

P

11-50

昭和 51 年 5 月 18 日

ダクト付プロペラの推力減少について

別紙 2 枚

内容

頁

1. 序論

1

2. 流れ関数表示と境界値問題

2

3. 本体の近似解

7

4. 短いダクトの近似解

9 F

5. 推力減少と伴流 (I)

11

6. " " (II)

16

7. 結論

18-18

参考文献

附録 A ダクトの近似解

A1-1

" B 軸流ポンプ理論について

B1-3

" C ダクト厚みの影響

C1-2

図 1~4

1. 序論

ダクト付プロペラに関する研究は数多く¹⁾²⁾¹⁰⁾¹¹⁾枚挙に暇がないけれど、初期設計的段階においてダクトの姿勢形状とそれが受持つ推力に關するまとまった記述は大変少ない。

そこで本論文ではダクトが充分短いものとして近似解を求めその仰角、薄くかつ キャンバーおよびプロペラスリット²⁾の訂数としてダクト内流速、ダクトの受持つ推力を表現した。

この表現は上記の変数の一次訂数となつてゐるので大変有用である。

次に船後のダクト付プロペラの推力減少についてはダクトなしプロペラと少し異なるであろうと予想される。

つまりダクトと船体の干渉はプロペラとの干渉とは様子が違うであろうから一応検討して見る必要がある。

そこで簡單の爲に船体が回転体である場合を採り上げて近似値を求めて見た事とした。

なお近似値を求める前に正しい値を求める爲の表現を次節に示し、又プロペラ¹⁾としては無限葉数作動円板模型を採用した。

最後にダクト内のプロペラは軸流ポンプと見なす事が出来る事が従来の研究にも指摘されてをり、大変有用と思われるので両理論を対比し、又ポンプ効率と全体の推進効率とをダクト効率なる概念を導入して結びつけて見た。

これは新しい概念ではないが積極的に船体効率をも含ませて船後プロペラにも適用しようと言ふものである。

昭和 年 月 日

2. 流れ関数表示と境界値問題

回転対称な流れのみを考えることにするので図1のように円筒座標系をとり、速度ポテンシヤルの他にストークスの流れ関数を導入する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.1)$$

さて普通速度ポテンシヤルには次節のように吹き出し及び吸込み分布で表現されるか、次のように円輪状サーキュレーションで表現するとそのサーキュレーション強さはその点の速度に等しいので大変便利である。

$$\phi(x, y) = \int \gamma(x', y') S(x, y; x', y') ds, \quad (2.2)$$

$$ds = \sqrt{dx'^2 + dy'^2}$$

$$S(x, y; x', y') = \frac{1}{4\pi} \int_0^{y'} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{R} \right) y' dy' d\theta, \quad (2.3)$$

$$R^2 = (x-x')^2 + y^2 - 2yy' \cos \theta + y'^2,$$

S は上式からわかるように半径 y' の円周上=重吹き出し分布でもあるから物体が有限な長さを持つ場合無限遠方で ϕ は高々二重吹き出しにしかならない。

対称する流れ関数は⁽²⁾

$$\psi(x, y) = \int \gamma(x', y') G(x, y; x', y') ds, \quad (2.4)$$

昭和 年 月 日

$$G(x, y; x', y') = \frac{y}{4\pi} \frac{2}{y'} \int_0^{y'} \int_0^{2\pi} \frac{y' dy' d\theta}{R}, \quad (2.5)$$

あるいは

$$G = - \frac{yy'}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{R} = \frac{r_2}{2\pi} \left[E(k) - \frac{(1+k'^2)}{2} K(k) \right], \quad (2.6)$$

$$r_1^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2, \quad r_2^2 = (x-x')^2 + (y+y')^2,$$

$$k^2 = 1 - k'^2, \quad k'^2 = r_1^2 / r_2^2,$$

2.2.12 E, K は 完全楕円積分である。

フロベラの流場については作動円板モデルを採用する。

つまり無限翼板で半径に沿って一様なサーキュレーションの分布を持ち無限後方後流内で

スリップ速度 s を持つフロベラの軸方向速度はフロベラ後流内筒面で一様な円輪状サーキュレーション分布で表現出来る。

回転方向速度については今は流れ全体が回転対称と考えているので境界条件に依存なくなつて考える必要がない。

又2の点についてはフロベラが二重反転であるかもしくは直後に静翼があつてその回転速度が完全に打消し合つて後流には回転速度が零でない状態のみ考えるとしてよい。

点 x' は半径 D , ボス半径 b の作動円板の任意ポテンシャル, 流れ関数は

$$s\phi_A(x, y) = s [S_A(x, y; x', D) - S_A(x, y; x', b)], \quad (2.7)$$

$$s\psi_A(x, y) = s [G_A(x, y; x', D) - G_A(x, y; x', b)], \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta_A(x, y; x', y') &= \int_{-\infty}^{x'} \Delta(x, y; x', y') dx', \\ G_A(x, y; x', y') &= \int_{-\infty}^{x'} G(x, y; x', y') dx', \end{aligned} \quad (2.9)$$

よく知られてゐるように

$$\begin{aligned} u &= s \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_A \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \begin{cases} s & \text{for } D > y > b \\ 0 & \text{for } y > D, y < b, \end{cases} \\ u &= s \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_A \xrightarrow{x \rightarrow x'} \begin{cases} s & \text{for } D > y > b \\ 0 & \text{for } y > D, y < b, \end{cases} \end{aligned} \quad (2.10)$$

