^{2n+1}\theta d\theta = \frac{2n+1}{2n+2} \cdot \frac{2n-1}{2n} \cdots \frac{4}{5} \times \frac{\pi}{2}, \quad ! \right]$$

次に (16) の解を仮定して、この偏微分方程式を計算すると

$$\bar{H}(k, \theta) = \iint p(x, y) e^{i(p x + q y)} dx dy, \quad \begin{cases} k = K a \cos \theta \\ p = K a \cos \phi \\ q = K a \sin \phi \end{cases} \quad (19)$$

$$\int_{-1}^1 x'' e^{i p x} dx = \left. \frac{x'' e^{i p x}}{i p} \right|_{-1}^1 - \frac{1}{i p} \int_{-1}^1 x''' e^{i p x} dx$$

$$= \left(\frac{x''}{i p} + \frac{x'''}{p^2} \right) e^{i p x} \Big|_{-1}^1 - \frac{1}{p^2} \int_{-1}^1 x^{(4)} e^{i p x} dx,$$

$$\int_{-1}^1 x e^{i p x} dx = \left(\frac{x}{i p} + \frac{x'}{p^2} \right) e^{i p x} \Big|_{-1}^1 - \frac{1}{p^2} \int_{-1}^1 x'' e^{i p x} dx$$

$$= \left(\frac{x}{i p} + \frac{x'}{p^2} - \frac{x''}{i p^3} - \frac{x'''}{p^4} \right) e^{i p x} \Big|_{-1}^1 + \frac{1}{p^4} \int_{-1}^1 x^{(4)} e^{i p x} dx,$$

$$\int_{-1}^1 y e^{i q y} dy = \left(\frac{y}{i q} + \frac{y'}{q^2} \right) e^{i q y} \Big|_{-1}^1 - \frac{1}{q^2} \int_{-1}^1 y'' e^{i q y} dy.$$

したがって

$$\begin{aligned} \bar{H}(k, \theta) = & \int_{-1}^1 x^{(4)} e^{i p x} dx \cdot \left[\left(\frac{y}{i q} + \frac{y'}{q^2} \right) e^{i q y} \Big|_{-1}^1 - \frac{1}{q^2} \int_{-1}^1 y'' e^{i q y} dy \right] \\ & + K^2 \left[\left(\frac{x''}{i p} + \frac{x'''}{p^2} \right) e^{i p x} \Big|_{-1}^1 - \frac{1}{p^2} \int_{-1}^1 x^{(4)} e^{i p x} dx \right] \left[\downarrow \right] \\ & + K^2 \left[\left(\frac{x}{i p} + \frac{x'}{p^2} - \frac{x''}{i p^3} - \frac{x'''}{p^4} \right) e^{i p x} \Big|_{-1}^1 + \frac{1}{p^4} \int_{-1}^1 x^{(4)} e^{i p x} dx \right] \times \int_{-1}^1 y e^{i q y} dy, \end{aligned}$$

今 $p = K a \cos \phi$, $q = K a \sin \phi$ と置き

さらに

$$X(\pm 1) = X'(\pm 1) = Y(\pm 1) = 0 \quad (20)$$

となる

$$\begin{aligned} F(h, 0) &= \left[\frac{Y'}{g} e^{i g y} \right]_{-1}^1 \int_{-1}^1 X^{(4)} e^{i p x} dx \\ &+ K^2 \left[\left(\frac{X''}{i p} + \frac{X^{(4)}}{p^2} \right) e^{i p x} \right]_{-1}^1 \left[\frac{Y'}{g} e^{i g y} \right]_{-1}^1 - \frac{1}{g^2} \int_{-1}^1 Y'' e^{i g y} dy \right] \\ &= \frac{Y' e^{i g y}}{p^2 g^2} \int_{-1}^1 X^{(4)} e^{i p x} dx \\ &+ K^2 \left(-\frac{X''}{i p^3} + \frac{X^{(4)}}{p^4} \right) e^{i p x} \int_{-1}^1 Y' e^{i g y} dy \quad (21) \end{aligned}$$

さらに

$$Y'(\pm 1) = 0 \quad (22)$$

なる条件を加えると

$$F(h, 0) = -\frac{K^2}{p^2} \left(\frac{X''}{i p} + \frac{X^{(4)}}{p^2} \right) e^{i p x} \int_{-1}^1 Y'' e^{i g y} dy \quad (23)$$

となるが、これは $X = \pm 1$ の直線上に $Y''(y)$ に比例する特異点分布のコックン密度と同じである。

今はタニデム型となづけておこう。

同様に (22) とは別に

$$X''(\pm 1) = X'''(\pm 1) = 0 \quad (24)$$

なる条件を加えると

$$F(h, 0) = \left(1 - \frac{\cos h}{K^2 \sin h} \right) \left(Y' e^{i g y} \right)_{-1}^1 \int_{-1}^1 X^{(4)} e^{i p x} dx \quad (25)$$

