

水波工学入門

別所正和

内容

序論	波動工学のすゝめ	0
本論	1. 諸量の対応と実効値表示 概要	1
	2. 波の放射場 Polar Diagram	3
	3. 波の吸収	7
	4. 可逆性	10
	5. 伝達動力, $\bar{P}$	12
	6. 相互インピーダンス	14
	7. 浮体特小生	15
	8. 浮体配列	22
	9. 散乱と漂流力	24
	10. 波エネルギー吸収装置	28
	11. 反射装置	31
	12. 浮体の動揺軽減法	33/36
附録	A. 無限箇のリーア・アレイ	A-1
	B. 2箇の浮体の相互干渉 (2次元)	A-5
	C. 垂直平板 (2次元)	A-7
	D. 2枚の垂直平板	A-11/21

波動工学のすゝめ

自然界に広く存在する波動現象、光、音、電磁波、水波、弾性波（地震波）等を研究するものとして、光学、音響学、電磁気学、流体力学、弾性学等がある。その手法は大変よく似ており、波動力学と總称してもよく、その支配方程式はすべて波動方程式である。

従ってその工学的応用についても大変似通ったものがあるし又そうでなければならぬので、これらと比較・総合する事によって得られるものは大きい事が予想される。

この内電磁波については歴史的には最も新しいけれども工学としては最も早く電波工学と称せられて工学的處理の手法を確立してをり、音波についても音響工学なる分野が確立されつゝあるように見える。

光^{とその技術}学はこの内では最も古い歴史を有してゐてその応用技術は完成の域に達してゐるから

光ファイバー、レーザー光等新しい技術の発展に伴い、光工学という分野を考える事が出来よう。

水の波、地震波(その他のものも無限媒体中に伝播するものを考えているので)弾性波のこの種のものの代表としてこれを採り上げる)についてはその工学的応用に絡についたばかりなのでその進歩完成のためには他の工学を手本として真似るのが早道である。

その手本としては工学的手法の完成度から見て電波工学が最適であろう。

そしてそれらを含めて、総合して波動工学を提唱するものである。
下記のように

波動工学 { 電波工学
光工学
音響工学
水波工学
地震波工学

抑制する事と、これらの波を遮断する事から問題となる。
防波堤、消波装置、防震、防振工事等がその例と
なろう。

3. エネルギー利用

これは最近のトピックスに類する問題で太陽
エネルギー利用、水波エネルギー利用が好例で
あるが同じ原理で地震エネルギーも吸収出来る
はずでありそうするとそのエネルギーを利用する事は
出来ないまでも前項の防震法の一つを与える。

又同じ太陽エネルギー利用にても広い宇宙
空間に集光器を置くとするとそれを地球へ
送る為の手段、恐らくは電波となろうが大電力
も電波で送電する技術の開発が必要となろう。

以上のようにまとめて見るとその手法、目的において
波動工学として共通のものを有しているので互に
他の手法、技術を交換する事によって多くのものを
得られ、さらに新しい発展が期待出来よう。

水波工学入門

概要

序論のような主旨で 波力吸収, 消波等の問題:
を主題に据りて, 水の波の理論を アンテナ理論に
対比させて 電磁気学の用語を利用して書きな
して見ようと言う 訣である。

この類推では 浮体, 船は アンテナに相当するが
アンテナでは 可逆定理を使って 送信特性と受信
特性が同じになる事から, 考えるのみ簡単な送信特性
を検討している。³⁾

水の波でも同じで ハスケットの定理⁷⁾を使って, さらに
逆時間運動の可能性⁹⁾を考慮すれば"やはり 送は
特性を調べれば" 充分である。

電波工学の用語を用いると 一般に記述が簡単
で且つ 概念がより鮮明になるので 工学的応用
に好適であり, さらに 動揺軽減法等¹¹⁾
適用にも 明快な解答がえられる。

これらに共通する研究題目は考えて見ると次の
3つに集約出来よう。

1. 送波 光源, 電波源, アンテナ, スピーカー
造波器, 震源

2. 受波 太陽エネルギー利用, アンテナ, マイクロホン
船の動揺, 地震災害

3. 伝播 放射, 散乱, 反射, 屈折

これについて実用上の目的も^{共通のものを}大別して見ると
次のようになる。

1. 情報の伝達

光, 音, 電波がその代表であるが水の波はその発生域の気象情報を伝え, 地震波は地殻構造の情報を伝え, 又逆に地震探鉱^{手探り的に地震を起す}法と言うものもある。

2. 防災, 公害予防

船の波浪中の安全性, 地震の防災等が代表的なものであろうが最近では騒音公害も大問題であって, この意味ではそれらによる動揺, 振動を

1. 諸量の対応と実効値表示、

力学系の諸量と電磁気学系の諸量との対応は一義的ではない¹⁾ けれど電論では力を V で表わし電圧に、

動揺速度を I として電流に対応するものとし

$$Z = V/I \quad \dots \dots \dots (1.1)$$

をインピーダンスとして定義する。

またこれらの諸量は円周は数 ω で正弦的に変動するものとし交流理論²⁾ に準じて複素数表示を用いる。

そうするとインピーダンスは 実効値をとる。

$$Z = R + iX, \quad \dots \dots \dots (1.2)$$

のように書け、 R, X は電磁気学では抵抗、リアクタンスで、力学系では R は減衰抵抗で X は

$$X = \omega M - \frac{S}{\omega} \quad \dots \dots \dots (1.3)$$

M : 質量, S : 復原力
である。

なお回転運動では力のかわりにモーメントを質量のかわりに慣性モーメントを採る。

電力には波の動力が対応し、変動量を実効値(振幅の $1/\sqrt{2}$ 倍)としてあるので次のように表わされる

$$W = R/I^2, \quad (1.4)$$

流れ場は電磁場によって下変簡単で。

速度ポテンシャル $\varphi(x, y, z)$ で決まり⁴⁾, 流速 $\mathbf{v}$ は

$$\mathbf{v} = -\nabla\varphi, \quad (1.5)$$

圧力 p は

$$p = i\rho\omega\varphi, \quad (1.6)$$

これらすべて実効値をとるものとする。

そうすると電磁気学における Pointing Vector³⁾ は

$$\mathbf{P} = p\mathbf{v}^*, \quad (1.7)$$

*印は複素共役値を示す。

となり面 S の内側の流体が外側の流体に与え

仕事の仕事率 (以下動力と呼ぶ) W は

$$W = \operatorname{Re} \iint_S p(\mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (1.8)$$

2.12 $\mathbf{n}$ は S の外向き法線とする。

2. 波の放射場⁴⁾

浮体の運動によって出来る水の運動は速度ポテンシャルによって表わせる。

その速度ポテンシャル ϕ を次のように規格化しておこう。

$$\phi = I \phi(x, y, z), \quad (2.1)$$

I はその動揺の速度を⁵⁾するから、振幅を X とすると

$$I = i\omega X, \quad (2.2)$$

したがって ϕ の物体面上⁶⁾の境界条件は

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{\partial \chi_j}{\partial n}, \quad (2.3)$$

χ_j は j -mode の内部調和函数である。

圧力は (1.6) より

$$p = i\rho\omega I \phi, \quad (2.4)$$

であるから 力又はモーメントは (物体から水に対する力と反作用⁷⁾)

$$\begin{aligned} V_{ij} &= - \iint_S p \frac{\partial \chi_j}{\partial n} dS = -i\rho\omega I \iint_S \phi_i \frac{\partial \chi_j}{\partial n} dS \\ &= I_i Z_{ij}, \quad (2.5) \end{aligned}$$

2.12

$$Z_{ij} = i\rho\omega \iint_S \phi_i \frac{\partial \chi_j}{\partial n} dS, \quad (2.6)$$

2.11

$$Z_{ij} = Z_{ji}, \quad (2.7)$$

充分遠方では極座標表示で

$$\phi(r, \theta; z) \xrightarrow{kr \gg 1} \sqrt{\frac{K}{2\pi i r}} e^{-Kz - iKr} H(K, \theta), \quad \dots (2.8)$$

$$K = \omega^2/g = 2\pi/\lambda, \quad \lambda \text{ は } \bar{\lambda}$$

$$H(K, \theta) = \iint_S \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-Kz - iK(x \cos \theta + y \sin \theta)} dS, \quad \dots (2.9)$$

この物体の運動力によつて放射せよる波の電力 W_{ij}

(2.8) より

$$W_{ij} = \operatorname{Re} \left[-i\rho\omega I_i I_j^* \iint_R \phi_i \frac{\partial \phi_j^*}{\partial r} r d\theta dz \right], \quad \dots (2.10)$$

ただし R は充分遠方の垂直円筒面とする。

(2.8) を代入すると放射電力は

$$W_{ij} = \frac{\rho\omega K}{4\pi} I_i I_j^* \int_0^{2\pi} H_i(K, \theta) H_j^*(K, \theta) d\theta, \quad \dots (2.11)$$

あるいは

$$W_{ij} = I_i I_j^* R_{ij}, \quad \dots (2.12)$$

$$R_{ij} = \frac{\rho\omega K}{4\pi} \int_0^{2\pi} H_i(K, \theta) H_j^*(K, \theta) d\theta, \quad (2.13)$$

と置くと $i=j$ では R は放射抵抗と定義する。

(2) 軸対称物体の上下動では指向性がなく

円筒面となるので放射抵抗は

$$R = \frac{\rho \omega}{2} k |H(k)|^2, \quad \dots \quad (2.14)$$

又物体が大変小さいときは

$$H(k) \doteq A_w, \quad \text{水線面積}, \quad \dots \quad (2.15)$$

前後ゆれでは $H(k, \theta) = H(k) \cos \theta$ となるので

$$R = \frac{\rho \omega}{4} k |H(k)|^2, \quad \dots \quad (2.16)$$

物体が小さいと

$$H(k) \doteq i k (1 + \alpha) \nabla, \quad \dots \quad (2.17)$$

即ち附加質量係数, ∇ は排水量

さて無限遠方の検査面を通じて放射される動力を

W_r とするとそれは物体に供給された動力 W に

放射効率 η をかけたものである。

$$W_r = \eta W, \quad \dots \quad (2.18)$$

もし造波機の機械損失などがなければ $\eta = 1$ である

ある物体から放射される波のエネルギー密度の
ある方向 θ による
ある基準物体の基準運動によるそれとの比を
利得と呼ぶ。

基準物体として軸対称の上下動をとかい

波に指向性はなく, 放射波のエネルギー密度は

(2.8) により原点からの距離 r に反比例する。

今放射効率を 1 とすると利得は

$$G_t = |H(k, \theta)|^2 / \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(k, \theta)|^2 d\theta, \quad (2.19)$$

