"二つの周期で波なしになりうるか"

別所正利

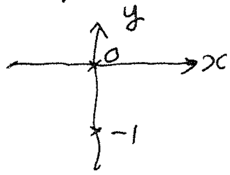
1. 序言

動揺殊にヒービングの問題に於て、波の強制力を受けない船型の存在が実験的に確認されたが、その様な船型は一方ではダムピングもその周期でなくなる為に応用の面で具合が悪い。~~…~~

そこで一つの周期ではなく二つ以上の周期で波なしになる様なものがないかと云う問題、或いはある周期を中心にしてなるべく巾広い範囲で波が小さいものがないかと言う問題が当然考えられる。

前論文でものべた様に動揺の問題では定常造波抵抗の問題と同じ様にダムピングには極大値も極小値もなく、従ってその大きさは大きいものから小さいものへ際限なくあるので、この様な事は理論的にはあまり意味がないと思われ、実際その様なものがつくれ、且つそれがどこまで実用的な形になり得るかと言う事が問題であると思われる。

2. 縦分布



左図の$(-1,0)$の区間にのみ吹出しが分布していると速度ポテンシャルは時間の項を除いて、

$$\varphi = \int_{-1}^{0} \sigma(y')\, G(x,y;0,y')\, dy' \qquad \cdots (2.1)$$

但し

$$G(x,y;x',y') = \log\frac{r_1}{r_2} - 2\lim_{\mu\to+0}\int_0^\infty \frac{e^{k(y+y')}\cos k(x-x')\,dk}{k-K-\mu i}, \qquad \cdots (2.2)$$

$$r_1^2=(x-x')^2+(y-y')^2,\quad r_2^2=(x-x')^2+(y+y')^2.$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}G - KG &= \frac{y-y'}{r_1^2}+\frac{y+y'}{r_2^2}-K\log\frac{r_1}{r_2}\\ \frac{\partial}{\partial y'}G - KG &= -\frac{y-y'}{r_1^2}+\frac{y+y'}{r_2^2}-K\log\frac{r_1}{r_2}\end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

Kochinの函数$H(k)$を

$$H(k)=\int_{-1}^{0}\sigma(y')\,e^{ky'}\,dy', \qquad \cdots (2.4)$$

とすると、$H(K)$は波の強制力に比例する。

従って簡単に考えれば

$$F(k) = (K-k)\,f(k) \quad , \quad \cdots\cdots \quad (2.5)$$

の形になっていれば

$$F(K) = 0 \quad \cdots\cdots \quad (2.6)$$

となるから K_1 と K_2 において φ が消える為には

$$F(k) = (K_1-k)(K_2-k)f(k) \quad , \quad \cdots\cdots \quad (2.7)$$

の形になっていればよい。

此の様な形になる為には

$$\sigma(y) = \left(K_1 + \frac{\partial}{\partial y}\right)\left(K_2 + \frac{\partial}{\partial y}\right)\mu(y) \quad , \quad \cdots\cdots \quad (2.8)$$

$$\left.\begin{aligned} \mu(-1) = \mu(0) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y}\mu(-1) = \frac{\partial}{\partial y}\mu(0) = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (2.9)$$

とおくと、

$$F(k) = (K_1-k)(K_2-k)\int_{-1}^{0}\mu(y)\,e^{ky}\,dy \quad , \quad \cdots\cdots \quad (2.10)$$

となって所望のものが求まる。

然しこれを(2.1)に代入してポテンシャルを作ると、

$$\underbrace{\text{ポテンシャル}}_{K_1 \text{における}}$$

$$\varphi = \int_{-1}^{0}\left(K_1+\frac{\partial}{\partial y'}\right)\left(K_2+\frac{\partial}{\partial y'}\right)\mu(y')\,G_{K_1}\,dy' = \int_{-1}^{0}\left(K_2+\frac{\partial}{\partial y'}\right)\mu(y') \times$$

$$\left[K_1 \log\frac{r_1}{r_2} + \frac{z-y'}{r_1^2} - \frac{z+y'}{r_2^2}\right]dy' = \int_{-1}^{0}\mu(y')\left[K_2 - \frac{\partial}{\partial y'}\right]\left[K_1 + \frac{\partial}{\partial y}\right]\log\frac{r_1}{r_2}\,dy'$$

$$= \left[K_1 + \frac{\partial}{\partial y}\right]\int_{-1}^{0}\mu(y')\left[K_2 - \frac{\partial}{\partial y'}\right]\log\frac{r_1}{r_2}\,dy' \quad \cdots\cdots \quad (2.11)$$