これは $y = \pm \lambda$ の直線上の特異点分布による

ものと同じであるから 双月型と名づけよう。

しかし (26) と (24) の条件を比較して見ると

$X(x)$ は (17) のように かなり変化するといてあまり
実用的でないように見える。

タニデシ型でも同様のと考えられるので これ以上
は考へない事にする。

波の1分布の計算例

$$p(x,y) = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{K^2}{\lambda^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) X(x) Y(y)$$

$$= \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) X(x) Y(y) + \frac{K^2}{\lambda^2} X(x) Y''(y), (26)$$

$$X(x) = \frac{1}{189} \sin^9 \phi_x, \quad -\cos \phi_x = x$$

$$Y(y) = \frac{\lambda^2}{5} \sin^5 \phi_y, \quad -\cos \phi_y = y$$

$$X^{(4)}(x) = \sin^5 \phi_x$$

$$X'' = \frac{\sin^5 \phi_x}{21} (8 \cos^2 \phi_x - 1)$$

$$Y'' = \sin^3 \phi_y$$

$K=1$

ϕ_x	0	$\frac{\pi}{10}$	18°	$\frac{2\pi}{5}$	36°	3	54°	4	72°	$\frac{3\pi}{2}$	90°
X	1	-.9510	-.8090	-.5878	-.3090	0				0	
$X^{(2)}$	0	1	0	-1	0	1				0	
$X^{(4)}$	0	.0008368	.014153	.92911	.008748	-.047619					
X	0	1.36×10^{-7}	.0000443	.0004852	.003368	.005291					
$8 \cos^2 \phi_x - 1$	7	6.236	4.236	1.7639	-.2361	-1					
$X^{(4)} + K^2 X''$	0	.000837	0	-.029110	0	-.047619					

$\lambda=1.2$

ϕ_y	0	$\frac{\pi}{2}$	90°	$\frac{3\pi}{2}$	270°
Y	1	-.8660	-.5000	0	
Y''	0	1	0	-1	
Y	0	.008	0	-.008	

$\frac{\lambda^2}{5} = \frac{1}{125}$

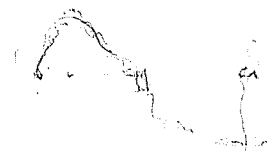
$(X^0 K^0 Y)$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -866 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -9570 \\ 0 \\ 1696 \\ 0 \\ -6696 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8090 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5878 \\ 0 \\ -2329 \\ 0 \\ 2329 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3090 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3810 \\ 0 \\ 7810 \end{pmatrix}$
---------------	--	--	--	---	--	---	--

$\frac{K^2}{X^2} X Y''$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -866 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -9570 \\ 0 \\ 790 \\ 0 \\ -100003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8090 \\ 0 \\ 118 \\ 0 \\ -100111 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5878 \\ 0 \\ 10213 \\ 0 \\ 10213 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3090 \\ 0 \\ 0842 \\ 0 \\ -0842 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1324 \\ 0 \\ -1324 \end{pmatrix}$
-------------------------	--	--	---	---	---	--	--

$\sum_{i=1}^n R(x, y)$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -866 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -9570 \\ 0 \\ 10096 \\ 0 \\ -10096 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8090 \\ 0 \\ 100111 \\ 0 \\ -100111 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5878 \\ 0 \\ 100980 \\ 0 \\ 100980 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3090 \\ 0 \\ 0842 \\ 0 \\ -0842 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1320 \\ 0 \\ -1320 \end{pmatrix}$
------------------------	--	--	--	--	---	--	--

結局 $K=1, \lambda \leq 0.2$ では

(26)式は右辺最後の項が格段に大きい。



x, y の中 級数の 扱い

$$Y(y) = \frac{1}{4} (1-y^2)^2, \quad Y' = -y(1-y^2), \quad Y'' = 3y^2 - 1,$$

$$X(x) = (1-x^2)^4, \quad X'(x) = -8x(1-x^2)^3$$

$$X'' = 8(1-x^2)^3(7x^2-1), \quad X''' = 16x(1-x^2)(9-21x^2)$$

$$X^{(4)} = 144 - 1440x^2 + 1680x^4,$$

この級数では $y \pm 1, x = \pm 1$ で p は 有限値をとるから 9 階に

より やはり splash-free である。

又双円型、タンデム型の例

$$Y'(y) = \frac{4}{\pi} \sin \phi_y, \quad Y'(y) = \frac{2}{\pi} \left[\left(\phi_y - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\sin 2\phi_y}{2} \right],$$