のように書く事が出来、無指向性ならば 1 となる
ので指向性利得³⁾と呼ばれる。

又軸対称物体の前後揺れでは

$$G_t = 2 \cos^2 \theta, \quad (2.20)$$

実際の利得はこれに放射効率をかけたものである。

3. 波の吸収

浮体が入射平面波の中で揺れながら、波のエネルギーを吸収しているでしょう。

波の強制力を V , 浮体自身の(内部)インピーダンスを Z_e , 水のインピーダンスを Z , 動揺速度を I とすると運動方程式は

$$V = (Z_e + Z)I, \quad (3.1)$$

で

$$Z_e = R_e + i\left(\omega M - \frac{S}{\omega}\right), \quad (3.2)$$

$$Z = R + i\left(\omega M_a - \frac{S_a}{\omega}\right), \quad (3.3)$$

R_e は固有抵抗, M : 浮体質量, M_a : 附加質量

R は放射抵抗, S は復原力, S_a : 水の静的復原力

この浮体が吸収する波動力 W は

$$W = R_e |I|^2 = \frac{R_e |V|^2}{|Z_e + Z|^2}; \quad (3.4)$$

であるから、これは

$$Z_e = Z^* \quad (3.5)$$

つまり共役整合³⁾の時に最大で

$$W_a = \text{Max. } W = \frac{|V|^2}{4R} \quad (3.6)$$

となる。

さて、この実効振幅を a とすると、この強制力は
ハスキントの関係より（ α 方向からの入射には対し）

$$V = \rho g a H(k, \alpha), \quad \dots (3.7)$$

一方放射抵抗 R は (2.13) より与えられるから

$$W_a = \rho g^2 |a|^2 |H(k, \alpha)|^2 / \left[\frac{\rho \omega k}{\pi} \int_0^{2\pi} |H(k, \theta)|^2 d\theta \right], \quad (3.8)$$

指向性があるならば (2.14) より

$$W_a = \frac{\rho g^2}{2\omega k} |a|^2, \quad \dots (3.9)$$

(2.16) の前後ゆれでは

$$W_a = \frac{\rho g^2}{\omega k} |a|^2 \cos^2 \alpha, \quad \dots (3.10)$$

さて、平面波の単位幅当りの入射動力 E は

$$E = \frac{\rho g^2}{2\omega} |a|^2, \quad \dots (3.11)$$

であるから

$$\frac{W_a}{E} = \frac{|H(k, \alpha)|^2}{\frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(k, \theta)|^2 d\theta} = B_e \quad \dots (3.12)$$

となり、これは ^{幅 B_e の} 吸収最大動力 k の入射にはの
動力 k に等しい。本を示すので、実効^{3) 5)} 振幅とは 4.3...
率に 1 よう。

無指向性ならば (3.9) より

$$B_e = \frac{1}{K} = \frac{\lambda}{2\pi}, \quad \dots \dots (3.13)$$

$\cos \alpha$ の指向性ならば

$$B_e = \frac{2 \cos^2 \alpha}{K}, \quad (3.14)$$

又は指向性利得 G (2.19) を使えば一般に

$$B_e = \frac{G(\alpha)}{K}, \quad \dots \dots (3.15)$$

となって、軸対称物体では B_e は波長と指向性
のみに関係し、物体の寸法に関係しない!

また B_e は計算可能であるから 例へば 軸対称
物体の上下揺れと前後揺れで $\alpha=0$ の方向からの
波能吸収出来る幅は

$$B_e = \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{\lambda}{\pi} = \frac{3}{2\pi} \lambda, \quad \dots \dots (3.16)$$

となるから、このような物体を大体半波長間隔で
並べておけば“全エネルギー”が吸収出来る事になる。

無指向性動揺を基準にした受波利得 G_R は

(3.8) を (3.9) で割って

$$G_R = |H(K, \alpha)|^2 / \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(K, \alpha)|^2 d\alpha \right], \quad (3.17)$$

であるから (2.19) と比較して

$$G_R = G_t, \quad \dots \dots (3.18)$$

4. 可逆性 (3), (4), (6), (7)

アンテナ理論では可逆性を使って受信と送信の
間の可逆性が証明をれ 従って その一方のみ考えれば
よい。

水の波では可逆性はハスキントの定理であり、それに
その幾つかに使用しているが、ここでは アンテナ理論
における可逆定理に因らって もう一度ハスキントの定理を
考えて見る。

浮体が幾つかあってそれが 夫々の自由度に従って
 V_n の力又はモーメントを受けて 動揺振幅 I_n で動揺
するとし、次に V_n' と力又はモーメントで I_n' の振幅とな
った時 グリーニの定理により

$$\sum_n V_n I_n' = \sum_n V_n' I_n \quad (4.1)$$

となる事は容易に示され、これはハスキントの一般
定理である。

最も簡単な場合として 浮体1が V_1 の力又はモーメント
によって I_1 の運動をする時 (静止した) 浮体2が V_2 の力又は
モーメントを受け、浮体2が V_2' の力又はモーメント (2.5) 受

I_2 の運動をする時 静止 している物体が V_1 の
 力はモーメントを 与けるとすると (4.1) に より

$$V_1 / I_1 = V_2 / I_2, \quad (4.2)$$

最初の運動の 速度ポテンシャルを ϕ_1 , 後のを ϕ_2
 とすると $\sqrt{(2.4) / (2.5)}$ より $(\phi = I\phi)$

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= -ip\omega I_1 \iint_{S_2} \phi_1 \frac{\partial \chi_i}{\partial n} ds \\ V_1 &= -ip\omega I_2 \iint_{S_1} \phi_2 \frac{\partial \chi_i}{\partial n} ds, \end{aligned} \right\} (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \Big|_{S_1} &= -\frac{\partial \chi_i}{\partial n}, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \Big|_{S_2} = 0, \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \Big|_{S_1} &= 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \Big|_{S_2} = -\frac{\partial \chi_i}{\partial n}, \end{aligned} \right\} (4.4)$$

であるから (4.2) は グリーン の 定理 により 自明である。

普通 に使われる ハスケット の 定理 は 物体 2 つの
 無限 遠方 にある 場合 で (3.7) に なる。

5. 伝達動力³⁾, 散乱幅³⁾

ここではアンテナ理論に出て来る量を採り上げよう。

まず、充分離れた 2つの浮体の一方が動揺して他方からその波力を吸収する事を考えよう。

距離を d とすると 他方の浮体の上での波動力密度は

$$P = \frac{W_t G_t}{2\pi d} \quad , \quad \dots \quad (5.1)$$

但し W_t は一方の浮体のなす動力で G_t はその指向性利得である。

他方の浮体の受波可能最大動力は (3.12), (3.15)

$$\text{より} \quad W_a = \frac{G_r}{K} P = \frac{2 G_r G_t}{4\pi^2 d} W_t \quad , \quad \dots \quad (5.2)$$

これはアンテナでは Friis の伝達公式と呼ばれている。

この式から一般には伝達可能動力は小さいと

考えられるが、浮体間隔が小さい時はこの限りではなくて、例えは両浮体の波が干渉に打ち消し合うならば無限遠方にエネルギーは出て行かないから、一方の放射する波を片方で全部吸収している事になる。

6. 相互インピーダンス³⁾

浮体が複数個あるかあるいは単体でも複数モードの運動をする場合は相互干渉を考えねばならない。

浮体の一つのモードの運動を1ヶと勘定して n ヶの運動があるとし、それぞれに働く力又はモーメントを V_r , Z_{rs} とする。

(他は静止)

s 番目の運動に V_{rs} なる力又はモーメントを加えた時 r 番目の運動には V_{rs} なる力又はモーメントが働くとする。

$$V_r = \sum_{s=1}^n V_{rs}, \quad \dots \quad (6.1)$$

$$\Rightarrow V_{rs} = Z_{rs} I_s, \quad \dots \quad (6.2)$$

とおくと

$$V_r = \sum_{s=1}^n Z_{rs} I_s, \quad \dots \quad (6.3)$$

$$\text{可逆定理により} \quad Z_{rs} = Z_{sr}, \quad \dots \quad (6.4)$$

Z_{rs} を相互インピーダンス, Z_{ss} を自己インピーダンスと呼ぶことにしよう。

複数浮体の場合は大橋の近似法⁸⁾が利用出来る。

7 浮体特性

波動力吸収性能は (3.15) で定義された実効幅で表わされ、指向性利得 G (2.19) がわかればよく、一般に用いられている流体力計算法によって容易に計算出来るよう。

又近似的には 薄い船, 細長体, スリッパ法理論等を利用することも出来るよう。

いづれにしても指向性利得を何の来る方向に対して出来るだけ鋭くする事が要点であり

極限として $|H|^2$ が δ 関数とすれば

$$\int_0^{2\pi} \delta^2 d\theta = 1$$

$$G_{\theta} = 2\pi \delta, \quad B_e = \frac{2\pi}{K} \delta = \lambda \delta, \quad (7.1)$$

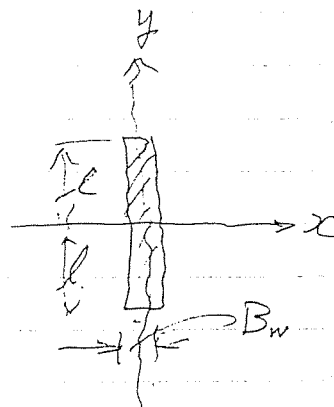
で実効幅は無限大となる。

しかしこの時 動揺振幅も無限に大きくなるであろうから、実用的な動揺振幅となるように指向性利得を選ばなければならぬ。

次節では多数の浮体を並べて指向性利得

を大きくする方法を考えるが、この2つ以下挙げる場合について考察する。

図のように左右対称で幅 B_w , 長さ 2ℓ の
薄板に比べて小さい浮体の上下動を考えよう。



$$H(k, \theta) = \int B_w e^{iky \sin \theta} dy = B_w \int e^{iky \sin \theta} dy$$

$$= 2B_w \frac{\sin(k\ell \sin \theta)}{k \sin \theta}, \quad (7.2)$$

$$G(k, \theta) = \left[\frac{\sin(k\ell \sin \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \div \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2(k\ell \sin \theta)}{\sin^2 \theta} d\theta \right], \quad (7.3)$$

となつてかなりの改善が見られる。

しかしこのまゝでは $\theta = 0$ と π の方向に同じピークを有するのでこれを例へば $\theta = \pi$ の方向は 0 になるようにしなければならぬ。

アンテナでは別のアンテナ(無給電素子)³⁾を傍において導波器(director)³⁾, 反射器(reflector)³⁾として指向性を改善している。(八木, 宇田アンテナ)

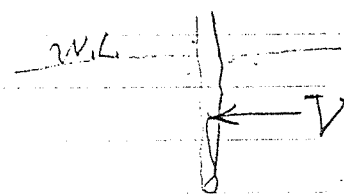
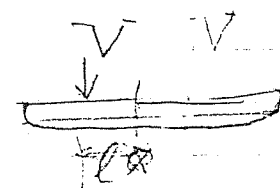
浮体では運動の自由度は浮体でも幾つかある
ので、^{必ずしも}別の浮体を持つて来る必要はない。

例えば"最も簡単な場合として左右動について非対称整合させる事によって、時動力を吸収させる事が出来る。

次に運動も非対称とする方法も考えられる。

即ち右図のように非対称な点に力を加えるとしよう。

上下動の振幅 I_1 , コーソーン距離 H_1 , インターダンス Z_1 ,
 回転動の I_2 , H_2 , インターダンス Z_2 ,
 とすると両者の運動による全エッチング速度は



$$I_1 H_1 + I_2 H_2 = V \left(\frac{H_1}{Z_1} + \frac{l}{Z_2} H_2 \right), \quad (7.4)$$

$$\therefore V = Z_1 Z_1, \quad lV = I_2 Z_2, \quad \dots (7.5)$$

それは右方向について

$$l = - \frac{Z_2}{Z_1} \frac{H_1}{H_2}, \quad \text{real.} \quad (7.6)$$

のように選べば"その方向にははは出て行かない。

H_1, H_2 は物体形状から与えられる"決まり",
 l は^{正負の}実数であればよい。適当にとれるから結局

$$\arg \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right) = \arg \left(\frac{H_1}{H_2} \right) \pm n\pi, \quad (7.7) \quad \text{実数}$$

