

発散波の干渉に関する考察

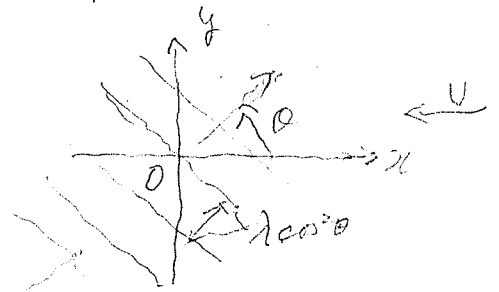
1. ヘルビン波系と要素波と造波抵抗

進行方向に対して θ 方向に進む

平面波も Havelock^{*} に従って

要素波 (Elementary Wave)

と呼ぶ。う。



船の充分後方における水面高度^ξは θ の $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ の間の要素波の集まりとして次のように表わされる。

$$\xi(x, y) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) \sin[K \lambda \cos \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta, \quad (1)$$

一般には余弦成分も含むが今は、簡便の爲に上のようにとるが一般性は損われない。

その時この波の持ちさる運動エネルギーの考察から造波抵抗は次式で与えられる。^{*}

$$R_w = \pi \rho U^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f^2(\theta) \cos^3 \theta d\theta, \quad (2)$$

一般にコッチニ関数は要素波の振幅に比例し、振幅幅

は (2) 式で造波抵抗に結びついている。

* T.H. Havelock, Wave Pattern and Wave Resistance, T.M.A., 1934, Collected papers Pt 46

(1) 式で表わされる波は所謂 Kelvin 波系を示している。
 これは Kelvin の stationary phase 法で近似的に求められる。

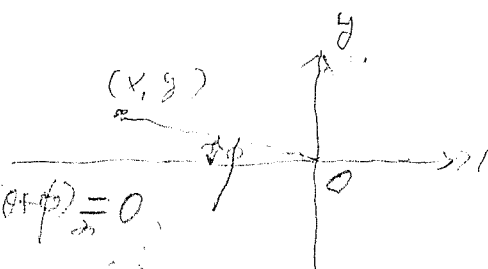
即ちこの波の位相 (x の負の場合も光るので「負号」を付す)

$$\begin{aligned} E(\theta) &\approx -K \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta) \\ &= KR \sec^2 \theta \cos(\theta + \phi), \quad \text{--- (3)} \\ x &= -r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi \end{aligned}$$

が stationary になる

$$\frac{E'(\theta)}{E(\theta)} = \frac{d}{d\theta} \left[\frac{y}{x} E(\theta) \right] = +2 \tan \theta - \tan(\theta + \phi) = 0,$$

(4)



$$\text{すなわち} \quad 2 \tan \theta = \tan(\theta + \phi), \quad \text{(5)}$$

の時にこの停留点に近くて

$$E(\theta) \approx E(\theta_i) + \frac{(\theta - \theta_i)}{2} E''(\theta_i) \quad \text{(6)}$$

となつて、この附近の値のみ積分値に利用でき、それ以外の部分は互に打ち消合つて積分値には貢献しないとか停留点法の原理である。要綱は成書に譲り、今は(5)式により(2)の2考へよう。

(5)は与えられた θ に対し, 2つの ϕ を解として持つ。

計算の簡便・速に下巻は与えられた θ に対して ϕ を計算(7246)

θ in deg	ϕ in deg	sec θ	sec ϕ	sec $\theta \sin \phi$	sec $\theta \cos(\theta + \phi)$	cos θ
0	0	1	1	0	1	1
10	9.425	1.015	1.031	.1790	.972	.970
20	16.05	1.064	1.132	.3873	.915	.883
30	19.11	1.155	1.333	.6667	.873	.750
35.26	19.47	1.225	1.501	.866	.867	.6667
40	19.21	1.305	1.703	1.095	.872	.587
50	17.24	1.555	2.421	1.854	.937	.413
60	13.96	2.000	4.000	3.464	1.109	.250
70	9.69	2.924	8.550	8.033	1.530	.117
80	4.96	5.759	33.17	32.66	2.914	.030
90	0	∞	∞	∞	∞	0

$$* \tan(35.26^\circ) = .707 = 1/\sqrt{2}, \quad \tan(19.47^\circ) = .3535 = 1/\sqrt{8}$$