この作動円板の受け持つ推力 T_E は無限遠流における運動量増加による推力から吸込みとしてのプロペラに効くウガリー抗力を差引して

$$T_E = \rho A s \left(1 + \frac{s}{2}\right), \quad A = \pi(D^2 - d^2), \quad (2.11)$$

となり、プロペラの運動量理論による式に一致する。さて前述のようにプロペラ以外の速度ポテンシャルは無限遠方では高々二重項出しとなるから運動量の収支はなくこの作動円のみが関係し、系全体の有効推力は常に (2.11) で表わされる。

つまり作動円板近似では特定のプロペラをあるいは単独で特定の推力を持つプロペラでなく船殻又はダクト内で (2.11) の有効推力を出すプロペラを考えるので少し現実味が薄れるが、一方このように単純化する事で解析がかなり大変楽になるのである。

序でながらこの近似ではプロペラ翼のサーキュレーション分布は半径方向に一様と

ダクト内の

昭和 年 月 日

としたが、これは又、フロペラを軸流ポンプと見なす時、これは最適分布である(附録B参照)。それ故前出の回転方向運動の無視と共にこれは理想的な状態のモデル化と言える。

そこで最後に境界値問題には流れ関数で指定するのが便利で

$$\begin{aligned} \psi(x, y)|_H &= -\frac{y^2}{2}, \\ \psi(x, y)|_D &= -\frac{y^2}{2} + \text{Const}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

となるが、ここでダクトの境界条件の中にある定数は未定であるから問題は不定となるが、ダクト後端の流出条件

$$\gamma_D|_{\text{trailing edge}} = 0, \quad (2.13)$$

を指定すれば解は定まる。

積分方程式としての(2.12)を解けば問題は解決するけれどそれは必ずしも得策ではない。

と言うのは、ダクトとフロペラの相互干渉は大きいけれども其の他の相互干渉は弱いものと考えられるし、又又々単独の時の解も欲しい故逐次近似的に解く方が便利であろう。

そのようにして得られた解は次のように書けるだろう。

$$\begin{aligned} \gamma_H &= \gamma_H^0 + \gamma_H^D + S[\gamma_{HH}^{AD} + \gamma_{HH}^{AD}], \\ \gamma_D &= \gamma_D^0 + \gamma_D^H + S[\gamma_D^{AD} + \gamma_H^{AH}], \end{aligned} \quad (2.14)$$

昭和 年 月 日

ここで肩符 O は 夫々 単独の時の解, D は ダクトの影響
 H は 本体の影響, A は フロペラの 影響を示す
ものとする。

この式で フロペラの 影響はすべて スリット π に
比例する形で表われる所が 大変 簡潔で 従って
便利 な点である。

又 式中 肩符 O, A 以外の量は 一般に
小さい量と 考えられるので π 近似と しては
無視しても よいと 考えられる。

しかし 兎れにしても この方法では 積分方程式を
解かねばならないので 計算は 複雑になる。

そこで 以下の 考察では これらの 近似 解を
導出しよう。

3. 本体の近似解⁽³⁾

実際に取扱う物体は「細長い」ので (2.2), (2.3) において

$$\sigma ds \doteq dx, \quad \dots \quad (3.1)$$

$$S(x, y; x', y') = \frac{y'^2}{4} \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{R}, \quad \dots$$

としてもよい。

こうすると (2.2) は

$$\phi(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 A(x') \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{R} dx'$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{dA(x')}{dx'} \frac{dx'}{R}, \quad (3.2)$$

$$A(x') = \pi y'^2(x'), \quad \dots \quad (3.3)$$

となつてよく知られた近似表現を得る。

(3.2) において

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) Q_n(\xi) P_n(\mu) P_n(\mu'), \quad (3.4)$$

$$x = \xi \mu, \quad y = \sqrt{\xi^2 - 1} \sqrt{1 - \mu^2}, \quad x' = \mu',$$

P_n, Q_n は 1, 2 種の レジャンドル変数。

なる図線を利用して更に

$$Q_n(\xi) \xrightarrow{\xi \rightarrow 1} \log \left(\frac{2\sqrt{1-x^2}}{y} \right), \quad \dots$$

と近似すれば

$$\phi(x, y) \doteq -\frac{1}{2\pi} \frac{dA(x)}{dx} \log \left(\frac{2\sqrt{1-x^2}}{y} \right), \quad (3.5)$$

を得る。

よって $u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \doteq \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{2\pi} \frac{dA(x)}{dx^2} \left(\frac{2\sqrt{1-x^2}}{y} \right), \quad (3.6)$

$$v = \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \doteq \frac{1}{2\pi y} \frac{dA(x)}{dx}, \quad (3.7)$$

(3.6) から 伴流率 w を求めると

$$w_H = -\frac{2\pi}{A} \int_b^D u y dy = \left[\frac{1}{2} + \log\left(\frac{2\sqrt{1-x^2}}{D}\right) - \frac{\pi a^2}{A} \log\left(\frac{D}{a}\right) \right], \quad (3.8)$$