であればよい。

左向き点の距離を I とすると

$$\begin{aligned}
 V &= I Z, \quad I = I_1 + \ell I_2 = \frac{V}{Z_1} + \frac{\ell^2}{Z_2} V \\
 \therefore \frac{1}{Z} &= \frac{1}{Z_1} + \frac{\ell^2}{Z_2} = \frac{1}{Z_1} + \frac{Z_2 H_1^2}{Z_1^2 H_2^2} \\
 \frac{1}{Z} &= \frac{1}{Z_1} \left(1 + \ell \frac{H_1}{H_2} \right)
 \end{aligned}
 \quad (7.8)$$

(7.7)の関係は Z_1, Z_2 のリアクタンスを調整することによって (簡単に言えば Z_1, Z_2 のどちらかだけでよい) 容易に可能である。

同じ事は 浮体を左右非対称にする事によっても可能である (Salter's duck)。

つまりある運動によってある方向に波が出で行かないような浮体形状を求めればよい。

そのような形状を求める方法は幾つも考えられるであろうが、次のように heuristic に考えるのも一法である。

まず左右対称な物体の釣り合いは上下動によるコックの周数 H を求め、左右非対称に僅かに変形させ、そのコックの周数の変化分を ΔH としそれがある方向で

$$H + \Delta H = 0, \quad \dots (7.9)$$

となるように選ぶばよい。

に式では 角乗分の変化は無視しているから この操作を
何回か繰り返せば 実用上 ある方向に 波の出ている
形状を定めるのは容易であり、Salter's duckのように
回転運動に限らなくともよい。

以上の方法は 浮体形状が ある程度 大きくなければ
ならないように思われる。

しかし 実効幅は 浮体の寸法には 関係せず 波長と
指向性利得に 比例するので 浮体寸法は 出来る
だけ小さく とる (実用上 ~~許される~~ 振幅以内で) 方が
得策 である。

浮体の寸法を 波長に 比して ずっと 小さくすると
浮体形状の 細かい 変化は 指向性には 殆ど
関係しなくなる だろうから 上述の1の方法が
推奨される。

この時は 運動の 自由度を どれか一つ だけに する
為には アンテナ 同様 複数個の 浮体を用意
しなければならない。

今簡単の為には 2 本の浮体 #1, #2 を考え、それぞれ V_1, V_2 なる
力で速度振幅 I_1, I_2 で揺れているとすると前節の式から

$$\begin{cases} V_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} \\ V_2 = I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} \end{cases} \quad \dots (7.10)$$

#2 の浮体を アンテナで言う 無給電素子つまり

それに働く力は平衡している ($V_2 = 0$) とすれば

(アンテナでは 負荷 インピーダンス を考えるが今はそれを
 Z_{22} に含めて考える)

$$I_2 = - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} I_1 \quad \text{故} \quad \dots$$

$$\therefore V_1 = I_1 \left[Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}} \right], \quad \dots (7.11)$$

2 つの定数は

$$\begin{aligned} I_1 H_1 + I_2 H_2 &= I_1 \left[H_1 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} H_2 \right] \\ &= I_1 \frac{\left[H_1 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} H_2 \right]}{\left[Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}} \right]}, \quad \dots (7.12) \end{aligned}$$

それ故 例えは 反射器とて 放射する時には 必ず方向性

$$H_1 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} H_2 = 0, \quad \dots (7.13)$$

であればよい。

こゝに H_1, H_2 は 共通の座標軸に沿う コッチニ訂正して
あるが、今 両浮体の間隔^dが 適当に大きくすればいい

$$H_2 \doteq H_1 e^{ikd \cos(\theta - \varphi)} \quad (7-14)$$

こゝに φ は #2 の 浮体中心 の #1 の 浮体中心 から見た
方位角。

と 考えられるから (7-13) は、

$$\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \doteq e^{-ikd \cos(\theta - \varphi)} \quad (7-15)$$

となつて Z_{22} を 調整すればいい。

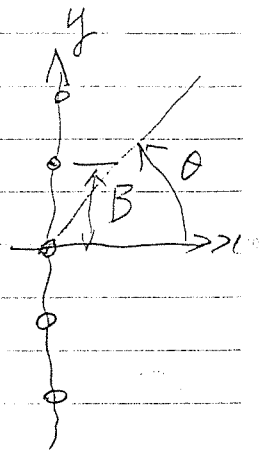
アンテナでは そのリアクタンス分を調整する事に長さを
変えてゐるが 浮体では 復元力を調整するだけ
でもよいだろう。

浮体形状 又は 排水量等を変える場合は (7-13)
の条件に戻つて 考え方がよいだろう。

8. 浮体配列³⁾

浮体の実効幅は 例えは"軸対称"浮体では(3.16)のように 約半波長であるから広い海面の波力を吸収するには 多数配列しなければならない。

今右図のように y 軸上に (2N+1) 等間隔 B で (2N+1) 等並べたとするとその コツチン 関数は



$$H(k, \theta) = \int_{\Sigma s_n} \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-kz + iK(x \cos \theta + y \sin \theta)} dS, \quad (8.1)$$

であるから、今

$$h_n(k, \theta) = e^{ni\varepsilon} \int_{s_n} \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-kz + iK(x \cos \theta + y \sin \theta)} dS, \quad (8.2)$$

$$\text{但し } y = y + nKB \sin \theta,$$

として右辺の積分はすべて等しいとすると

$$\begin{aligned} H &= \sum_{n=-N}^{+N} h_n(k, \theta) e^{ni(KB \sin \theta + \varepsilon)} \\ &= h_0(k, \theta) \frac{\sin[(2N+1)(\frac{KB \sin \theta}{2} + \varepsilon)]}{(2N+1) \sin[\frac{KB \sin \theta}{2} + \varepsilon]}, \quad (8.3) \end{aligned}$$

となるから 浮体の コツチン 関数に 次の関数をかければよい。

$$D(\theta, \varepsilon) = \frac{\sin[(2N+1)(\frac{KB \sin \theta}{2} + \varepsilon)]}{(2N+1) \sin[\frac{KB \sin \theta}{2} + \varepsilon]}, \quad (8.4)$$

さて

$$D(\theta, 0) = \frac{\sin\left(\frac{n}{2}KB\sin\theta\right)}{n\sin\left(\frac{KB}{2}\sin\theta\right)}, \quad n=2N+1, \quad (8.5)$$

ならば " $\theta=0, \pi$ にピークを有し, $n \rightarrow \infty$ で" S 関数

(7.1) となるから アニテナでは Broad side Array と呼んで

いる場合である。

一般に

$$D(\theta, -\frac{KB}{2}\sin\alpha) = \frac{\sin\left[\frac{n}{2}KB(\sin\theta - \sin\alpha)\right]}{n\sin\left[\frac{KB}{2}(\sin\theta - \sin\alpha)\right]}, \quad (8.6)$$

とすると任意の方向 α にピークを有し, これは

所謂 Snake Type の造り方である。

さらに上式で " $\alpha = \frac{\pi}{2}$ とすると

$$D(\theta, -\frac{KB}{2}) = \frac{\sin\left[\frac{n}{2}KB(1 - \sin\theta)\right]}{n\sin\left[\frac{KB}{2}(1 - \sin\theta)\right]}, \quad (8.7)$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ にピークを有するのみで $\theta = -\frac{\pi}{2}$ では利得が

小さく, アニテナでは End-fire Array と呼ば

れていて, $\theta = -\frac{\pi}{2}$ の方向には波を出さないから

$\theta = \frac{\pi}{2}$ の方向を中心として幅広に波を出す。

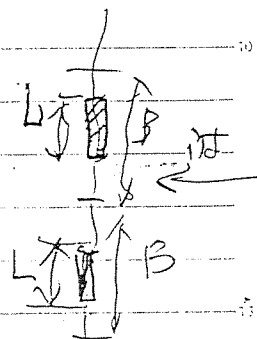
それ故 入射方向が時間的に変動する

ような場合の波力収容に適しているように思われ, Conkell's Raft はその一例と考えてよからう。

箇数の充分多い フロート サイドアレイでは近似的に無限箇と考えると 附録 A のようになつて 間隔の長さを小さくすれば 無限箇の i は 2 次元となる。

それ故 この時は全く 2 次元的に考えればよい。

今回のように浮体の長さを L 間隔を B とすると近似的に コシチン関数は 浮体が無限に長い場合の L/B 倍と小さくなるから 振幅は $(L/B)^2$ 倍になる。



それ故 動揺振幅は B 倍に大きくなる。

それで 浮動力 吸収能力は無限に長い場合に等しくなる。

このようにして 浮体寸法を小さくすると 動揺振幅は逆比例に大きくなるので 実用上の限度が出て来る事になる。

この点から考えると 上下動、ローリングを利用するには 限度があり、左右動の方が望ましい。

9. 土 散乱と漂流力

(2.9) で定義した コツ42 関数を θ に 関して 三角級数に 展開すると.

$$H(K, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (a_n(K) \cos n\theta + b_n(K) \sin n\theta), \quad \dots (9.1)$$

となる。

散乱ポテンシャルについても同様であるから

$$H_d(K, \theta, \alpha) = H_d(K, \alpha, \theta), \quad \dots (9.2)$$

つまり、 α 方向から来る波の散乱は θ 方向から来る波の

α 方向への散乱に等しいので 更に (9.1) の展開が 出来るとなると 2 重の π でなければならない。

$$H_d(K, \theta, \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left[a_n^d(K) \cos n\theta \cos n\alpha + b_n^d(K) \sin n\theta \sin n\alpha \right], \quad (9.3)$$

ここで

$$\overline{H(K, \alpha + \pi)} - H(K, \alpha) = \frac{iK}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(K, \alpha, \theta) \overline{H(K, \theta)} d\theta, \quad (9.4)$$

$$\overline{H_d(K, \alpha + \pi, \beta)} - H_d(K, \alpha, \pi + \beta) = \frac{iK}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(K, \alpha, \theta) \overline{H_d(K, \beta, \theta)} d\theta, \quad (9.5)$$

(9.3) を (9.5) に 代入 すると a_n^d, b_n^d は 次の π で なる。

$$\left. \begin{aligned} a_n^d &= \frac{\varepsilon_n}{K} i^{n+1} (e^{2i\beta_n} - 1) \\ b_n^d &= \frac{\varepsilon_n}{K} i^{n+1} (e^{2i\delta_n} - 1) \end{aligned} \right\} \quad \dots (9.6)$$

これを(9.4)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} a_n/\bar{a}_n &= e^{2i p_n} \\ b_n/\bar{b}_n &= e^{2i g_n} \end{aligned} \right\} \dots (9.7)$$

となつて、右側の放射ポテンシャルの ユリチン関数の $\cos n\theta$, $\sin n\theta$ 成分の位相 p_n , g_n は (9.6) で定義される 散乱成分の位相に等しい。

(9.6) を (9.5) に代入すると

$$H_d(K, \theta, \alpha) = \frac{-2}{K} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (-1)^n \left[\sin p_n \cos n\theta \cos n\alpha e^{i p_n} + \sin g_n \sin n\theta \sin n\alpha e^{i g_n} \right], (9.8)$$

$$\text{又} \quad a_n = A_n e^{i p_n}, \quad b_n = B_n e^{i g_n}, \quad \dots (9.9)$$

