

M

M-74

No.

Date 55.6.26

魚雷の空中姿勢と軌道 (落下傘で制動される場合)

別添紙

目次

1. 運動方程式

頁
1

2. 着小時加速度的見積り

5

3. 計算について

10/10

附録 A 落下傘による力の方向

A-1/1

" B $f(x)$ の関数近似

B-1/1

" C $\text{Max}(\frac{d^2x}{dt^2})$ の値

C-1/1

参考文献

1) 久留 尚治 "魚雷の水面入射について"

防大研究科年報 昭和50年2月

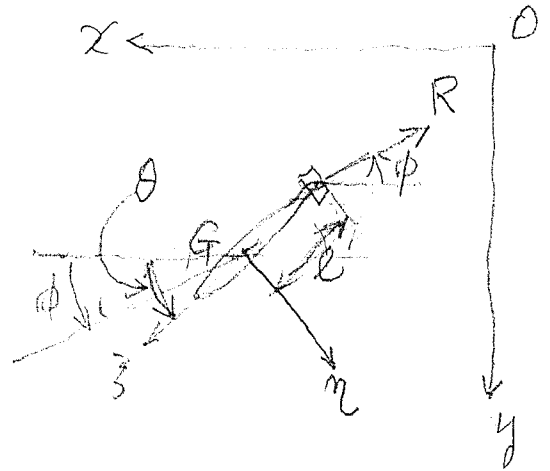
2) 久留 他 "鋼管回轉体の水面進入について"

西部造船会の報 53号 昭和52年5月

3) Burt. (英文出)

1. 運動方程式¹⁾²⁾

右図のように空間に固定した座標系を x, y (原点 O), 魚雷に固定した座標軸を ξ, η とし原点を重心 G とする。

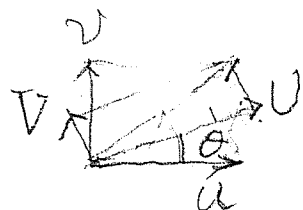


落下傘の質量も無視して附録 A のように考えよ
落下傘の制動力 R は重心軌道に平行である
また R に比して魚雷の空気抵抗は十分
では無視出来るよう。

しかし方向あるいは回転抵抗については
一応考えておこう。(最初から無視してもよいが
後で姿勢角のふらつきの制動効果を考慮する)
また x - y 座標系における速度成分を (u, v)
 ξ - η 座標系のを (U, V) とする。

すると

$$\left. \begin{aligned} u &= U \cos \theta - V \sin \theta \\ v &= U \sin \theta + V \cos \theta \end{aligned} \right\} (1.1)$$



よ、 η 方向の加速度を $\dot{U}, \dot{V}$, 重量 $W = mg$ とすると
運動方程式は

$$\begin{aligned} m \dot{U} &= m V \dot{\theta} + W \sin \theta - R \cos(\theta - \phi), \\ m \dot{V} &= -m U \dot{\theta} + W \cos \theta + R \sin(\theta - \phi) - D, \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$I \ddot{\theta} = -\ell R \sin(\theta - \phi) - D \ell$$

2.12 $I = m \ell^2$ (ℓ は慣性半径), D は η 方向の抗力で抵抗モーメント

は ℓ だけ 振り下ろした形で表わされるものとする。

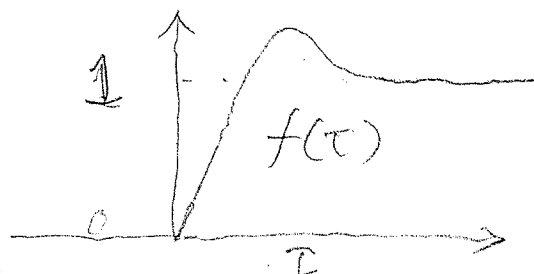
さて 落下傘の制動力 R は

$$R = \frac{\rho}{2} C_D S (U^2 + V^2) f(\tau - \tau_0)$$

$$= \frac{\rho}{2} C_D S (u^2 + v^2) f(\tau - \tau_0), \quad \dots (1.3)$$

2.12 ρ は空気密度, C_D 抵抗係数, S 面積。

τ_0 は開いた時刻とし $f(\tau)$ は図のような関数



$$f(\tau) = 0 \quad \text{for } \tau < 0$$

とし 実験値から与えるものとする。(所録 B)

抵抗力 D は、 γ なる点を働く集中抵抗と（
重心から遠く）

$$D = \frac{\rho}{2} GA V/V \quad , \quad \dots \quad (1.4)$$

と書いておこう。

なお G 点の座標を (x, y) とすると、

$$\dot{x} = u, \quad \dot{y} = v, \quad \dots \quad (1.5)$$

それ故

$$\left. \begin{aligned} U &= u \cos \theta + v \sin \theta = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta \\ V &= -u \sin \theta + v \cos \theta = -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta \end{aligned} \right\} (1.6)$$