$\frac{d^2 A(x)}{dx^2} \quad \text{if } A = \pi(D^2 - a^2)$

短い
4. ダクトの近似解²⁾

ダクトの直径を $2D$ 、長さ $2l$ とし、厚さが 0 で特異点は半径 D の円筒面上に分布すると近似的に考えると (2.4) は

$$\psi(x, y) = \int_{-l}^l \gamma(x') G(x, y; x', D) dx', \quad \dots (4.1)$$

となり、この時 γ はダクト内外面の速度差となる。

この解については今更述べる必要もないけれど、ここでは長さ $2l$ が D に比べて充分小さい場合について具体的な解を記し後の便に供する。

さてそのような時 (2.6) は

$$G(x, D; x', D) \doteq \frac{D}{\pi} \left[1 - \frac{1}{2} \log \left| \frac{8D}{x-x'} \right| \right], \quad (4.2)$$

と近似されるので (4.1) は

$$\begin{aligned} \psi(x, D) &= \frac{D}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \log \frac{8D}{l} \right) P \\ &\quad + \frac{D}{2\pi} \int_{-l}^l \gamma(x') \log \left| \frac{x-x'}{l} \right| dx', \quad (4.3) \end{aligned}$$

$$P = \int_{-l}^l \gamma(x') dx', \quad \dots (4.4)$$

境界値問題を解くにはこの式でもよいが次のように速度とした方が少し簡単になる。

即ち (4.3) を微分して

$$v(x, D) = -\frac{1}{D} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l}^l \frac{\gamma(x')}{x-x'} dx', \quad (4.5)$$

これは全くスリット薄翼の場合と同形である。

昭和 年 月 日

境界条件は 仰角 α , キャンバー角 β とすると

$$\psi(x, D) = \pi\alpha + \beta \quad (4.6)$$

であり, 又 フォープラの誘起速度に対しては

$$\begin{aligned} \psi(x, D) &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \psi_A}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[G(x, D; x', D) - G(x, D; x', R) \right], \\ &= -\frac{\partial}{\partial x} \left[1 - \frac{1}{2} \log \left| \frac{\partial D}{\partial x} \right| \right], \quad (4.7) \end{aligned}$$

ここで ボス長 $= 0$ とし 又 フォープラ位置は原点とする。

(4.6) と (4.7) を (4.5) に代入して 解 ψ を求め
それを (4.4), (4.3) に代入すると まとめて

$$P = -\pi l(2\alpha + \beta) - sl \left(\log \frac{16D}{e} - 2 \right), \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} w_D &= -\frac{2\pi}{\pi D^2} \psi(0, D) = -\frac{2l}{D} \left(\log \frac{16D}{e} - 2 \right) \alpha - \frac{l}{D} \left(\log \frac{16D}{e} - \frac{3}{2} \right) \beta \\ &\quad - \frac{sl}{\pi D} \left(\log \frac{16D}{e} - 2 \right)^2, \quad (4.9) \end{aligned}$$

を得る。

w_D は フォープラがダクト中央にある時の ^(ダクト内) フォープラ
内上の平均伴流率である。

図3の点線で (4.9) 式の右辺の α, β, s の係数を
示す。又 附録A でより正しい近似値を計算して
実線で示してある。

この図から l/D が大きくなると α, β による増減速
効果が大きくなり それが小さくなると フォープラ自身の加速
効果が相対的に大きくなる。

それ故 ダクトの摩擦抵抗を考慮して 失速しないう限りに出来る
だけ大きい α, β をとつて sl を小さくする方が 効率か
よい事になる。

5. 推力減少と伴流 (I)

粘性を無視すれば"推力減少と伴流の両"にはよく知られた関係がある。

それをえず"ダクトなしのプロペラと本体がある場合"について見ておこう。

2. の表現によれば"本体に働く抵抗力は ベルヌーイの定理により

$$\Delta R_H = -\pi \rho \int \alpha_H^2 y \frac{dy}{ds} ds, \quad (5.1)$$

として直ちに計算出来る。

これは サークル-シヨン表示の一つの利点であるが今は少し不便であつて、クッタ・ジユコフスキーの定理 (2.5) から誘導する事も出来るが) を使うと

$$\Delta R_H = 2\pi \rho s \int_H \alpha_H \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_A ds, \quad (5.2)$$

と与えられる。

(2.8) を代入して (2.4) を参照すると

$$\begin{aligned} \Delta R_H &= 2\pi \rho s [\psi(x, D) - \psi(x, d)] \\ &= \rho s w_H A, \end{aligned} \quad (5.3)$$

さて

$$w_H = -\frac{2\pi}{A} [\psi(x, D) - \psi(x, d)], \quad (5.4)$$

w_H は 伴流率 であり, x はプロペラ位置である。

プロペラにはこれと同一の推力と有効推力 (2.11) が働くので、これを T_p とすると推力減少率

とは

$$1 - \epsilon = \frac{T_E}{T_p} = \frac{1 + \frac{s}{2}}{1 + \frac{s}{2} + w_H} \quad \text{or} \quad \epsilon = \frac{w_H}{1 + \frac{s}{2} + w_H} \quad (5.5)$$

昭和 年 月 日

角な ⁴⁾
 これが Dickman の得た式である。

又 w_H の第1近似は (3.8) で与えられる。

次に本体がなくてダクトとプロペラがある場合を
 考えよう。

この場合も計算式としては (5.1) ~ (5.3) と同様
 であるから 結局 ダクトに働く抗力は

$$\Delta R_D = \rho S w_D A, \quad \dots (5.6)$$

となり, w_D はダクトによりプロペラ面に誘起する
 併流率であつて近似的には (4.9) で与えられる。

従来の研究で定義される比では推力減少率を
 とすると

$$\tau = \frac{T_P}{T_E} = \frac{1}{1-\epsilon} = 1 + \frac{w_D}{1+\frac{S}{2}}, \quad \dots (5.7)$$