かくして (9.1) は

$$H(K, \theta) = \sum i^n [A_n e^{i p_n} \cos n\theta + B_n e^{i g_n} \sin n\theta], (9.10)$$

と書けて A_n, B_n は実数となり、 p_n, g_n は (9.8) の右に等しい。

(2.13) より

$$\frac{2}{\rho \omega L K} R_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_i \overline{H_j} d\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\epsilon_n} [A_n^i A_n^j + B_n^i B_n^j], (9.11)$$

(9.4) は

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(K, \alpha, \theta) \overline{H(K, \theta)} d\theta = \frac{2}{K} \sum_{n=0}^{\infty} i^n [A_n \sin p_n \cos n\alpha + B_n \sin g_n \sin n\alpha] \quad (9.12)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(k, \alpha, \theta) \overline{H_d(k, \beta, \theta)} d\theta$$

$$= \frac{4}{K^2} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n \left[\sin^2 p_n \cos n\alpha \cos n\beta + \sin^2 q_n \sin n\alpha \sin n\beta \right], \quad (9.13)$$

さて 散乱波の全動力が 入射波のどれだけの幅の中にある動力に等しいかを示す量として、散乱し幅³⁾なる量がある。 (2.11), (3.11) より

$$B_s = \frac{W_s}{E} = \frac{K^2}{2\pi g a^2} \int_0^{2\pi} |A(k, \theta)|^2 d\theta, \quad \dots (9.14)$$

$$A(k, \theta) = \frac{i\omega a}{K} H_d(k, \alpha, \theta) + \sum_j I_j H_j(k, \theta), \quad (9.15)$$

これらの 1 個 1 個が 静止していい (9.13) より

$$B_{ss} = \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(k, \alpha, \theta) \overline{H_d(k, \alpha, \theta)} d\theta$$

$$= \frac{4}{K} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n \left[\sin^2 p_n \cos^2 n\alpha + \sin^2 q_n \sin^2 n\alpha \right], \quad (9.16)$$

運動が互に独立になるとすれば (3.7) により

$$B_{sj} = \frac{K^2}{2\pi g a^2} |I_j|^2 \int_0^{2\pi} |H_j(k, \theta)|^2 d\theta$$

$$= \frac{p^2 g K^2}{|Z_j|^2} \frac{|H_j(k, \alpha)|^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H_j|^2 d\theta, \quad \dots (9.17)$$

は以外の振幅がなく宛)と同じとしていければ (2.13) より, (3.12) と類似

$$B_{sj} \xrightarrow{Z_j=R_j} \frac{4}{K} \frac{|H_j(K, \alpha)|^2}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H_j(K, \theta)|^2 d\theta} = 4B_e, \quad \dots (9.18)$$

これを $\frac{a}{2}$ 大に吸収していければ $Z_j = 2R_j$ とする

$$B_{sj} \xrightarrow{Z_j=2R_j} B_e, \quad \dots (9.19)$$

中絶はアンテナの場合は 入射は散乱を無視出来るので

上式で散乱幅が近似出来ると言う。

今の場合は

$$B_s = B_{ss} + \sum_j (B_{sj}s + B_{jsj}), \quad \dots (9.20)$$

となって (9.16) の他に もう 一 項 加わる。

$$B_{sj}s = \frac{i\omega K}{2\pi q a} \left[\overline{I_j} \int_0^{2\pi} H_a(K, \alpha, \theta) \overline{H_j}(K, \theta) d\theta - \overline{I_j} \int_0^{2\pi} \overline{H_a} H_j d\theta \right], \quad (9.21)$$

$$= \frac{-i\omega K}{2\pi} \int_m \left[\frac{\overline{H_j}(K, \alpha)}{\overline{Z_j}} \int_0^{2\pi} H_a(K, \alpha, \theta) \overline{H_j}(K, \theta) d\theta \right], \quad (9.21)$$

2次元問題における漂流力は

$$D = \frac{\rho g}{2} [|A|^2 + |A_R|^2 - |A_H|^2], \quad (9.18)$$

但し A_R は反射波, A_H は透過波 取とする。

岸線内の入射波が浮体にかかる漂流力は
全反射なと, (3.11) の入射動力と比較すると

$$D_E = \frac{\rho g}{2} |A|^2 = 2E/c, \quad (9.19)$$

c : 波速 $= g/\omega$, $\frac{c}{2}$: 群速度

今浮体から吸収する動力を W_{ab} とすると

$$D = \frac{\rho g c}{2} a^2 = E^2 = W_{ab} + \rho g \frac{a^2}{2} [|A_R|^2 + |A_H|^2], \quad (9.20)$$

これから

$$D = \frac{W_{ab}}{c} + \rho g |A_R|^2, \quad (9.18')$$

$$\frac{D}{D_E} = \frac{W_{ab}}{2E} + 3 \left| \frac{A_R}{a} \right|^2, \quad (9.21)$$

3次元では漂流力は同様にて⁴⁾

$$\begin{aligned} D_x &= -\frac{W_{ab}}{c} \cos \alpha + \frac{\rho K^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} |A|^2 (\cos \alpha + \cos \theta) d\theta, \\ D_y &= \frac{W_{ab}}{c} \sin \alpha + \frac{\rho K^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} |A|^2 (\sin \alpha + \sin \theta) d\theta, \end{aligned} \quad (9.22)$$

とあるから (9.14) の定義を導入すると

$$A = \sum_{j=1}^N I_j H_j, \quad (9.23)$$

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \left(\frac{W_{0h}}{C} + D_{\frac{E}{2}} B_s \right) \cos \alpha + \frac{PK^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} |A|^2 \cos \theta d\theta, \\ D_y &= \left(\frac{W_{0h}}{C} + D_{\frac{E}{2}} B_s \right) \sin \alpha + \frac{PK^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} |A|^2 \sin \theta d\theta, \end{aligned} \right\} (9.24)$$

したがって新しく漂流力と効用係 B_D を導入すると

$$\left. \begin{aligned} (B_D)_x &= \frac{D_x}{D_E} = \frac{1}{2} \left(\frac{W_{0h}}{E} + B_s \right) \cos \alpha + \frac{K^2}{4\pi g} \int_0^{2\pi} \left| \frac{A}{a} \right|^2 \cos \theta d\theta, \\ (B_D)_y &= \frac{D_y}{D_E} = \frac{1}{2} \left(\frac{W_{0h}}{E} + B_s \right) \sin \alpha + \frac{K^2}{4\pi g} \int_0^{2\pi} \left| \frac{A}{a} \right|^2 \sin \theta d\theta, \end{aligned} \right\} (9.25)$$

散乱係は エネルギーを吸収しているとき

小さくなるけれども漂流力は充分だけ増えるのである。

小さくならない事からわかるが、又常に正である。

したがって漂流力を小さくするには反射係を小さくし

透過係を大きくするより他に方法はない。

Wave: ...

10. 波エネルギー吸収装置

波エネルギー吸収能力は有効幅 (3.15) で表わされ

物体の寸法には関係なく、入射波の波長と指向性

利得に比例する。

そのため^{設計}経済的な観点からは出来るだけ小さい

浮体とすれば"よい"が、そうすると浮体の動揺振幅は

大変大きくなる。

しかし上下動、揺れでは実際に振幅に上限

があるだろう (振幅は到底浮体吃水の程度しか

とれないだろう) から、浮体寸法はこの面から決められ

よう。
(最少)

この点で前後揺れでは非線型性を無視

すれば"振幅の制限はなく浮体寸法を小さく

するのに適していると考えられる。

次に有効幅を大きくするには指向性利得を

大きくすれば"よい"がこれには浮体の利得を

大きくする方法と リニア・アレイを用いる方法と

二つの面がある。

単体の指向性利得は当然のことながら、浮体の長軸を波の進行方向に直交させる方がよく、又前後動の方が上下動の2倍ある。

リニア・アレイには2種類あって、エニッド・アレイでは2乃至3ヶ浮体で構成し、風下側の指向性利得を小さくし、風に側の指向性幅は比較的に広くとれる。コックレル・ラフトは好例である。

ブロード・サイド・アレイは波の進行方向に対して直角に長く配置するに適してをり、その間隔が波長より小さければ放射波は二次元的平面はとなって二次元理論が適用出来る。

この場合風下側の利得は0にしなければならぬが、それには単体の形状を工夫し（ソルターダック）風下側に波が出ないようにするが、この後方にもう1列アレイを配置して波を反射させなければならぬ。

波の反射装置は次節にのべるように容易に

構成出来ると考えらるるので 反射アレイを持つ、ブロード
サイド アレイ は 幅広く は エネルギー 吸収をする方法
として 好適 であろう。

又、この配置では 前方のアレイの 動揺の 一自由度
のみから はを吸収すればよいので、2自由度の
運動 から ^(エネルギー) はを吸収する場合 に比して 残構を
簡略化 出来て であろう。

11. 反射装置

無限長の "ロード" サイドリニアの理論を "小は"

3次元の場合は 振動の相違を付けて 2次元

理論が適用出来るので 2次元問題として

考えよう。

(反射は全反射とて)

反射波の振幅を A_R , 透過波の振幅を A_T とすると

$$\begin{aligned} A_T + A_R &= \frac{H_2^+}{H_2^-} + 2 \frac{\omega}{g} I_2 H_2^+ \\ A_R - A_T &= \frac{H_1^+}{H_1^-} + 2 \frac{\omega}{g} I_1 H_1^+ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \dots (11.1)$$

2.12 H_1^+ , H_2^+ は 左向き, 上向き の コリナレ波

で I_1 , I_2 は その振幅とする。

又 運動方程式の原点は ロール波無し点

とすると 反射波に ロール波の振幅は無関係
であるから 考える必要はない。

運動方程式は

$$\begin{aligned} I_1 Z_1 &= \rho g H_1^+ \\ I_2 Z_2 &= \rho g H_2^+ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \dots (11.2)$$

Z_1 , Z_2 は インピーダンスとする。

$$\begin{aligned} Z_1 &= \rho\omega |H_1^+|^2 + iX_1 = \rho\omega |H_1^+|^2 \frac{e^{i\beta_1}}{\cos\beta_1} \\ Z_2 &= \rho\omega |H_2^+|^2 + iX_2 = \rho\omega |H_2^+|^2 \frac{e^{i\beta_2}}{\cos\beta_2} \end{aligned} \quad (11.3)$$

としよう。

$$\begin{aligned} H_1^+ &= |H_1^+| e^{i\alpha_1} \\ H_2^+ &= |H_2^+| e^{i\alpha_2} \end{aligned} \quad (11.4)$$

とおき (11.2) の解を (11.1) に代入すると

$$\begin{aligned} A_R - A_T &= -e^{2i(\alpha_1 - \beta_1)} \\ A_R + A_T &= -e^{2i(\alpha_2 - \beta_2)} \end{aligned} \quad (11.5)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad e^{2i(\alpha_1 - \beta_1)} &= -e^{2i(\alpha_2 - \beta_2)} \quad \text{for } A_R = 0, \\ \text{つまり} \quad \alpha_1 - \beta_1 - (\alpha_2 - \beta_2) &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (11.6)$$

同様に

$$\alpha_1 - \beta_1 = \alpha_2 - \beta_2 \quad \text{for } A_T = 0, \quad (11.7)$$

(11.6) の反射はかゝりとなる場合は 導波器 (Director) であり

(11.7) の透過はかゝりとなる場合は 反射器 (Reflector) である。

更に リアクタンスを調整するだけで可能であり、この

ような素子は アンテナでは 無給電素子 (Parasitic Element)