これらの式を使って初期条件から Δt 刻みで
解いて行けばいい。

さてまず「最初機速 V_a で水平飛行する飛行機」
から魚雷は $t=0$ において水平に落下するものとし時刻 t_0
から落下傘が開き始めるものとする。

それまでは自由落下なので

$$\left. \begin{aligned} u &= V_a, \quad v = gt, \quad \theta = 0 \\ x &= V_a t, \quad y = \frac{g}{2} t^2, \quad \text{for } 0 < t < t_0 \end{aligned} \right\} (1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{それ故 } t=t_0 \text{ では } x &= V_a t_0, \quad y = \frac{g}{2} t_0^2 \equiv h \\ u &= V_a, \quad v = gt_0 = \sqrt{2gh}, \quad \theta = 0 \end{aligned} \right\} \dots$$

となつてゐるまでは簡単なのであらためてこの点から微分方程式を解き始めるものとする。

初期条件は次のようにとる。

$$x = l a t_0, y = \frac{1}{2} l a^2, z = \frac{1}{2} l a^2 \text{ において}$$

$$u = V a, v = g t_0, \theta = \varepsilon, \dot{\theta} = 0, \dots (1.8)$$

こゝに ε は「開傘までの「何等の原因」での姿勢の変化とし、小さいものと考えながらあらかじめ予知不能の量である。

運動方程式 (1.2) の力、式と W をわけて整理して Jg で割り

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{2} C_D S'}{W} \\ B &= \frac{\frac{1}{2} C_D S l^2}{W \chi^2} \\ a &= \frac{\frac{1}{2} C_D A}{W} \\ b &= \frac{\frac{1}{2} C_D A r l}{W \chi^2} \end{aligned} \right\} (1.9)$$

とかくと (1.2) は

$$\frac{\ddot{U}}{g} = \frac{V}{g} \dot{\theta} + \sin \theta - A (U^2 + V^2) f(t-t_0) \cos(\theta - \phi)$$

$$\frac{\ddot{V}}{g} = -\frac{U}{g} \dot{\theta} + \cos \theta + A (U^2 + V^2) f(t-t_0) \sin(\theta - \phi) - a V^2, \quad (1.10)$$

$$\frac{\ddot{\theta}}{g} = -B (U^2 + V^2) f(t-t_0) \sin(\theta - \phi) - b V^2$$

まず $t=t$ にあつて $(x, y, \phi, \theta, \dot{\theta}, u, v, U, V)$ の値から (1.10) の右辺を計算して $\ddot{U}/g, \ddot{V}/g, \ddot{\theta}/g$ を求め、 $t = t + \Delta t$ として

$$U(t + \Delta t) = U(t) + \dot{U}(t) \Delta t, \quad \dots$$

として $U, V, \dot{\theta}, \theta = \theta(t) + \Delta t \dot{\theta}(t)$ を求めて

u, v, x, y, ϕ も同様に求める。

これを繰り返せばよい。

2. 着水時加速度の見方

最も加速度の大きいのは $Burt^*$ によれば

一番最初に水に接して衝撃を

うける Shock phase であるから

これは μ second 程度の短時間

であるとすめるとまた今は低速でもあるがこのような

短い時間では ^{離脱} 装置が作動しないと考えられるので

これは考える必要がないだろう。

次は Flow forming phase と呼ばれる図のように

船体を浪手に飛ばす段階等であって加速度は大きく

これを過ぎて水に半ば以上入るとまた加速度は小

さくなるので問題は無い。

この phase は ^{10~100} milli-second 程度続くがこの間は

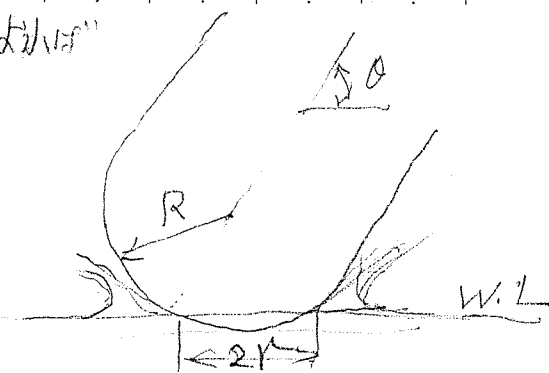
加速度が大きくて速度の自乗に比例する抵抗は

無視出来ると考えられている。

運動量の変化は $m \cdot v$ 、慣性力になると考えよう。

* Ven Te Chow, ed. "Advances in Hydroscience" vol. 1
1964, Academic Press.