のようになる。(T_P はプロペラ推力)

この式の分子、分母又 (4.9) の式も共に S の
 一次式となつてゐるのでこれらの量は 荷重度 G_T
 の関数として表示するよりは S の関数として
 表示する方が便利であらう。

S と G_T の関係は (2.11) より次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} G_T &= T_E / \left(\frac{\rho}{2} A \right) = 2S + S^2 \\ S &= \sqrt{1 + G_T} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

さてダクトの中のプロペラは軸流ポンプと見な
 す事が出来、又そのように考えるとダクトの影響
 を考慮に入れたプロペラの設計法として
 合理的であると考えられる。

この時、ポンプとしての効率を η_{pump} と
 するとダクトも含めた系の推進効率 η_{pd} は

$$\eta_{pd} = \frac{T_E V}{L} = \eta_{\text{pump}} \eta_d, \quad \dots (5.9)$$

昭和 年 月 日

$$\eta_{\text{pump}} = \frac{T_P V_P}{L}, \quad \eta_d = \frac{T_E}{T_P} \times \frac{V}{V_P}, \quad \dots (5/10)$$

で与えられる。

ここで L はポンプ動力, V は一様流速 (ここでは単位速度としている), V_P はプロペラ面での水の速度。

この η_d を以下ダクト効率と呼ぶことにしよう。
これはその定義から船体効率と同じ役割をしているが速度比として一様流速とプロペラ面での水の流速の比をとっている所が少し違っている。

さてプロペラの流入速度 V_P は明らかに

$$V_P/V = 1 + \frac{S}{2} - w_0, \quad \dots (5/11)$$

となり, この右辺の $\frac{S}{2}$ はプロペラ自身の誘導速度である。

それ故 (5/7) と (5/11) を使ってダクト効率は

$$\eta_d = \frac{1 + \frac{S}{2}}{(1 + \frac{S}{2})^2 - w_0^2}, \quad \dots (5/12)$$

と書ける。

従って一般に η_d は 1 より小さく, 推進効率はポンプ効率より低い事がわかる。(5/6)

最後に本体とダクト付プロペラがある場合を考えよう。

この場合本体に働く力は (5/3) つまりプロペラの影響によるもの以外に次のようなダクトによる抗力 (従ってダクトには推力) が余分に働く。

昭和 年 月 日

$$\Delta R_{HD} = 2\pi\rho \int_H \gamma_H \frac{\partial \psi_D}{\partial x} ds$$

$$= -2\pi\rho \int_D \gamma_D \frac{\partial \psi_H}{\partial x} ds, \quad (5.13)$$

ここでダクトが充分短かりとすると、この後の式で近似的に (3.7), (4.4) を代入する。

積分して PAR

$$\Delta R_{HD} = -\rho P \frac{dA(x)}{dx}, \quad r = \frac{P}{A} \frac{dA}{dx}, \quad (5.14)$$

増速ダクトでは P は負であり、又 $\frac{dA}{dx}$ は一般に負であるからこれは推力となる。

しかしこの抗力だけダクトには推力が働らくのでプロペラに働く推力は (5.3) と (5.6) を加え合せて

$$\frac{T_P}{T_E} = \frac{1}{\epsilon} = 1 + \frac{w_D + w_H}{1 + \frac{s}{2}}, \quad (5.15)$$

ダクトに働く推力 T_D は (5.6) と (5.14) で与えられ、これにプロペラ推力を加えたものと有効推力の比を推力減少率 ϵ とする。

$$\frac{1}{1-\epsilon} = \frac{T_P + T_D}{T_E} = 1 + \frac{w_H}{1 + \frac{s}{2}} + \frac{r}{s(1 + \frac{s}{2})},$$

$$\text{or } \epsilon = \frac{w_H + r/s}{1 + \frac{s}{2} + w_H + r/s}, \quad (5.16)$$

となるので増速ダクトでは (5.5) に比してダクトの為に推力減少率は少し増加する。

模型試験会においてもこのような現象はあるように見える。

さてこのような立場はダクトとプロペラを一体として推進器と考える立場であるが、実船に

昭和 年 月 日

について考えると測定出来るのはプロペラのトルク(又は推力)だけであるから、実用上必ずしも便利ではなく、(5.9)のようにポンプ効率を含める方がよい事も考えられる。

その時は推進効率 η は

$$\eta = \frac{T_E V}{L} = \eta_{\text{pump}} \cdot \eta_{\text{HD}} \quad , \quad (5.17)$$

$$\eta_{\text{pump}} = \frac{T_P \cdot V_P}{L} \quad , \quad \eta_{\text{HD}} = \frac{T_E \times V}{T_P \cdot V_P} \quad , \quad (5.18)$$

と書いて T_E/T_P は (5.15) で与えられ又

$$V_P/V = 1 + \frac{s}{2} - w_D - w_H \quad , \quad (5.19)$$

であるから

$$\eta_{\text{HD}} = \frac{1 + \frac{s}{2}}{(1 + \frac{s}{2})^2 - (w_D + w_H)^2} \quad , \quad (5.20)$$

となる。

昭和 年 月 日

6. 推力減少と伴流 (Ⅱ)