と呼ばれる。実際の場合について 当て見ると 反射器

は 割合 簡単であるが 透過器では 大変 大きい

バネを 張る 必要がある ようである。

12. 浮体の動揺軽減法

浮体の動揺を少なくする点については上下動では所謂波なし断面として波強制力を小さくする方法が実用化されている。

この波強制力又はモーメントをなくする方法にはもう一つインピーダンスを調整する方法がある。

即ち今例えば上下動と縦揺れの合成運動を考えるとその運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{Z}_{11} + I_2 \ddot{Z}_{12} &= V_1 \\ I_1 \ddot{Z}_{12} + I_2 \ddot{Z}_{22} &= V_2 \end{aligned} \right\} \text{--- (12.1)}$$

I_1, V_1 : 縦揺れの固有振数, 波強制モーメント
 I_2, V_2 : 上下揺れ, " "
 のように書けるから, 例えば縦揺れが 0 になる場合は

$$I_2 = \frac{V_2}{\ddot{Z}_{22}} = \frac{V_1}{\ddot{Z}_{12}} \quad , \quad \text{--- (12.2)}$$

でなければならぬ。

これは上下動のインピーダンスと相互インピーダンスを調整することによって可能になりうるだろう。

またこの観点からすればさらにもう一つの自由度を附加することによって可能になりうる。
 (もう要素を)

例えは今上下動と縦ゆれは連成しないとし縦ゆれのみ

考え、前後に2組のフィンを整備するものとし、フィン相互のインピーダンスはないとすると

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + I_3 Z_{13} &= V_1 \\ I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22} &= V_2 \\ I_1 Z_{13} + I_3 Z_{33} &= V_3 \end{aligned} \right\} (12.3)$$

それ故 $I_1 = 0$ となるには、

$$V_2 \frac{Z_{12}}{Z_{22}} + V_3 \frac{Z_{13}}{Z_{33}} = V_1, \quad (12.4)$$

$$\text{簡単のため } \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{Z_{13}}{Z_{33}}, \quad (12.5)$$

とおけば

$$\frac{Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{Z_{13}}{Z_{33}} = \frac{V_1}{V_2 + V_3}, \quad (12.4')$$

V_2, V_3 は 装着場所によって変える事が出来るから、 V_1 が

適当に小さくなっていれば"フィン"の重さと主体に

装着するバネ定数と必要ならば"正負の減衰抵抗

を加えて (12.4') を実現する事は容易であろう。

これらのインピーダンス調整法は前進速度があっても勿論同様でしかもフィンの場合大きい揚力を期待出来るので有望である。

そこで入射波のエネルギーを最大に吸収するためには造波減衰と同じ大きさの負荷抵抗を附加してやればよくその時の動揺振幅は半分となるから、これも又一つの動揺軽減法である。

しかし^{それでは}エネルギー吸収の爲の特製の附加装置を必要とするから浮体が^乗留もそれにならない場合や船ではそのような^{充分な}負荷抵抗を与える事が一般に困難である。

船のローリングでは造波減衰が極めて小さいのでアンチローリングタンク等の創りがあるがアンチピッチング・タンクでは充分な減衰抵抗が得られないので成功していない。

一般に^{この様な}流体抵抗はあまり大きく出来ないのでは^{望み}が薄い。

この点 船のアンチピッチング・フィンでは前進度による揚力を期待出来るので充分大きいものを装着すれば有望であろう。

この際にも 波の浮力制力を小さくしておく事は必要である。 と言うのは ハスキントの関係によって 足の自重が 減衰抵抗に比例するので、それを小さくすれば、足の抵抗もあまり小さくなくても 効果がある事になるからである。

(なおこの時 フィンの装着場所によって 波の浮力制力を小さくする 事が出来る点も 考慮すべきである)

最後に 前節で述べたように 反射装置の構成は 容易なので 浮遊構造物では これを 周囲に 張り 回らせればよい。

参考文献

- 1) 巨理厚「機械力学」第86 1969年版
- 2) 岡村總吾「電磁気学 I, II, III」矢野謙堂基礎工学 3
- 3) 奥明康人「アンプ・電波伝搬」 201市土 1961
(電気通信学会編)
- 4) 別所正利「防大理工学研究報告」3巻2号
- 5) Newman, J.N.; Applied Ocean Research, vol. 1, No. 4, 1979
- 6) 別所正利, 西部造船協会誌 159号 昭和45年12月
- 7) Haslind, M.D., Otd. Tekh. Nauk, No. 7, 1957
- 8) 大楠丹, 西部造船協会誌 40号 昭和45年
- 9) Kotik, J., J. S. R. vol. 7, oct. 1963

附録 A. 無限筒の $\nabla^2 \phi = -\rho$ と二次元ポテンシアル

3次元ポテンシアルは

$$\phi(P) = \iint_S \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) S(P, Q) dS_Q, \quad (A.1)$$

$$4\pi S(P, Q) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} du \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(z+z')} + ik(x-x') \cos u + y-y' \sin u}{k^2 - k + \mu i} k dk, \quad (A.2)$$

$$r_1 = PQ, \quad r_2 = P\bar{Q}, \quad P \equiv (x, y, z), \quad Q \equiv (x', y', z') \\ \bar{Q} \equiv (x', y', -z')$$

ここで (A.2) は $p = k \cos u, \quad q = k \sin u$ とおくと

$$4\pi S(P, Q) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{p^2+q^2}(z+z')} + i(p(x-x') + q(y-y'))}{\sqrt{p^2+q^2} - k + \mu i} dp dq, \quad (A.2')$$

に表れる。

すなわち Q 点から y 方向に連続的に変化するならば

2次元ポテンシアルとなり、y には関係しなくなる

はすぐである。

$$S = 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y, z; x', y', z') dy' \stackrel{(2)}{=} S(x, z; x', z')$$

$$= \lim_{Y \rightarrow \infty} \left[\int_{-Y}^Y \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + y'^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + y'^2 + (z+z')^2}} \right] dy' \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{p^2+q^2}(z+z')} + i(p(x-x') + q(y-y'))}{\sqrt{p^2+q^2} - k + \mu i} dp dq \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i q y'} dy' \right]$$

if $z \ll$

$$\int_{-Y}^Y \frac{dy}{i\sqrt{p^2+y^2}} = -\log(y + \sqrt{p^2+y^2}) \Big|_{-Y}^Y = \log \left| \frac{Y + \sqrt{p^2+Y^2}}{\sqrt{p^2+Y^2} - Y} \right|$$

$$= -2 \log p + 2 \log(Y + \sqrt{p^2+Y^2})$$

$$\lim_{Y \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(q) dq \int_{-Y}^Y e^{-i q y'} dy' = \lim_{Y \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(q) \frac{\sin q Y}{q} dq$$

$$= f(0)$$

$$\therefore 2\pi \int^{(2)}(x, z; x', z') = \log(p_2/p_1) + z \int_0^{\infty} \frac{e^{-p(z+z')} \cos p(x-x')}{p - K + i\mu} dp,$$

$$p_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (z-z')^2}, \quad p_2 = \sqrt{(x-x')^2 + (z+z')^2} \quad (A.3)$$

$$S^{(2)} \xrightarrow{|x-x'| \gg 1} -i e^{-K(z+z') - iK|x-x'|} \quad (A.4)$$

$$\begin{aligned} \text{if } z \gg 1 \quad \phi(p) &\xrightarrow{x \gg 1} -i H^+(K) e^{-Kz - iKx} \\ &\xrightarrow{x \ll -1} -i H^-(K) e^{-Kz + iKx} \end{aligned} \quad (A.5)$$

$$\begin{aligned} H^+(K, i) &= \int_C \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-Kz + iKx} ds, \\ H^-(K, i) &= \int_C \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-Kz - iKx} ds, \end{aligned} \quad (A.6)$$

水面変位 η は

$$\eta(x) = -\frac{i\omega}{g} \phi(x, 0) = -\frac{i\omega}{g} I \phi(x, 0) \quad \dots (A.7)$$

$$\xrightarrow{|x| \gg 1} -\frac{\omega}{g} I H^{\pm}(k) e^{-k|x|}, \quad \dots (A.7)$$

さて次にこのような特異点がいずれの方向に無限に広がって行くことを示そう。

$$S^B(P, Q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(P; x', y' + nB, z') \quad \dots (A.8)$$

(A.2') に代入すると

$$4\pi S^B = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + 4\pi J \quad \dots (A.9)$$

$$4\pi J = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-k(z+z') + ip(x-x') + i\delta(y-y')}}{k - K + \mu i} \times \lim_{N \rightarrow \infty} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^N \cos\{nB\} \right] \quad \dots (A.10)$$

$$1 + 2 \sum_{n=1}^N \cos n\theta = \frac{\sin \left(\frac{2N+1}{2} \theta \right)}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

であるから

$$4\pi J = 2 \int_0^{\infty} \left[\frac{e^{-p(z+z')}}{p - K + \mu i} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-k_n(z+z')} \cos \left\{ p(x-x') + \frac{2n\pi}{B} (y-y') \right\}}{k_n - K + \mu i} \right] dp, \quad \dots (A.10)$$

$$k_n = \sqrt{p^2 + \frac{4n^2\pi^2}{B^2}},$$

となるからこの積分は $KB \geq 2\pi$, つまり $\pi \geq B$ により

かなり様子が異なる。

つまり $B > \lambda$ では右辺第2項から留数分として種々の方向の波が出て来るが $B < \lambda$ ならば右辺第1項の2次元の波しか出てこない。

実際の事を考えて以下 $B < \lambda$ としよう。

すると

$$\int_B \rightarrow -i e^{-k(z+z')} - i k |z-z'|, \quad \dots (A.11)$$

となって2次元ポテンシャル (A.4) と全く等しく、

$$\left. \begin{aligned} \phi(p) &\xrightarrow{x \gg 1} -i H(k, 0) e^{-kz - i k x} \\ &\xrightarrow{x \ll -1} -i H(k, \pi) e^{-kz + i k x} \end{aligned} \right\} \quad (A.12)$$

$$H(k, 0) = \iint_S \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-kz + i k (x \cos \theta + y \sin \theta)} dS, \quad \dots (A.13)$$

ここで S が断面の一種な筒体でその軸が y 軸に一致するような場合を考え、ストリッパ法を適用すると、その長さを L として

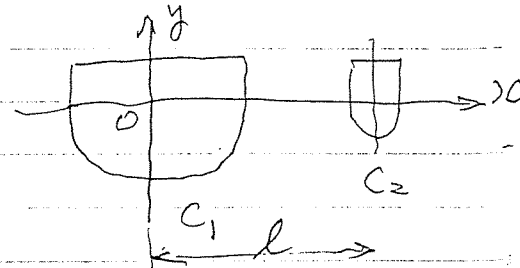
$$H(k, \frac{0}{\pi}) = L H^{\pm}(k), \quad (A.14)$$

$$H^{\pm}(k) = \int_C \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{-kz \pm i k x} dS, \quad (A.15)$$

C は断面の曲線とする。

B. 2箇の浮体の相互干渉 (2次元) お

2箇の浮体が図のように互離れ
だけ離れて並んでいる場合の
相互干渉を大橋の近似に従って



計算して見よう。

夫々が単独の場合の2つ4つ関数は夫々 $H_1^\pm, H_2^\pm$
散乱の波は右から来る波に対して $H_{d1}^\pm, H_{d2}^\pm$, 左から来る
波に対して $h_{d1}^\pm, h_{d2}^\pm$ とすると浮体が夫々左右対称
ならば $H_d = h_d$, $H_d = h_d$ なる関係がある。