$0 < \theta < 35.26^\circ$ の ϕ を横波, $35.26 < \theta < 90^\circ$ の ϕ を

縦波 (811波) と呼ぶ。

2. 振幅関数

薄、船の振幅関数と圧力分布の求め方を比較して、圧力分布型の振幅関数の特徴を調べることとする。

まず、圧力分布 $p(x, y)$ を $\left[\iint Z(x', y') dx' dy' = 4 \right]$

$$p(x, y) = T C_B Z(x', y'), \quad x = \frac{1}{2}x', \quad y = \frac{B}{2}y', \quad (7)$$

$$F = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 Z(x', y') e^{iK \left[\frac{1}{2}x' \cos \theta + \frac{B}{2}y' \sin \theta \right]} dx' dy', \quad (8)$$

$x = B/L$

$$r = \frac{R_w}{\rho g V^2 / L^3} = \frac{K^3}{2\pi} \int_0^{\pi/2} |F|^2 \sec^3 \theta d\theta, \quad (9)$$

薄、船では、 ∇ 幅より $\left[\iint H(x', z') dx' dz' = 2 \right]$

$$\eta(x, z) = \frac{B}{2} C_B H(x', z'), \quad x = \frac{1}{2}x', \quad z = -Tz', \quad (10)$$

$$F = 2 \int_0^1 \int_{-1}^1 H(x', z') e^{-K \frac{1}{2} z' \sec \theta + i \frac{KL}{2} x' \cos \theta} dx' dz', \quad (11)$$

$$r = \frac{R_w}{\rho g V^2 / L^3} = \frac{K^3}{2\pi} \int_0^{\pi/2} |F|^2 \sec^3 \theta d\theta, \quad (12)$$

(9) と (12) は同じ $\pi/2$ まであるから (8) と (10) を交換すれば

いいから、逆に

$$\left. \begin{aligned} \Sigma(x, y) &= A(x) Y(y) \\ H(x, z) &= B(x) Z(z) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(以下 x', y', z' のかわりに x, y, z と記す)

のように変数分離が出来るようにすると (8) では

$$\left. \begin{aligned} F^P &= F_x^P F_y^P \\ F_x^P &= \int_{-1}^1 A(x) e^{iKx \cos \theta} dx, \\ F_y^P &= \int_{-1}^1 Y(y) e^{iK\lambda y \sin \theta \cos \phi} dy, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(11) では

$$\left. \begin{aligned} F^T &= F_x^T F_z^T \\ F_x^T &= \int_{-1}^1 B(x) e^{iKx \sin \theta} dx, \\ F_z^T &= 2 \int_0^1 Z(z) e^{-iKz \sin \theta \cos \phi} dz, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となるから両方の F_x が等しいのはいいが、 F_y と F_z を等しいのはいい。

まず F_z は半円周積分であるが標準的であり、
て垂直航路船を考慮しよう。

即ち

$$Z(z) = 1, \quad 0 < z < 1 \quad (16)$$

$$\left[\int_{-1}^1 B(x) dx = 2 \right]$$

$$\overline{F_z^T} = \frac{\rho c \omega^2 \theta}{K\pi} [1 - e^{-2K\pi \sec^2 \theta}] \xrightarrow{\theta \rightarrow 0} 2 \quad (17)$$

圧力分布では

$$\int_0^1 A(x) dx = 2$$

とおくと

$$\int_0^1 Y(y) dy = 2$$

で

$$Y(y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} A_{1,1}^{(2n+1)} \phi, \quad y = -\cos \phi, \quad \left. \begin{array}{l} (19) \\ \frac{\pi}{2} \leq \frac{\phi}{K} \end{array} \right\}$$

$$a_1 = \frac{4}{\pi},$$

$$\overline{F_y^T} = \frac{\pi}{K\pi \sec^2 \theta \pi \pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (-1)^n a_{2n+1} J_{2n+1}(K\pi \sec^2 \theta), \quad \left(\xrightarrow{\theta \rightarrow 0} 2 \right) \quad (20)$$

(17) と (20) を較べると $\theta \rightarrow 0$ では 共に 2 で等しい。
つまり 横波成分ではあまり差がないと考えられる。

しかし θ が大きくなって来ると

$$\overline{F_z^T} \xrightarrow{2K\pi \sec^2 \theta \gg 1} \frac{(\cos^2 \theta)}{K\pi} \quad (21)$$

$$\overline{F_y^T} \xrightarrow{K\pi \sec^2 \theta \gg 1} \frac{\sqrt{2\pi}}{(K\pi \sec^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) a_{2n+1} \right] \times \quad \times \cos(K\pi \sec^2 \theta \pi \theta - \frac{3}{4}\pi), \quad (22)$$

丸の漸近展開の成立するように、圧力分布型の振巾
周数は垂直舷側の薄、船より大分小さくなるだろう。

② $K \tan^2 \theta = 1$, $K \lambda \sec^2 \theta / \mu = 1$ とする θ を求めてみる

$\sqrt{K} \lambda$	10	20	30	40	50	100
θ	72°	77.1°	79.5°	80.9°	81.9°	84.3°

$\frac{B}{T} = \lambda/t = 2$	$\sqrt{K} \lambda$	5	10	15	20	25	50
	θ	64.8°	72°	75.4°	77.1°	78.3°	81.9°