$$Y(y) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{\sin 3\phi_y}{12} + \frac{3}{4} \sin \phi_y - \left(\phi_y - \frac{\pi}{2} \right) \cos \phi_y - \frac{\pi}{2} \right],$$

$$Y'(-1) = -Y'(1) = -1, \quad Y(0) = -1.571, \quad Y(\pm 1) = 0$$

$$X_n^{(4)} = \sin n\phi_x, \quad X_n''' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(n-1)\phi_x}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\phi_x}{n+1} \right),$$

$$X_n'' = \frac{\sin(n-2)\phi_x}{4(n-1)(n-2)} - \frac{n \sin n\phi_x}{2(n-1)(n+1)} + \frac{\sin(n+2)\phi_x}{4(n+1)(n+2)},$$

$$\text{したがって } X''(\pm 1) = X'''(\pm 1) = 0 \quad \text{と } n \geq 3 \text{ で成り立つ。}$$

なる。また、

$$\text{例 } X_n'' = \frac{\tilde{z}_{n-2}''}{4(n-1)(n-2)} - \frac{n \tilde{z}_n''}{2(n^2-1)} + \frac{\tilde{z}_{n+2}''}{4(n+1)(n+2)}$$

$$\text{ただし } \tilde{z}_n'' = \sin n\phi_x$$

また、 $n \geq 3$ のとき

$$\tilde{z}_n' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(n-1)\phi_x}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\phi_x}{n+1} \right)$$

$$\tilde{z}_n = \frac{\sin(n-2)\phi_x}{4(n-1)(n-2)} - \frac{n \sin n\phi_x}{2(n^2-1)} + \frac{\sin(n+2)\phi_x}{4(n+1)(n+2)}$$

$$\int_0^1 \tilde{z}_n dx = \int_0^\pi \tilde{z}_n \sin \phi_x d\phi = \frac{1}{4(n-1)^2(n-2)(n-3)} - \frac{n}{2(n^2-1)^2} + \frac{1}{4(n+1)^2(n+2)(n+3)}$$

$n=1$ のとき

$$\tilde{z}_1'' = \sin \phi_x, \quad \tilde{z}_1' = \frac{1}{2} \left(\phi_x - \frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2\phi_x}{2} \right)$$

$$\tilde{z}_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin 3\phi_x}{12} + \frac{3}{4} \sin \phi_x - \left(\phi_x - \frac{\pi}{2} \right) \cos \phi_x - \frac{\pi}{2} \right],$$

$$\tilde{z}_1'(-1) = \tilde{z}_1'(1) = -\frac{\pi}{4}, \quad \tilde{z}_1(\pm 1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_{-1}^1 \tilde{z}_1 dy =$$

2 $\times \frac{2}{b} (\lambda \lambda g - \frac{\cos \theta}{\gamma})$

したが

$$Y'' = \frac{4}{\pi} \sin \phi_y', \quad X^{(4)} = \sum_{n=3}^{\infty} a_n \sin n \phi_x$$

とかけは" コツ42) 数値

$$F(k, \theta) = \frac{2}{g^2} \cos(\theta \lambda) \int_{-1}^1 X^{(4)} e^{i p x} dx, \quad \begin{cases} p = K a \cos \theta \\ g = K a \cos^2 \theta \sin \theta \end{cases}$$

となって又又胴型である。*)

又 $X^{(4)} = \frac{32}{\pi} \sin 3 \phi_x, \quad X'(\pm 1) = \pm 1, \quad X(\pm 1) = X''(\pm 1) = X'''(\pm 1) = 0$

$$Y'' = \sum_{n=3}^{\infty} b_n \sin n \phi_y,$$

とかけは"

$$F = \frac{2K^2}{p^2} \cos p \int_{-1}^1 Y'' e^{i p y} dy$$

となる 2次元型となる

*) このコツ42) 数値は $\theta \approx 0$ で ∞ となり 物理的に存在しない。

$Y = \alpha : \text{const}$ とかけは" 一定値 且合がよい。

$$F = \frac{2\alpha}{g} \lambda \int_{-1}^1 X^{(4)} e^{i p x} dx$$

コツ43) $Y' = Y'' = 0$ となる

$$p(x, y) = (X^{(4)} + K^2 X'') \alpha,$$

y 方向にコツ43) !!!