あらためて

$$\left. \begin{aligned} A_{Rj} &= -iH_{dj}^+ = -ih_{dj}^- \\ A_{Tj} &= 1 - iH_{dj}^- = 1 - ih_{dj}^+ \end{aligned} \right\} \quad (B.1)$$

としておこう。

i) 今 C_1 が単位振幅で動揺して C_2 は静止している
としよう。

C_1 と C_2 の間で右方に進む波を今ポテンシャルで

$$-ih e^{-ikx} \quad (B.2)$$

とみると C_2 からの反射波と透過波は

$$(R) \quad -ih e^{-ikl} A_{R2} e^{ik(x-l)}, \quad 0 \leq x < l, \quad (B.3)$$

$$(T) \quad -ih e^{-ikl} A_{T2} e^{-ik(x-l)}, \quad \text{for } x > l, \quad (B.4)$$

C_1 から右に進む波は (B.3) の波の反射も含むので

$$-ih = -iH_1^+ - ih e^{-2ikl} A_{R2} A_{R1}, \quad \dots$$

つまり

$$h = \frac{H_1^+}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad \dots \quad (B.5)$$

C_1 から左に進む波は

$$-iH_1^- e^{+ikx} - ih e^{-2ikl} A_{R2} A_{R1} e^{+ikx}, \quad \text{for } x < 0, \quad (B.6)$$

よって全体のポテンシャルのグリーン関数は

$$\left. \begin{aligned} H^+(k) &= \frac{H_1^+ A_{R2}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \\ H^- &= H_1^- + \frac{H_1^+}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \end{aligned} \right\} \quad (B.7)$$

C_2 に働く力は $\rho\omega^2 \delta x = \rho\omega^2 l$ とする

$$Z_{12} = \rho\omega h e^{-ikl} H_2^- = \frac{\rho\omega H_1^+ H_2^- e^{-ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad (B.8)$$

$\times$

$$Z_{11} - Z_1 = \frac{\rho\omega A_{R2} (H_1^+)^2}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad \dots \quad (B.9)$$

ii) C_2 が動いて C_1 が静止しているとき。

C_2 から C_1 の方向に進む波を今

$$-ih e^{ik(x-l)}, \quad \dots \quad (B.10)$$

とすると C_1 からの反射波と透過波は

$$-ih e^{-ikl} A_{R1} e^{ikx}, \text{ for } 0 < x < l, \quad \text{--- (B.11)}$$

$$-ih e^{-ikl} A_{T1} e^{ikx} \text{ for } x < 0, \quad \text{(B.12)}$$

e_2 から左方に進むには

$$-i \left[H_2^- + h A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl} \right] e^{ik(0-l)}, \quad 0 < x < l, \quad \text{(B.13)}$$

右方に進むには

$$-i \left[H_2^+ + h A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl} \right] e^{ik(l-l)}, \quad x > l, \quad \text{(B.14)}$$

したがって

$$h = \frac{H_2^-}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad \text{(B.15)}$$

そこで全体のポテンシャルのエッセンスは

$$\left. \begin{aligned} H^+ &= \left[H_2^+ + \frac{H_2^-}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}} \right] e^{-ikl} \\ H^- &= \frac{H_2^- A_{T1} e^{-ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \end{aligned} \right\} \quad \text{(B.16)}$$

$$Z_{21} = \frac{p \omega H_2^- e^{-ikl} \cdot H_1^+}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}} = Z_{21}, \quad \text{(B.17)}$$

$$Z_{22} - Z_2 = \frac{p \omega (H_2^-)^2 A_{R1} e^{-2ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad \text{(B.18)}$$

iii) 右方から入射を受けている場合を考えよう。

C_2 から左方に出て行く波を
 $-ih e^{+ik(x-l)}$

とすると C_1 ではそれを反対方向に

$$\begin{aligned} & -ih e^{-ikl} \cdot A_{R1} e^{-ikx}, \text{ for } 0 < x < l, \\ & -ih e^{-ikl} A_{T1} e^{ikx}, \text{ for } x < 0, \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & -ih e^{-ikl} \cdot A_{R1} e^{-ikx}, \text{ for } 0 < x < l, \\ & -ih e^{-ikl} A_{T1} e^{ikx}, \text{ for } x < 0, \end{aligned}} \right\} (B.19)$$

C_2 では

$$\begin{aligned} A_{T2} e^{ik(x-l)} &= ih A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl + ik(x-l)}, \text{ for } 0 < x < l, \\ A_{R2} e^{-ik(x-l)} &= ih A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl - ik(x-l)}, \text{ for } x > l \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A_{T2} e^{ik(x-l)} &= ih A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl + ik(x-l)}, \text{ for } 0 < x < l, \\ A_{R2} e^{-ik(x-l)} &= ih A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl - ik(x-l)}, \text{ for } x > l \end{aligned}} \right\} (B.20)$$

$$h = \frac{i A_{T2}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \quad (B.21)$$

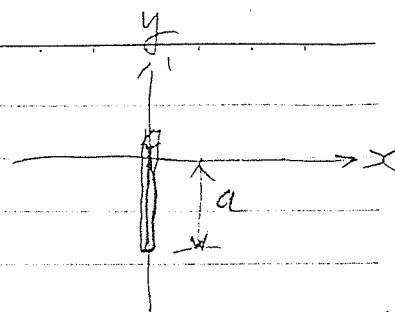
全体としての 2 つの 1 次元数

$$\begin{aligned} H^+ &= i A_{R2} \left[1 + \frac{A_{R1} A_{T2} e^{-2ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}} \right] e^{ikl}, \\ H^- &= \frac{i A_{T1} A_{T2} e^{-ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} H^+ &= i A_{R2} \left[1 + \frac{A_{R1} A_{T2} e^{-2ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}} \right] e^{ikl}, \\ H^- &= \frac{i A_{T1} A_{T2} e^{-ikl}}{1 - A_{R1} A_{R2} e^{-2ikl}}, \end{aligned}} \right\} (B.22)$$

C. 垂直平板 (2次元)⁹⁾

Ursell, Kotik 等に於ては"氷の垂直平板"の

振動 γ_s による左右動する時の波振幅は



$$\eta(x) \xrightarrow{\text{Fourier}} -i k \gamma_s H_1^\pm(k) e^{\mp i k x}, \quad \dots (C.1)$$

$$H_1^\pm(k) = \pm \frac{i\pi}{k} \frac{I_1(ka) + L_1(ka)}{K_1(ka) - i\pi I_1(ka)}, \quad (C.2)$$

回転動揺も考えねばならないが roll wave-free

点があるのでそこで支えておけば左右動のみ考え

ればよい。(Kotik の表によればそれは氷面下約 $0.4a$ の所)

次に散乱波と放射波の関係より, x の正方向からの単位入射波に対して反射波, 透過波振幅は

$$A_{Rd}^+ = \frac{-i\pi I_1(ka)}{K_1(ka) - i\pi I_1(ka)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{H_1^+}{H_1^+} \right), \quad (C.3)$$

$$A_{Td}^+ = \frac{K_1(ka)}{K_1(ka) - i\pi I_1(ka)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{H_1^+}{H_1^+} \right), \quad (C.4)$$

(上式によつては波はおきないので $H_2/H_2 = 1$ とする)

x の負方向からの入射波に対しては

$$A_{Rd}^- = A_{Rd}^+, \quad A_{Td}^- = A_{Td}^+, \quad (C.5)$$

今 x の正方向から単位振幅のハ射が来て平板は γ_s の振幅で左右動しているとすると板の前方, 後方の波の振幅は

$$\left. \begin{aligned} A_R &= A_{Td}^+ - iK\gamma_s H_1^+(k) \\ A_T &= A_{Td}^+ - iK\gamma_s H_1^- = A_{Td}^+ + iK\gamma_s H_1^+(k) \end{aligned} \right\} \quad (C.6)$$

となるから 今 反射波, 透過波がなくなることは

$$\gamma_s = \frac{A_{Td}^+}{iK H_1^+(k)} \quad \text{for } A_R = 0, \quad (C.7)$$

$$\gamma_s = \frac{-A_{Td}^+}{iK H_1^+(k)} \quad \text{for } A_T = 0, \quad (C.8)$$

であることがよい。

一方 平板のインピーダンス Z_1 は

$$Z_1 = \rho\omega^2 |H_1^+(k)|^2 + i \left[\omega(M + M_a) - \frac{k}{\omega} \right], \quad (C.9)$$

M は 平板質量, M_a は 附加質量, k は バネ定数,

と表わされ 力は強制力は H_1^+ に比例するから

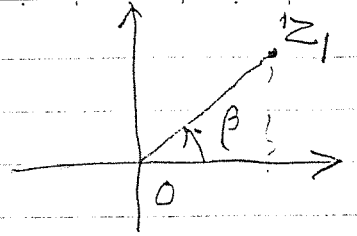
$$i\omega\gamma_s = \frac{\rho\omega^2 H_1^+(k)}{Z_1}, \quad (C.10)$$

となるから 今

$$Z_1 = \rho\omega^2 |H_1^+(k)|^2 \sec\beta e^{i\beta}, \quad (C.11)$$

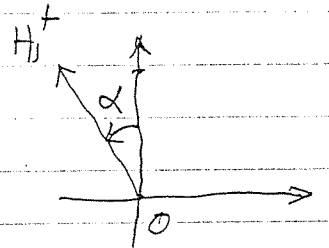
α によりおいておこう。

β は Z_1 を右図のように複素表示した時の位相角である。



H_1 も又複素表示して。

$$H_1^+(k) = i e^{i\alpha} |H_1^+(k)|, \quad \dots (C.12)$$



とすると (C.3), (C.4) から

$$\left. \begin{aligned} A_{Rd}^+ &= \frac{1}{2} (1 - e^{2i\alpha}) = -i \sin \alpha e^{i\alpha} \\ A_{Td}^+ &= \frac{1}{2} (1 + e^{2i\alpha}) = \cos \alpha e^{i\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (C.13)$$

と仮定から (C.7), (C.8) と (C.10) を等置すると

$$\frac{\cos \beta}{H_1^+} e^{-i\beta} = - \frac{A_{Rd}}{H_1^+} = - \frac{i \sin \alpha e^{i\alpha}}{H_1^+}$$

$$\cos \beta e^{-i\beta} = +i \sin \alpha e^{i\alpha}, \quad \text{for } A_R = 0 \quad (C.14)$$

よって $\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}, \quad \dots (C.15)$

逆に (C.8) と (C.10) を等置すると

$$\cos \beta e^{-i\beta} = \cos \alpha e^{-i\alpha}$$

$$\therefore \beta = \alpha,$$

$$\left. \begin{aligned} &\dots (C.16) \\ &\text{for } A_T = 0 \end{aligned} \right\} \quad (C.17)$$

とすればよく, Z_1 の リアクタンス分を 等置すれば可能である。

今 附加係数, 減衰係数を C_a, C_d としよう。

$$C_a = \frac{Ma}{\frac{\pi}{2} \rho a^2}, \quad C_d = \frac{\rho |H|^2}{\frac{\pi}{2} \rho a^2}, \quad \dots (C.18)$$