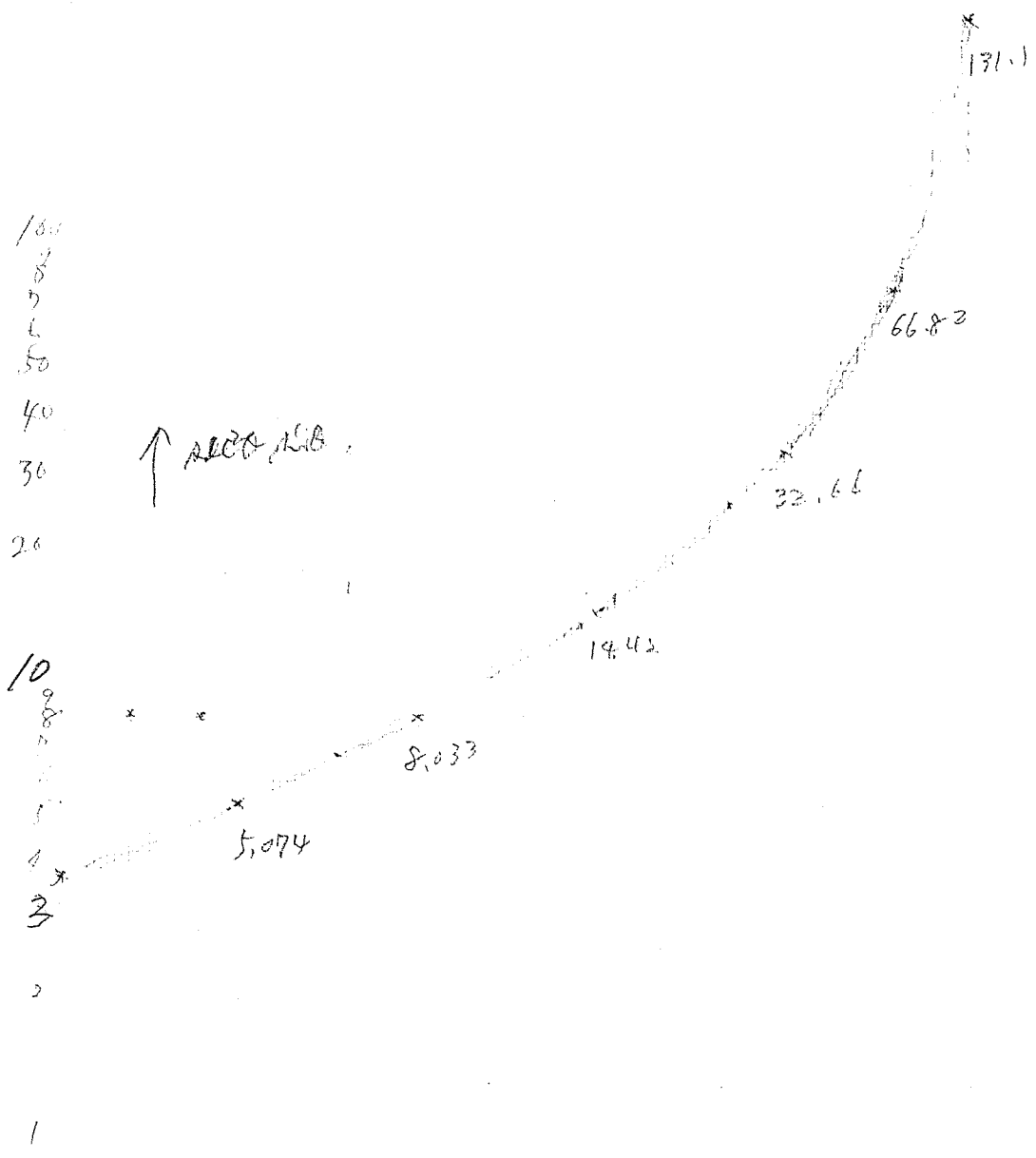
$\frac{B}{T} = \lambda/t = 3$	$\sqrt{K} \lambda$	3.33	6.66	10	13.33
	θ	60°	67.7°	72°	74.3°

$\frac{B}{T} = \lambda/t = 4$	$\sqrt{K} \lambda$	2.5	5	7.5	10
	θ	55°	64.8°	67.5°	72°

などとなるが λ が大きくなると F_y^p は F_2^T に比べて

分散成分が小さくなるであろう。

8



→ 0 in day.

60

70

80

90