前節の考察に粘性を考慮に入れるとどう修正されるかについて考えよう。

粘性を考慮すると伴流には摩擦成分 w_f が含まれて来、ダクトは摩擦抵抗 R_D をもつ。

又フロワ推力も粘性の爲に理想状態の γ 倍 ($\gamma < 1$) に減少する。

しかし普通に仮定されるように推力減少等の相互干渉力は粘性の影響を受けないものとしよう。

そうするとフロワとダクトの干渉力は互に打ち消し合うので有効推力は

$$T_E = \gamma T_{Ei} - R_D, \quad \dots (6.1)$$

$$C_{Ti} = \frac{T_{Ei}}{\frac{\rho}{2} A V^2} = \frac{T_E + R_D}{\gamma \left(\frac{\rho}{2} A V^2 \right)}, \quad \dots (6.2)$$

と成り、これから計算したスリット γ を使うべきである。

$$S = \sqrt{C_{Ti} + 1} - 1, \quad \dots (6.3)$$

本体とダクト・フロワ共に共存する場合に於いて考えると (5.15) は

$$\frac{1}{L} = \frac{T_P}{T_E} = \frac{T_{Pi}}{T_{Ei}} \cdot \frac{T_P}{T_{Pi}} \cdot \frac{T_{Ei}}{T_E} = \left(1 + \frac{w_D + w_H}{1 + \frac{S}{2}} \right) (1 + C_D), \quad (6.4)$$

$$\therefore (2.27) \quad \gamma = T_{Pi} / T_P, \quad C_D = R_D / \frac{\rho}{2} A V^2, \quad (6.5)$$

又 (5.19) は

$$V_P / V = 1 + \frac{S}{2} - w_D - w_H - w_f, \quad (6.6)$$

昭和 年 月 日

のように修正すれば"充分"であろう。

ここで γ は 附録Bを見るように 近似的には

$$\gamma = 1 - \frac{2\varepsilon V_P}{\eta_{pump} \pi n D} \quad (6.7)$$

n は毎秒回転数; ε は フォムペラの抗揚圧比とする。

なお (6.1) 式では ダクトの推力も γ 倍に減少すると見込んでしまったので 例えば (6.4) による γ は少し小さい値となろうか C_D として 平板摩擦を考えるとこれは少々小さい値の推定値であろうから互に打消し合う方向であろう。

全体の推進効率 η_{HD} は (5.17) のように表現出来て ダクト船体効率 η_{HD} とでも呼ぶべきものは (5.18) と同様

$$\eta_{HD} = \frac{T_E}{T_P} \cdot \frac{V}{V_P} \quad (6.8)$$

となり 右辺に (6.4) と (6.6) を代入すればよい。

船後のダクト付フォムペラの場合 ダクト全体が摩擦伴流の中に入るのだからこのように取扱うには少し疑念が伴うが 原理的には一つの方法であろう。

昭和 年 月 日

7. 結論

回転体の後端近くにあるダクト付プロペラの流場を近似的に解析して推力減少、伴流の近似値を求め、推進効率について考察した。その結果次のような結論をえた。

- i) ダクトの増速、減速効果は近似的にその仰角、キャンバー、プロペラスリット比の二次関数として表現され、その数値で見ると限り相当短いダクトでもその効果は大きい。
 - ii) ダクトの持つ推力あるいはプロペラ推力と有効推力の比は減速率又は伴流率と直接関係づけられる。
 - iii) ダクト付プロペラを一体の推進器と見なして本体との間の推力減少率を求めた場合、その中には本体とダクトとの相互干渉力が含まれ、例えば増速ダクトでは吸引力となり、ダクトなしの場合に比し推力減少は少し増加する。
 - iv) ダクト中のプロペラを軸流ポンプと見なして設計する考えがあり、そうすると例えばプロペラ直後に静置を置くような時も設計は容易になる。
- このような時は船体効率の替りにダクト効率あるいはダクト船体効率のようものを導入しなければならない。

- 1) Isay, W.H., "Propellertheorie", Springer, 1964, Kap. 2
Ringflügel und Düsenpropeller,
- 2) Dickman, H.E., "Grundlagen zur Theorie ringförmiger Tragflügel",
Ing. Arch. Bd.11, 1940.
- 3) Dickman, H.E. und Weissinger, J., "Beitrag zur Theorie optimaler
Düsen-schrauben", Jahr. Schiffb. Tech. Ges: Bd.49, 1955.
- 4) Dickman, H.E., "Schiffskörpersog, Wellenwiderstand eines
Propellers und Wechselwirkung mit Schiffswellen", Ing. Arch.,
Bd.9, 1938.
- 5) Van Manen, J.D. and Superina, A., "The Design of Screw Propellers
in Nozzles" I.S.P., Vol.6, No.55, 1959.
- 6) Van Manen, J.D. and Oosterveld, M.W.C., "Analysis of Ducted
Propeller Design", Trans. S.N.A.M.E. Vol.74, 1966.
- 7) Gibson, I.S. and Lewis, R.I., "Ducted Propeller Analysis by
Surface Vorticity and Actuator Disc Theory", Proc. of
Symposium on Ducted Propellers, R.I.N.A., 1973.
- 8) Minsaas, K.J., Jacobsen, G.M. and Okamoto, H., "The Design of
Large Ducted Propellers for Optimum Efficiency and
Manoeuvrability", Do
- 9) Morgan, W.B., "Theory of the Annular Airfoil and ducted Propeller",
4-th Symposium on Naval Hydrodynamics, 1962.
- 10) Weissinger, J. and Maas, D., "Theory of the Ducted Propeller-A
Review", 7-th Symp. on Naval Hydrodynamics, 1968.
- 11) Morgan, W.B. and Caster, E.B., "Comparison of Theory and Experiment
on Ducted Propellers", Do.
- 12) H.Lamb., "Hydrodynamics" Cambridge, 1932.
- 13) E.O.Tuck., "Some method for flow past blunt slender bodies".
J.F.M. Vol.18. 1964.
- 14) 山県昌夫 「船型学推進編」 天然社 昭和27年.
- 15) 生井武文 「遠心軸流送風機と圧縮機」 朝倉書店 昭和44年.