すると

$$Z_1 = \frac{\pi \omega^2 \rho}{2} a^2 [C_d + i(C_a + C_d)], \quad \dots (C.19)$$

$$C_d = \left(M - \frac{k}{\omega^2} \right) / \left(\frac{\pi}{2} \rho a^2 \right),$$

$$\tan \beta = \frac{C_a + C_d}{C_d}, \quad \dots$$

$$\text{一方} \quad \tan \alpha = \frac{\pi I_1(ka)}{K_1(ka)}, \quad \dots (C.20)$$

これから 反射率の C_r が

$$C_r = C_d \tan \beta - C_a, \quad \dots (C.21)$$

と求められる。

次頁表にこれらの値を示してあるがこれから見ると
全反射の条件は $a \div \lambda/10$ 程度で 強と 弾原力
を必要としないので可能である。

一方全透過の爲には極めて大きい 弾元力を
必要とし 實際上困難に見える。

a/a	Ka	$\alpha (\text{in}^\circ)$	C_d	C_a	$\tan^{-1}(\frac{C_a}{C_d})$	$\frac{C_d \tan \alpha - C_a}{-C_d} = C_{b//}$	$\frac{C_d \tan \alpha + C_a}{+C_d} = -C_{b\perp}$	$\frac{(\alpha + \frac{\pi}{2})}{Ka} = \frac{b^*}{a}$	b^*/a
0	0	0	0	1.0000	90. (°)	-1.0000	-	-	.4244
.0318	.2	.38	.0822	1.2334	86.19	-1.2329	13.669	15.774	.4133
.0636	.4	16.35	.4312	1.4706	73.66	-1.3441	2.940	9.281	.4022
.0944	.6	37.11	1.0049	1.3361	53.05	-.5760	2.665	3.697	.3910
.1114	.7	48.05	1.1923	1.0837	42.27	.2426	2.156	3.442	.3854
.1273	.8	57.64	1.2494	.8063	32.84	1.1653	1.598	3.221	.3798
.1592	1.0	71.27	1.1211	.4012	19.69	2.9058	.7813	2.815	.3863
.3183	2.0	88.40	.4506	.0839	10.55	16.0142	.0965	1.557	.3144
.4775	3.0	89.81	.2445	.1279	27.61	75.4940	.1287	1.046	.2653

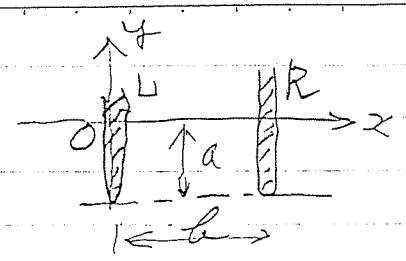
註) b^* : D-IL. wave free pt.

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\pi I_1(Ka) / K_1(Ka) \right]$$

D 2枚の垂直平板 (2次元) 8) 9)

i) 平板 L が単位速度振幅で左右動し

平板 R は静止しているとしてしよう。



a が充分大きいとして 相互影響は互に他の発散波のみに
よるものとする。まず R は L から来る波を散乱させるだけで

あるから この振幅 (平面波ポテンシャルで) を $-ih$ とすると、

R の近くでは R の発散波は

$$\phi_R(x,0) \rightarrow (-ih e^{-ikb}) \cdot \bar{\Phi}_a(x,0) \quad (D.2)$$

($\bar{\Phi}_a = \phi_0 + \phi_a^-$) for $x \geq b$

$$\text{or } \rightarrow -ih A_T e^{-ikx} \quad \text{for } x > b$$

反射波

$$\rightarrow -ih A_R e^{ikx - 2ikb} \quad \text{for } 0 < x < b$$

(D.2')

(L から R の方向に進む波は

$$\phi_L(x,0) \rightarrow -ih e^{-ikx} \quad \text{for } 0 \leq x < b, \quad \dots (D.1)$$

従って L は 自分自身で R が無い時に発する波と

R から来る波を反射する波をもつから e^{2ikb}

$$\phi_L(x,0) \rightarrow -iH_1^\pm e^{\pm ikx} - ih A_R \bar{\Phi}_a(x,0) \quad (D.3)$$

$$\rightarrow -iH_1^+ e^{-ikx} - ih A_R^2 e^{-ikx - 2ikb + ikb} \quad \text{for } 0 < x < b$$

$$\rightarrow -iH_1^- e^{ikx} - ih A_R A_T e^{ikx - 2ikb + ikb} \quad (D.3')$$

for $x < 0$

それ故 (D.1) と (D.3') の1式から

$$h = \frac{H_1^+}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}}, \quad \frac{H_1^+}{1 - A_R^2 e^{-iKl}} \quad (D.4)$$

更に (D.2') の1式, (D.3') の2式から

$$\phi(x,0) \xrightarrow{x \gg l} \frac{-i H_1^+ A_T e^{-iKx}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \quad (D.5)$$

$$\xrightarrow{x \ll 0} -i \left[H_1^- + \frac{H_1^+ A_T A_T e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \right] e^{+iKx}$$

$$\text{or} = -i H_1^- \left[\frac{1 + A_R e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \right] e^{iKx} \quad (D.6)$$

$$\therefore A_T = 1 - A_R$$

ここで $\phi(x,y)$ は同様のポテンシャルであるから

$$H^\pm = \int_{L+R} \left(\phi \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) e^{\pm iKx - Ky} ds = \begin{Bmatrix} H_1^+ B^+ \\ H_1^- B^- \end{Bmatrix} \quad (D.7)$$

$$\text{故に} \quad \left. \begin{aligned} B^+ &= \frac{A_T}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \\ B^- &= \frac{1 + A_R e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \end{aligned} \right\} \quad (D.8)$$

今 L 単独の時の $I = \epsilon_0 \omega E$ を Σ_1^w とし, Rがある時のそれを Σ_{11}^w とすると (前者 w は K の力によるもののみを意味)

$$\begin{aligned} \Sigma_{11}^w - \Sigma_1^w &= -\rho \omega l A_R e^{-2iKl} \int_L \Phi_d(x,0) \frac{\partial x}{\partial n} ds \\ &= -\rho \omega (H_1^+)^2 \frac{A_R e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \quad (D.9) \end{aligned}$$

$$\rightarrow A_R (1 - A_R) e^{-iKl} = 1 - A_R^2 e^{-2iKl} - A_T (1 - A_R) e^{-iKl}$$

$$\Sigma_1^W = \rho\omega |H_1^+|^2 + iX_1, \quad \dots \quad (D.10)$$

これから $\Sigma_{11}^W = iX_1 + \rho\omega |H_1^+|^2 \left[1 + \frac{(H_1^+/H_1^-) A_R e^{-2ik\ell}}{1 - A_R^2 e^{-2ik\ell}} \right],$

(D.11)

Rのうける力から(D.2)から

$$\Sigma_{12}^W = +\rho\omega h e^{-ik\ell} H_1^- = -\frac{\rho\omega (H_1^+)^2 e^{-ik\ell}}{1 - A_R^2 e^{-2ik\ell}}, \quad (D.12)$$

ii) Rから左運動をして Lが静止しているという。
RからLの方に進む波を

$$-ih e^{+ik(x-\ell)}$$

とあくと Lの近くのポテンシャルは

$$\phi_L(x, y) \rightarrow -ih \Phi_d^+(x, y) e^{-ik\ell}, \quad \dots (D.13)$$

それ故

$$\begin{aligned} \phi_L(x, 0) &\xrightarrow{x \ll 0} -ih e^{-ik\ell} A_T e^{ikx}, \\ &\xrightarrow[\ell \gg x > 0]{\text{反射波は}} -ih e^{-ik\ell} A_R e^{-ikx}, \end{aligned} \quad (D.13')$$

我々はこの最後の波を反射しなくてはならない故 Rの近くで

$$\phi_R(x, y) = \phi_0(x, y) - ih e^{-2ik\ell} A_R \bar{\Phi}_d^-(x, y), \quad (D.14)$$

ϕ_0 は零ポテンシャルのポテンシャル。

それ故

$$\begin{aligned} \phi_R(x, 0) &\xrightarrow{x > \ell} -iH_1^+ e^{-ik(x-\ell)} - ih e^{-2ik\ell} A_R A_T, \\ &\xrightarrow{0 < x < \ell} -iH_1^- e^{ik(x-\ell)} - ih e^{-2ik\ell} A_R^2 e^{+ik(x-\ell)} \end{aligned} \quad (D.15)$$

したがって
$$h = \frac{H_1^-}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \quad , \quad \dots \quad (D.16)$$

ここであらためて全系の T 状態を ϕ とおくと

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) &\xrightarrow{x \gg l} -i H_1^+ e^{-iK(x-l)} \left(1 + \frac{A_R A_T e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \right) \\ &\xrightarrow{x \ll 0} -i \frac{H_1^- A_T e^{-iKl + iKx}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \quad , \end{aligned}$$

(D.8) を使うと

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) &\xrightarrow{x \gg l} -i H_1^+ B^- e^{-iK(x-l)} \\ &\xrightarrow{x \ll 0} -i H_1^- B^+ e^{iK(x-l)} \quad , \end{aligned} \quad (D.17)$$

よって

$$H^\pm = \begin{cases} H_1^+ B^- e^{iKl} \\ H_1^- B^+ e^{-iKl} \end{cases} \quad \dots \quad (D.18)$$

同様に

$$\begin{aligned} \sum_{22}^W - \sum_2^W &= + p \omega \hbar e^{-2iKl} A_R H_1^- \\ &= + p \omega \frac{(H_1^-)^2 e^{-2iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} \\ &= \sum_{11}^W - \sum_1^W \quad , \quad \dots \quad (D.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{21}^W &= + p \omega \hbar e^{-iKl} H_1^+ = - p \omega \frac{(H_1^+)^2 e^{-iKl}}{1 - A_R^2 e^{-2iKl}} = \sum_{12}^W \quad , \\ &\quad (D.20) \end{aligned}$$

iii) LとRも静止して、xの正方向から単位入射波を
送っているとしよう。

LとRの間で左方に進む波を次のようにおこう。

$$-ih e^{ik(x-a)}$$

Lの近くでは

$$\phi_L(x, y) \doteq -ih e^{-ikh} \Phi_a^T(x, y), \quad (D.21)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \phi_L(x, 0) &\xrightarrow{x \ll 0} -ih e^{-ikb + ikx} A_T \\ \text{反射波は} &\xrightarrow{b \ll x \ll 0} -ih e^{-ikb - ikx} A_R \end{aligned} \quad (D.22)$$

それとRの近くでは

$$\phi_R(x, y) \doteq e^{ikh} \Phi_a^T(x, y) - ih e^{-2ikh} A_R \Phi_a^T(x, y), \quad (D.23)$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \phi_R(x, 0) &\xrightarrow{0 \ll x \ll b} i A_T e^{+ikx} - ih e^{-2ikh + ik(x-b)} A_R^2 \\ \text{反射波} &\xrightarrow{x \gg b} A_R e^{-ik(x-2b)} - ih e^{-2ikh} A_R A_T e^{-ik(x-b)} \end{aligned} \quad (D.24)$$

$$\text{よって} \quad h = \frac{i A_T e^{ikh}}{1 - A_R^2 e^{-2ikh}}, \quad (D.25)$$

それと全体としては

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) &\xrightarrow{x \gg b} A_R (1 - ih e^{-2ikh} A_T) e^{-ik(x-b)} \\ &\approx A_R \left(1 + \frac{A_T^2 e^{-2ikh}}{1 - A_R^2 e^{-2ikh}} \right) e^{-ik(x-2b)} \\ &\xrightarrow{x \ll 0} \frac{A_T^2}{1 - A_R^2 e^{-2ikh}} e^{ikx} \end{aligned} \quad (D.26)$$