"New contribution to Hydroballistics" F. S. Burt p. 235



3方向運動量は

$$(m+m')V, \quad (2.1)$$

と与えられるので、その時間微分が0、つまり運動量保存則がなり立つとすると

$$(m+m')\dot{V} = -V \frac{dm'}{dt}, \quad (2.2)$$

m' は水に入るための附加質量の3方向成分である。これはしかし、その phase の向中 m に比べて小さいと考えられるので、2.2 のように近似しておく。

$$\dot{V} = -\frac{V}{m} \frac{dm'}{dt}, \quad (2.3)$$

さて、頭部の垂直下方向き速度 v' は

$$v' = v + l_f \dot{\theta} \sin \theta, \quad (2.4)$$

l_f は 重心から先端迄の距離。

となるが $l_f \dot{\theta}$ は v に比べて小さいと考えられるので

$$v' \approx v, \quad (2.5)$$

ここで、頭部が半径 R の^(半)球形、あるいは接水部が曲率半径 R の球形であると仮定し、接水部の半径が r であるとしよう。

この時の3方向の附加質量は半径 r の

1) 板のつれて近似すれば

$$M' = \frac{4}{3} \rho_w r^3, \quad \dots \dots (2.6)$$

ρ_w は水の密度。

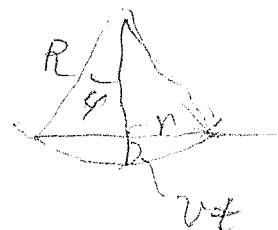
この z -方向成分は (x -方向の附加質量は今の場合は無視出来る) と考えられる。なお角ばっているところの値は場合が悪い) 2) のようになる。

$$m' = M' \sin \theta = \frac{4}{3} \rho_w r^3 \sin \theta, \quad \dots (2.7)$$

所で $t=0$ の瞬間向に着水し、その後ひたむきで水に進入する (短時間向の向は不変とする) とすると、

右図から

$$\left. \begin{aligned} r &= R \sin \varphi \\ vt &= R(1 - \cos \varphi), \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.8)$$



故

$$r = 2R \sqrt{\frac{vt}{2R} \left(1 - \frac{vt}{2R}\right)}, \quad \dots (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dm'}{dt} &= \frac{4}{3} \rho_w \sin \theta \cdot 8R^3 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{\frac{vt}{2R} \left(1 - \frac{vt}{2R}\right)} \cdot \frac{2}{2R} \left(1 - \frac{vt}{2R}\right) \\ &= 8 \rho_w \sqrt{R^2 \sin \theta} \sqrt{\frac{vt}{2R} \left(1 - \frac{vt}{2R}\right)} \left(1 - \frac{vt}{2R}\right), \quad \dots (2.10) \end{aligned}$$

これは最大値をもつ。

附録 C のように計算して見ると $\frac{vt}{2R} \div 0.15$ で

最大となり

$$\text{Max} \left[\frac{dM'}{dt} \right] = 8 \times (\quad) \rho_w V R^2 \sin \theta, \quad \dots (2.11)$$

これを (2.3) に代入すると

$$\text{Max} \left[\frac{-\dot{U}}{g} \right] = K \cdot \frac{\rho_w R^2 U V}{W} \sin \theta, \quad \dots (2.12)$$

$$K = 8 \times (2500) \approx 20,000, \quad \dots (3.13)$$

であるが、実験値と比較してこれを適当な値と

しておけばよい推定値が得られよう。

なお前出の Text の半円形乾部の実験では

最初約 1 milli-sec. の間大変大きく出て/徐々に小さくなり

再び 半 milli-sec で最大となるが着水瞬間の

の最大速度では装置は振動しないように考え

られる (この点で可動重量とその押さえバネの固有振

動が問題になり得る。つまりその周期が 1m-sec. 程度

だと問題があり得ようから調査の必要がある)

のでその後の最大加速度と (3.12) を比較して K

を定めればよい。

U, V は勿論着水時の値とする。

3. 計算について.

最初に 高度 H , 残速 V_a を与える.

$x=0, y=0$ で "投下" すると 案内索
の長さより少し小さい高さの
所で 索は 切れるだろう.

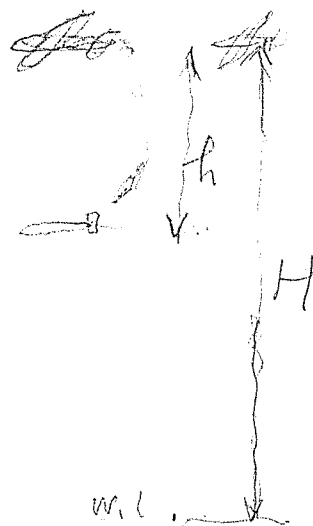
この時の 初期条件を (1.8)

と おいて 微分方程式 (1.10)

を Δt 刻み (Δt は (1.3) の $f(t)$ の形を 充分うまく 表わせる
程度 の値 とする).

なお 今回は (1.10) の a, b は 0 と して 計算 しよう.