昭和 年 月 日

附録 A ダクトの近似解

4節の近似を進めるのに核関数を級数展開にさらに多くの項を用いるのが正当な方法である²⁾が実際に図を描いて見ると G は大変複雑な関数であつて、

$$G(x, D; 0, D) = \frac{1}{\pi} \left[1 - \frac{1}{2} \log \frac{8D}{|x|} - \frac{ax^2}{8D^2} \right], \quad (A.1)$$

とおき $a = 1.3 \sim 2$ とおくと $x/D < 2$ の範囲で誤差を 0.005 程度にする事が出来る。

そこで上式を用いて積分方程式を解き必要な諸量を求めると

$$T = - \frac{2\pi l}{(1 - \frac{al^2}{4D^2})} \left\{ \alpha \left(1 + \frac{al^2}{2D^2} \right) + \frac{\beta}{2} \right\} - \frac{sl \left(\log \frac{16D}{l} - 2 + \frac{al^2}{8D^2} \right)}{(1 - \frac{al^2}{4D^2})}, \quad (A.2)$$

$$w_D = -2\alpha A - \beta B - sC,$$

$$A = \frac{(l/D)}{(1 - \frac{al^2}{4D^2})^2} \left[\log \frac{16D}{l} - 2 + \frac{al^2}{4D^2} \left(1 + \frac{al^2}{8D^2} \right) \right] \quad (A.3)$$

$$B = \frac{l \left(\log \frac{16D}{l} - \frac{3}{2} \right)}{D \left(1 - \frac{al^2}{4D^2} \right)},$$

$$C = \frac{A}{\pi} \left(\log \frac{16D}{l} - 2 + \frac{al^2}{8D^2} \right),$$

昭和 年 月 日

附録 B 軸流ポンプ理論について 3) 5) 14) 15)

ポンプでもフロペラでも共に渦理論を使って
いるので本質的には同じであるけれど記述の
体裁は大変異なっている。

ポンプ理論では速度三角形から
始まっているフロペラ理論とは大分趣きが異なる
けれど羽根中心位置におけるセ切線方向速度
は羽根後方の値の半分と見なせば、誘導
図4のようにフロペラ理論の場合と略々
同じになる。(ポンプ理論でも結果的にそうになっている)

今回転数を n , 角速度を $\omega (=2\pi n)$ とし
羽根を r なるサーキュレーションで代表させると
半径 r における羽根要素に働く推力 dT_0
トルク dM_0 は羽根数を z として

$$dT_0 = \rho z P \left(\omega r - \frac{zP}{4\pi r} \right) dr, \quad (B.1)$$

$$dM_0 = \rho z P V_p r dr, \quad (B.2)$$

所で無限後方における(ポンプ理論では羽根
直後の速度三角形における)誘導速度を $\omega' r$
とすると セ切線方向

$$\omega' r = \frac{zP}{2\pi r}, \quad (B.3)$$

効率は

$$\eta_0 = \frac{V_p dT}{\omega dM} = 1 - \frac{\omega'}{2\omega}, \quad (B.4)$$

フロペラ理論ではその他に更に軸方向誘導
速度による損失があるからである。

昭和 年 月 日

又プロペラ理論における効率最高のベッツの条件に対応するものは今は

$$T = \text{const.} \quad (\text{B.5})$$

であるから^{正に}本文において採用した作動円板モデルに対応している。

粘性を考慮すると。

$$dT = dT_0 (1 - \varepsilon \tan \beta_i) \quad (\text{B.6})$$

$$dM = dM_0 (1 + \varepsilon \cot \beta_i) \quad (\text{B.7})$$

$$\eta = \eta_0 \frac{1 - \varepsilon \tan \beta_i}{1 + \varepsilon \cot \beta_i} \quad (\text{B.8})$$

また

$$\tan \beta_i = \frac{V_P}{(\omega - \frac{\omega'}{2}) r} = \frac{V_P}{\omega r \eta_0} \quad (\text{B.9})$$

又 ε は羽根の抗揚力である。

近似的には (B.6), (B.7) を積分した値で

$$\begin{aligned} T &= T_0 (1 - 2\varepsilon \tan \beta_i) \\ M &= M_0 (1 + \frac{2}{3} \varepsilon \cot \beta_i) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