IV) L, R の振幅を I_1, I_2 とし インピーダンスを

Z_{11}, Z_{22}, Z_{12} としよう。

今 L に力 F を加えて動揺させ、これにつれて R が動くものとしてよう。

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} &= F \\ I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (D.27)$$

左遠方へ出て行く波は (D.7), (D.18) より

$$\left. \begin{aligned} I_1 H_1^- B^- + I_2 H_1^- B^+ e^{-ikR} \\ \text{右遠方へは } I_1 H_1^+ B^+ + I_2 H_1^+ B^- e^{ikR} \end{aligned} \right\} \quad (D.28)$$

そこで左方へ波が出ないとする。

$$I_1 B^- + I_2 B^+ e^{-ikR} = 0$$

$$\text{or } I_1 (1 - A_R e^{-2ikR}) + I_2 A_T e^{-ikR} = 0, \quad (D.29)$$

(D.27) 中 2 式の条件を代入すると。

$$Z_{22} B^- = Z_{12} B^+ e^{-ikR}, \quad (D.30)$$

右方へ波が出ないためには

$$Z_{22} B^+ = Z_{12} B^- e^{ikR}, \quad (D.31)$$

簡単の爲に L と R は機械的に連結されているとし
(D.31) を考えて見よう。

(D.19), (D.20) より

$$Z_2 = -\frac{\rho\omega(H_1)^2}{1-A_R^2 e^{-2iKl}} \left[A_R e^{-2iKl} + \frac{B^-}{B^+} \right] = \frac{-\rho\omega(H_1)^2}{A_T}, \quad (D.32)$$

前節の記号を導入すると

$$Z_2 = 4\rho\omega \sec\alpha e^{i\alpha} |H_1|^2, \quad (D.32')$$

これから Z_2 を (C.11) のようにおいて E と F (C.17) が成立して
いる事になり R のインピーダンスは、波を全反射するよう
調節した事になっている。

次に (D.30) では $1/\Gamma$ について

$$Z_2 = -\frac{\rho\omega(H_1)^2}{1-A_R^2 e^{-2iKl}} \left[A_R e^{2iKl} + \frac{B^+}{B^-} e^{-2iKl} \right] = \frac{-\rho\omega(H_1)^2}{1-A_R e^{-2iKl}} \quad (D.33)$$

となって今度は Kl の値によつて大きく変動する。

そこで実用的な値として

$$Kl = \alpha + \frac{\pi}{2}, \quad l/a = (\alpha + \frac{\pi}{2})/K, \quad (D.34)$$

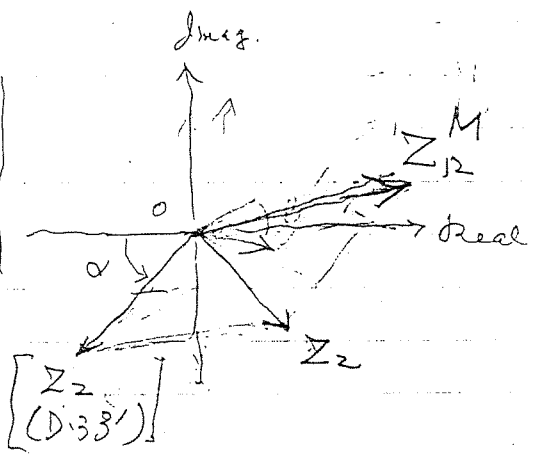
で以下考えて見よう。

$$\therefore 1 - A_R^2 e^{-2iKl} = \cos^2\alpha, \quad 1 - A_R e^{-2iKl} = 1 - iA_R \alpha l = \cos\alpha e^{-i\alpha}$$

$$\therefore Z_2 = -\rho\omega |H_1|^2 \sec\alpha e^{i\alpha}, \quad (D.33')$$

となって Z_2 を (C.11) のように置いて考えると 之のようになり得る
 事は 一般に不可能である。

これを 複素インピーダンス面で見ると
 左図のようになって Z_{12} は
 大変大きい機械的インピーダンス
 を 補わなければならぬ。



しかし 図からわかるように Z_{12} は 常に 少くとも 減衰
 減衰分以上 (2倍以下) の 抵抗を 含まねば ならない。

しかし そうすると Z_2 の 抵抗も 同時に 入れなければ
 ならないから これは 不可能である。

そこで 以下 右方に 波が 伝わる 条件 (D.31) のみを考えよう。

(D.32) のように Z_2 が 表わされるのは

$$Z_{22} = - \frac{\rho \omega (H_1)^2 (B^-/B^+)}{1 - A_R^2 e^{-2ikl}} = \frac{\rho \omega |H_1|^2}{\cos^2 \alpha}, \quad \dots (D.32'')$$

$$B^-/B^+ = (1 - A_R e^{-2ikl}) / A_T = e^{-2i\alpha}, \quad B^- = \frac{e^{-i\alpha}}{\cos \alpha}, \quad B^+ = \frac{e^{i\alpha}}{\cos \alpha},$$

今 右方から 単位入射波 が来るとすると 運動方程式
 は.

$$\begin{cases} I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} = \rho g a H_1^+ B^+ \\ I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22} = \rho g a H_1^+ B^- e^{ikL} \end{cases} \quad (D.35)$$

また

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\rho g a H_1^+}{\Delta} [B^+ Z_{22} - B^- Z_{12} e^{ikL}] \\ I_2 = \frac{\rho g a H_1^+}{\Delta} [B^- e^{ikL} Z_{11} - B^+ Z_{12}] \\ \Delta = Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2 \end{cases} \quad (D.36)$$

(D.31)の条件からさらに

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = \frac{\rho g a H_1^+ B^- e^{ikL}}{Z_{22}} \xrightarrow[kL = \alpha + \frac{\pi}{2}} \frac{\rho g a i H_1^+}{\cos \alpha |H_1^+|^2} \end{cases} \quad (D.37)$$

となって L は動かない。

この事は (D.32) のべたように (D.31) の条件は R が波を全反射している所から自明である。

今度は左方の板のインピーダンスが (D.31) 従って (D.32) のように調整されているとしよう。

$$\begin{cases} \text{つまり} \quad Z_{11} = \frac{\rho a |H_1|^2}{\cos^2 \alpha} \\ Z_{12} B^- = Z_{11} B^+ e^{-ikL} \\ Z_{12} = i Z_{11} e^{i\alpha} \end{cases} \quad (D.38)$$

右辺の反射透過係数 ($\varphi = \alpha - 2\alpha$)

$$(R) \quad \frac{i\omega a}{K} A_R \left(1 + \frac{A_1^2 e^{-2ika}}{1 - A_R^2 e^{-2ika}} \right) e^{2ika} - i H_1^+ [I_1 B^+ + I_2 B^- e^{ika}] \quad (D.40)$$

$$(T) \quad \frac{i\omega a}{K} \frac{A_1^2 e^{-ika}}{1 - A_R^2 e^{-2ika}} - i H_1^- [I_1 B^- + I_2 B^+ e^{-ika}]$$

$$\therefore I_1 B^+ + I_2 B^- e^{ika} = \frac{\rho g a H_1^+}{\Delta} \left[(B^+)^2 Z_{22} + (B^-)^2 e^{2ika} Z_{11} - 2 B^+ B^- e^{ika} Z_{12} \right]$$

$$= \frac{\rho g a H_1^+ (B^+)^2}{\Delta} \left[Z_{22} + Z_{11} \left(\left(\frac{B^-}{B^+} \right)^2 e^{2ika} - 2 \right) \right] \quad (D.41)$$

$$I_1 B^- + I_2 B^+ e^{-ika} = \frac{\rho g a H_1^+}{\Delta} \left[B^+ B^- (Z_{22} + Z_{11}) - Z_{12} \left\{ (B^-)^2 e^{ika} + (B^+)^2 e^{-ika} \right\} \right]$$

$$= \frac{\rho g a H_1^+ B^+ B^-}{\Delta} \left[Z_{22} - Z_{11} \left(\frac{B^+}{B^-} \right)^2 e^{-2ika} \right] \quad (D.42)$$

$$\Delta = Z_{11} Z_{22} - \left(\frac{B^+}{B^-} \right)^2 e^{-2ika} Z_{11}^2$$

$$= Z_{11} \left[Z_{22} - Z_{11} \left(\frac{B^+}{B^-} \right)^2 e^{-2ika} \right] \quad (D.43)$$

$$\therefore I_1 B^- + I_2 B^+ e^{-ika} = \frac{\rho g a H_1^+ B^+ B^-}{Z_{11}} \quad (D.44')$$

透過係数の消える条件は

$$\frac{A_1^2}{1 - A_R^2 e^{-2ika}} = \frac{\rho \omega H_1^+ H_1^- B^+ B^-}{Z_{11}} \quad (D.44)$$

$$\overbrace{ka = \alpha + \frac{\pi}{2}} \quad e^{2i\alpha} = e^{2i\alpha} \quad (D.44')$$

となって確かに透過係数は消えている。

$kL = \alpha + \frac{\pi}{2}$ である

$$A_R \left(1 - \frac{A_1^2 e^{-2ikL}}{1 - A_R^2 e^{-2ikL}} \right) = 0, \quad (D.45)$$

即ち反射は 0 となるのである。反射は 0 となるから

(D.41) から

$$\begin{aligned} Z_{22} &= Z_{11} \left(2 - \left(\frac{B^-}{B^+} \right)^2 e^{2ikL} \right) \\ &= \rho \omega |H_1|^2 \sec^2 \alpha (2 + 1), \quad \dots (D.46) \end{aligned}$$

それゆ

$$\begin{aligned} Z_2 &= Z_{22} + \frac{\rho \omega |H_1|^2}{\cos^2 \alpha} (i \sin \alpha) e^{i\alpha} \\ &= \frac{\rho \omega |H_1|^2}{\cos^2 \alpha} (2 + \cos^2 \alpha + i \sin \alpha \cos \alpha), \quad (D.47) \end{aligned}$$

2 の時、再び

$$Z = Z_{11} (3 + 1) = 4 Z_{11}$$

2 から

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\rho g a}{\Delta} H_1^+ B^+ (Z_{22} - Z_{11}) = \frac{i \rho g a |H_1|^2 \sec^2 \alpha}{2 Z_{11}} e^{2i\alpha} \\ I_2 &= \frac{\rho g a}{\Delta} H_1^+ B^- e^{ikL} Z_{11} \left\{ 1 - \left(\frac{B^+}{B^-} \right)^2 e^{-2ikL} \right\} \\ &= \frac{i \rho g a |H_1|^2 \sec \alpha}{2 Z_{11} (\cos^2 \alpha)} = \frac{i g a \cos \alpha}{2 \omega |H_1|^2} \end{aligned} \quad (D.48)$$

(D.47) において、 Z_2 の実部の進捗抵抗は $\rho \omega |H_1|^2$ であるから

今 $Z_e = 2 \sec^2 \alpha [\rho \omega |H_1|^2] \quad \dots (D.49)$

とすると

$$Z_2 = Z_1 + Z_e, \quad \dots (D.50)$$

よって R の 12 ビーダンスは L と同じものに抵抗 Z_e を加えたものになっている事を示している。