問題 1 別解

$$Y(y)=1, \quad Y'=Y''=0$$

$$X^{(4)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\phi_x = \sum_{n=1}^{\infty} a_n X_n^{(4)} \quad (n \geq 5 \text{ 以上は } 0 \text{ 波なし})$$

$$X_n'' = \frac{n^2(n^2-2)\phi_x}{4(n-1)(n+2)} - \frac{n^2 \sin n\phi_x}{2(n^2-1)} + \frac{n^2 \sin n\phi_x}{4(n+2)(n-1)}$$

$$X_3'' = \frac{1 \cdot 1 \phi_x}{8} - \frac{3 \cdot 1 \cdot 3 \phi_x}{16} + \frac{1 \cdot 5 \phi_x}{80}$$

$$X_3' = \frac{1}{16} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-\cos 2\phi_x) d\phi_x - \frac{3}{32} \left(\frac{1}{2} \phi_x - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{160} \left(\frac{1}{4} \phi_x - \frac{1}{8} \right)$$

$$[X_3']_{x=1}^{x=0} = \frac{\pi}{16}$$

$$p(x,y) = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) X(x) \quad , \quad y=\pm 1 \text{ で } p \text{ は } 0$$

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \frac{2\lambda \beta}{\beta} \left(1 - \frac{K^2}{p^2} \right) \int_0^1 X^{(4)} e^{ipx} dx \quad , \quad \text{双対問題} \\ &\approx \int_0^1 (X^{(4)} + K^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} X) e^{ipx} dx, \\ X(x) &= 1 \end{aligned}$$

$$Y''(y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\phi_y = \sum_{n=1}^{\infty} b_n Y_n'' \quad (n \geq 3 \text{ 以上は } 0 \text{ 波なし})$$

$$Y_1' = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi_y d\phi_y = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \cos \phi_y) d\phi_y = \frac{1}{2} \left[\left(\phi_y - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\sin \phi_y}{2} \right]$$

$$Y_1' \Big|_{y=1}^{y=-1} = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$p(x,y) = \frac{K^2}{\lambda^2} Y''(y) \quad , \quad \int_{-1}^1 p(x,y) dy = \frac{K^2}{\lambda^2} \frac{\pi}{2} \quad , \quad \text{双対問題}$$

$$\bar{H} = \frac{2K^2}{\lambda^2} \int_0^1 Y''(y) e^{i2\lambda y} dy \Big|_{\frac{\partial \bar{H}}{\partial p}} \quad , \quad \text{--- } \lambda = \frac{\pi}{2} \text{ 型}$$

(Kutta の条件 を満たさず...)

静止分布の水面変位

圧力分布は (10)

$$-\frac{p(x, y)}{\rho g} = \zeta(x, y) - \frac{u(x, y, 0)}{g}$$

$$\zeta(x, y) = -\frac{p(x, y)}{\rho g} + \frac{u(x, y, 0)}{g}$$

$$\frac{p}{\rho} = \left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \eta(x, y)$$

これから (10) から

$$\zeta(x, y) = -K \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta(x, y) - \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \eta(x, y)$$

$$+ \frac{u(x, y, 0)}{K} = -\frac{p(x, y)}{\rho K} + \frac{u(x, y)}{K}$$

よって

$$K = \rho / \mu^2 \quad (\nu = 1)$$

$$\frac{u(x, y, 0)}{K} = \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \eta(x, y) + \frac{1}{2\pi} \iint \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \frac{dz dy}{R} \Big|_{z=0}$$

$$R = \sqrt{(x-z)^2 + (y-0)^2}$$

$$= \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \eta(x, y) + \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{1}{R} \Big|_{z=0} dz dy$$

よって

$$\iint \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy = \frac{\pi}{R} \quad \cdot \quad \iint \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{1}{R} dx dy = \frac{\pi}{R}$$

$$\therefore \iint \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{1}{R} dx dy = \frac{2\pi}{R}$$

$$\begin{aligned}
 I(x, y; a, b) &= \int_{x-a}^{x+a} dx \int_{y-b}^{y+b} dy \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{1}{R} = \frac{\sqrt{(x+a)^2 + (y+b)^2}}{(x+a)(y+b)} - \frac{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2}}{(x+a)(y-b)} \\
 &\quad - \frac{\sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2}}{(x-a)(y+b)} + \frac{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}}{(x-a)(y-b)} \\
 &\xrightarrow{x \rightarrow 0} 2 \frac{\sqrt{a^2 + (y+b)^2}}{a(y+b)} - \frac{2\sqrt{a^2 + (y-b)^2}}{a(y-b)} \xrightarrow{y \rightarrow 0} 4 \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} \\
 &\xrightarrow{y \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{(x+a)^2 + b^2}}{(x+a)b} - \frac{2\sqrt{(x-a)^2 + b^2}}{(x-a)b} \xrightarrow{x \rightarrow 0}
 \end{aligned}$$

$$\frac{u(x, y, 0)}{K} = \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x, y) + \frac{1}{2\pi} \sum_{n, m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} m(x_n, y_m) I(x-x_n, y-y_m; a, b)$$

前に見たように右辺の1項は小さいから第2項が
 問題である。