となると言う。

また β_i は羽根先端における値である。

最後にプロペラ特性曲線は前進定数 $v = \frac{V}{nD}$ で定まるがホントでは流量係数

$$\phi = \frac{V_P}{\pi n D} \quad (\text{B.11})$$

によって定まる。

プロペラにおける推力定数 $K_t = T / \rho n^2 D^4$ に対応するものはホントの圧力係数 C_p で

昭和 年 月 日

$$\psi = \frac{2gH}{(\pi n D)^2} = \frac{2T}{\rho A (\pi n D)^2} \quad (B.12)$$

但し H はポンプ水頭, A はポンプ内断面積。
トルク定数に対応するものはポンプでは普通使わ
れず設計定数 B_p, δ に対応して比較同軸
度が使われる。その無次元形は

$$\sigma = \psi^{\frac{1}{2}} / \psi^{\frac{3}{4}} \quad (B.13)$$

となり、この値はポンプ形式を決める。

ダクトプロペラの場合は σ は大変大きくて
通常のポンプの範囲を遙かに超えている。

昭和 年 月 日

附録C ダクト厚みの影響

ダクトの厚みが薄い極限は本文4節の通りであるがこのような近似度での厚みの影響を考えて見よう。

(4.1) に対応する流れ関数は

$$\psi(x, y) = -2 \int_{-l}^l h(x') \frac{\partial}{\partial y} G(x, y; x', D) dx', \quad (C.1)$$

となる。

2.2に $2h(x)$ はダクトの厚み曲線とする。

4節と同じように l/D が小さいとすると積分関数は

$$G(x, y; x', y') \longrightarrow \frac{D}{2\pi} \left[2 - 2\log 2 - \log \frac{r_2}{r_1} \right],$$

なるので

$$\frac{\partial}{\partial y'} G(x, y; x', y') \xrightarrow[x \rightarrow x']{y \rightarrow y'} \frac{D}{2\pi} \left[-\frac{y' - y}{r_1^2} - \frac{1}{2D} \right], \quad (C.2)$$

よって (C.1) は

$$\psi(x, D) = -Dh(x) + \frac{1}{2\pi} \int_{-l}^l h(x) dx, \quad (C.3)$$

今

$$\int_{-l}^l h(x) dx = 2h_m l, \quad \dots (C.4)$$

よって平均厚みを定義すると $x=0$ における伴流率は

$$w_t = \frac{2h(0)}{D} - \frac{h_m l}{\pi D^2}, \quad \dots (C.5)$$

を得る。

昭和 年 月 日

右辺第1項は流路が厚みだけ狭くなる
為により流量が減る影響を表わし、第2項は
厚みの排水効果による土増速の影響を
表わしていると考えられる。

一般に厚みはあまり大きくなりし又 α/β
もあまり大きくなるので右辺第2項の影響
は小さいと考えられるから

排水率は殆ど厚みに比例して増すと考
えられる。(文献6 討論)