$y=H$ (正確には 頭部が 接水した 時点 であるが
今は 近似 する). というのは 次の 加速 度の
見積り に y は 直接 入って 来ないので あまり 影響 はない)
になった 時点で 計算 を やめ (そういう 所で しかは
正確に $y=H$ である 必要 は なく $y < H < y + \Delta t$
の 時の y でもよい) (2.12) に よって 魚雷 の 長軸 方向
の 加速 度 を 見積り して 終了 となる.

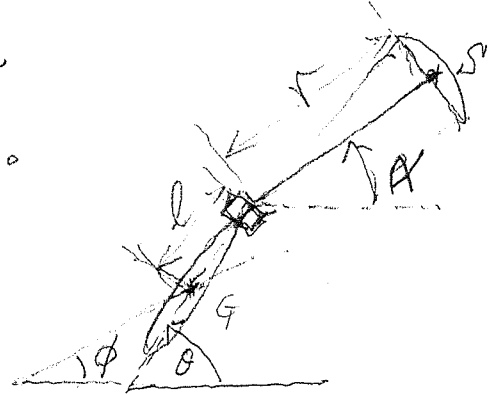


附録A 落下傘による κ の方向

図のように 落下傘の傾角 α ,
重心軌道の傾角を ϕ とする。

落下傘の重心点を S とし

その点の速度成分を



(u', v') とすると 1 図の記号から G 点の速度を (u, v) とすると

$$\left. \begin{aligned} u' &= u + l\dot{\theta}\sin\theta + r\dot{\alpha}\sin\alpha \\ v' &= v - l\dot{\theta}\cos\theta - r\dot{\alpha}\cos\alpha \end{aligned} \right\} \quad (A.1)$$

となるが $l\dot{\theta}$, $r\dot{\alpha}$ は 大抵 1 のオーダー であるのに
対し u, v は 数十 m/s の大きさなので 右辺の 2, 3 項
を 近似的に 無視 すると.

$$u' \doteq u, \quad v' \doteq v \quad (A.2)$$

従って 明らかに

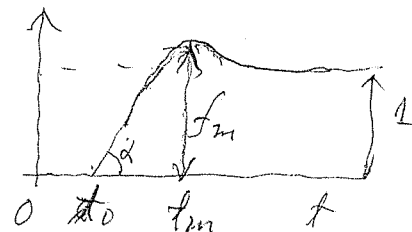
$$\alpha \doteq \phi, \quad (A.3)$$

つまり α は 重心軌跡の傾角に 等しい。

附録 B. $f(t)$ の関数近似

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0 \quad \text{for } t_0 > t > 0, \\ f(t) &= 1 - (1 - at)e^{-bt}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.1})$$

for $t > t_0$



$$\tau = \frac{g}{D_s}(t - t_0), \quad \dots (\text{B.2})$$

$g = \sqrt{u^2 + v^2}$ は $t = t_0$ の合成速度とし、 D_s は落下傘の
 (平均) 直径とする。

$$\frac{d}{d\tau} f(t) = [b(1 - at) + a]e^{-bt}, \quad \dots (\text{B.3})$$

であるから

$$\left. \frac{df}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{g}{D_s}(b + a) = \tan \alpha, \quad \dots (\text{B.4})$$

また

$$\left. \frac{df}{d\tau} = 0 \quad \text{for} \quad \tau = \frac{a+b}{ab} \right\} \quad (\text{B.5})$$

$$f \Big|_{\tau = \frac{a+b}{ab}} = 1 + \frac{a}{b} e^{-\frac{a+b}{a}} = f_m,$$

実験から $\tan \alpha$ と f_m を与えれば a と b を
 (B.4) と (B.5) の2式によって決める。

この時 f が最大となる t_m は任意に決められなくて
 (B.5) から a, b によって決まってしまふがこれはあまり
 重要でないと思うので簡略化して (B.1) の形とする。

問題 C, $\text{Max} \left(\frac{df}{dx} \right)$ の値

$$f(x) = \sqrt{x(1-x)} (1-2x), \quad \dots \quad (C.1)$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{(1-2x)^2}{2\sqrt{x(1-x)}} \neq 2\sqrt{x(1-x)}, \quad \dots \quad (C.2)$$

① $\therefore \frac{df}{dx} = 0$ となる x は $x = 1/4$

$$(1-2x)^2 = 4x(1-x) = 1-4x+4x^2$$

$$1.464$$

$$\text{つまり} \quad 8x^2 - 8x + 1 = 0, \quad \dots \quad (C.3)$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-32}}{16} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{4} = 0.5 \pm 0.3536$$

$$= 0.1464, 0.8536, \quad \dots \quad (C.4)$$

大きい方の根では $f < 0$ となるので小さい根、小さい方をとると

$$f(0.149) = 0.3535 \times 0.4072 = 0.2500, \quad (C.5)$$