参照文献の計算値と比較して見ると量的
にはともかくも厚みに比例する点ではよく
合っている事がわかる。

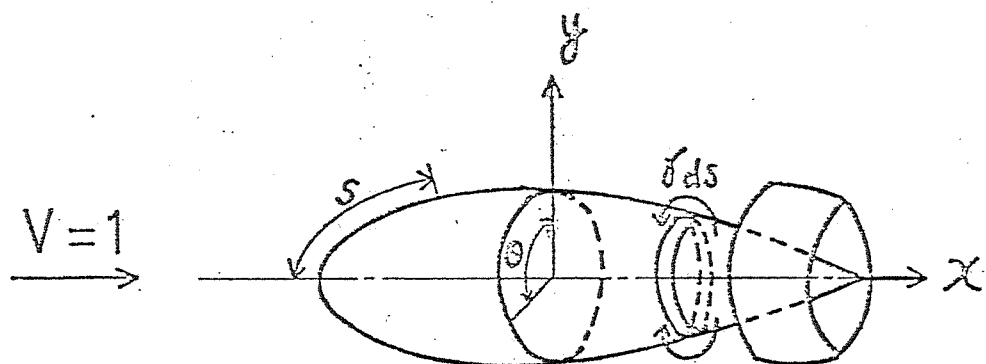


FIG.1 CO-ORDINATE SYSTEM

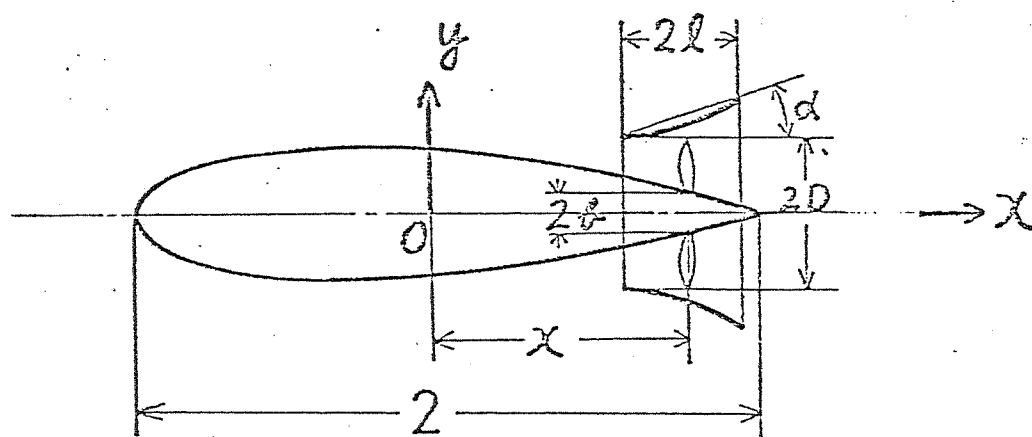


FIG 2 PRINCIPAL DIMENSIONS

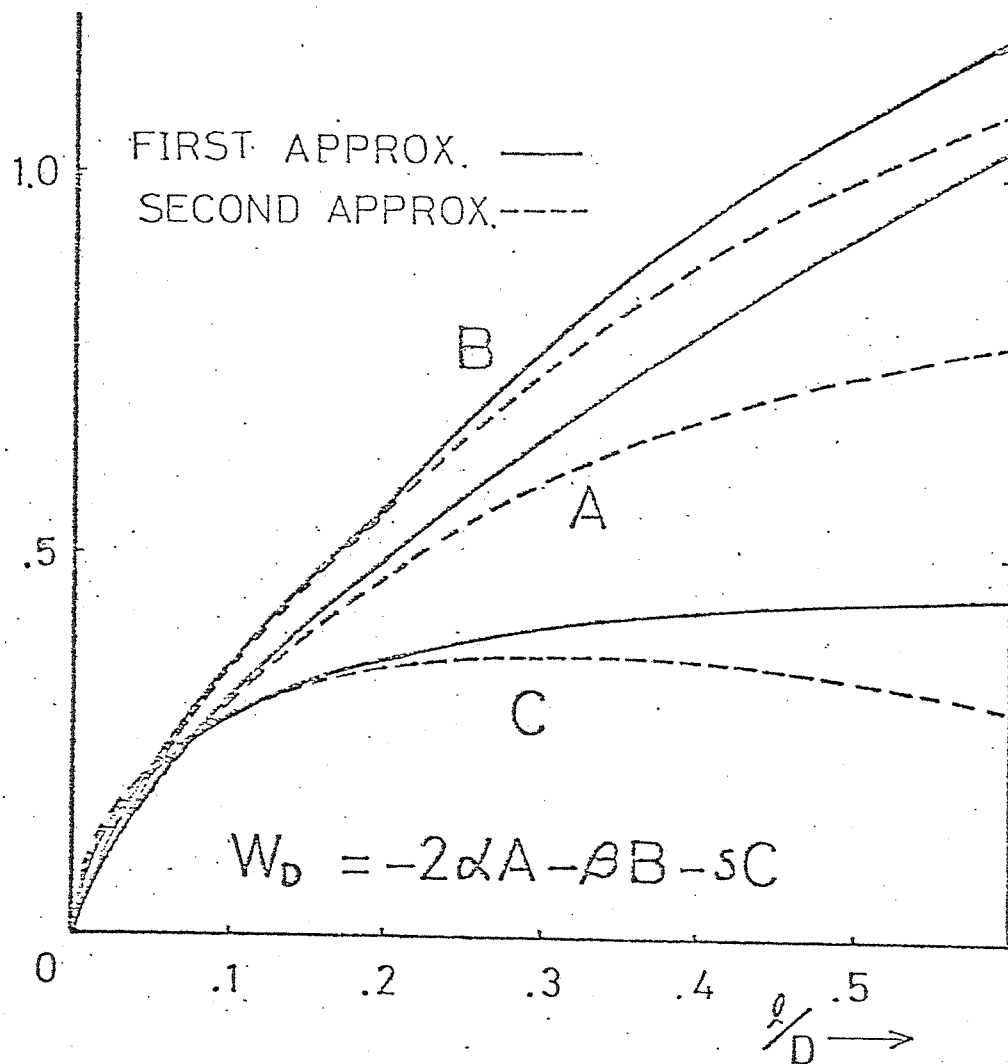


FIG.3 WAKE FACTOR OF DUCT

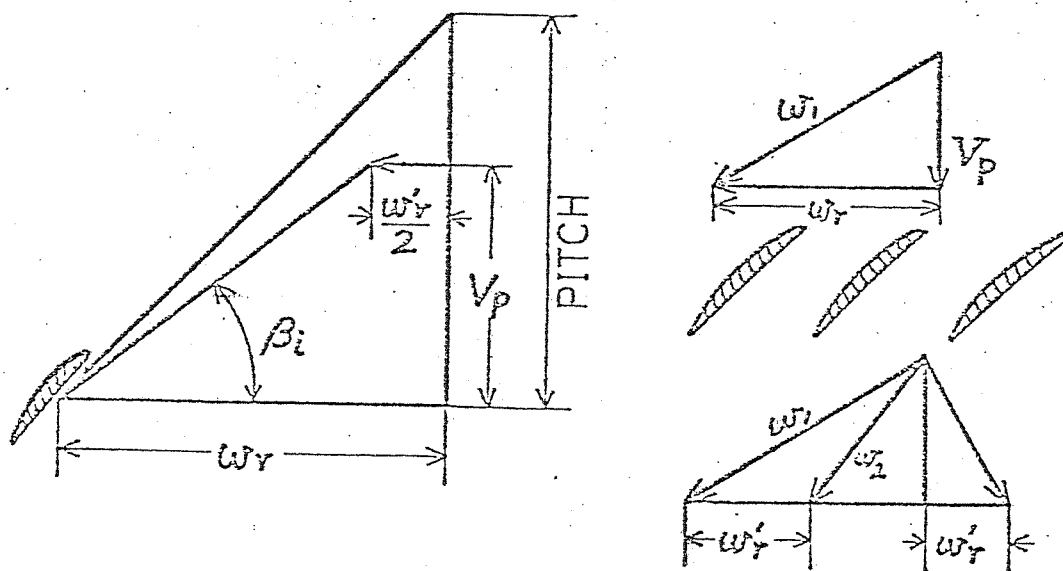


FIG 4 VELOCITY DIAGRAM OF AXIAL FLOW PUMP