従って今

$$\left.\begin{aligned} m &= \int_{-1}^{0}\mu(y')\log\frac{r_1}{r_2}\,dy' \\ m^* &= \int_{-1}^{0}\mu(y')\log r_1 r_2\,dy' \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (2.12)$$

とおくと、(2.11)は

$$\varphi = \left[K_1 + \frac{\partial}{\partial y}\right]\left[K_2\,m + \frac{\partial}{\partial y}m^*\right] \quad , \quad \cdots\cdots \quad (2.13)$$

と書ける。

此の形では m は~~とし~~上下半対称な量のならば何でもよい。

例えば~~を~~ φ の複素ポテンシャルを $w(z)$, $z = x+iy$ と~~すれば~~し m のそれを $\log\left(\frac{z-ih}{z+ih}\right)$ とおくと、

$$w(z) = \left[K_1 + i\frac{d}{dz}\right]\left[K_2 \log\frac{z-ih}{z+ih} + \frac{id}{dz}\log(z^2+h^2)\right] , \quad \cdots \quad (2.14)$$

となる。

所で此の様なポテンシャルはK_2に於て水面の条件を満足しない事は容易に(計算して見れば)わかる。~~説明する~~

と言うのは(2.8)の様な吹出し分布の表わす船型はK_1とK_2で形が同じにならないと言う事であってこれは至極当然の事であろう。

然し仮りに此の考えでうまくゆくものとすれば、$K_1=K_2(=K)$とするとKの附近で波の強制力は小さくなると考えられる。

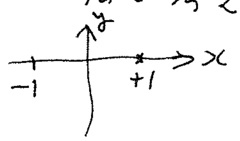
(2.14)に於て$K_1=K_2=K$とおくと、

$$w = K^2 \log\frac{z-ih}{z+ih} + \frac{2iK}{z-ih} - \frac{2}{z^2+h^2} + \frac{4z^2}{(z^2+h^2)^2} \quad \cdots (2.15)$$

となって文献*の例題1)と3)を加え合せた様なものになっているから恐らく第1図と第3図を組合せた船型(姿)の様なものが出来るのではなかろうか。

3. 線分布

同じ考え方によれば水面のx軸上$(-1,1)$の区間に圧力pを分布させれば



$$\varphi = \int_{-1}^{1} p \frac{\partial}{\partial y} G \, dx' \quad \cdots\cdots (3.1)$$

となるがKochinの函数Hは

$$H(k) = \int_{-1}^{1} p(x) \cos kx \, dx, \quad \cdots\cdots (3.2)$$

であるから

$$p(x) = \left(K^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\mu(x), \quad \cdots (3.3)$$

とおくと、

$$\mu(\pm 1) = \frac{\partial}{\partial x}\mu(\pm 1) = 0, \quad \cdots (3.4)$$

$$H(k) = (K^2 - k^2)\int_{-1}^{1} \mu(x) \cos kx \, dx, \quad \cdots (3.5)$$

となるから$k=K$の附近で$H(K)$即ち波の強制力は(前節の場合と同じ位)小さくなると考えられる。

(3.3), (3.4)を(3.1)に代入して部分積分すると、

$$\varphi = \left(K + \frac{\partial}{\partial y}\right)\int_{-1}^{1} \mu(x')\left(K + \frac{\partial}{\partial y'}\right)\frac{\partial}{\partial y'} \log\frac{r_1}{r_2}\, dx', \quad \cdots (3.6)$$

となるから、此れは(2.13)において$K_1=K_2$とおいたのと同じ形~~になる~~である。

*参考 "動揺問題における波なし分布について"

4. 波なし点の近傍

2節に述べた様に以上の考えで2周期波なし若しくは波なし範囲の広い船型が出来るかどうかはよく判らない。

2節の σ である K における船型が表わされた時 K の近傍では波はどうなるであろうか。

σ は K の函数であり，(2.4) の Kochin の函数も K の函数でもあるから $\sigma_K(y)$, $\bar{H}_K(k)$ と記すと．

$$\bar{H}_K(k) = \int_{-1}^{0} \sigma_K(y)\, e^{ky}\, dy \qquad , \quad \cdots\cdots \quad (4.1)$$

波の抵抗 D は $\bar{H}_K(K)$ で表される。

従って K が ΔK だけ変化すると．

$$\bar{H}_{K+\Delta K}(K+\Delta K) = \bar{H}_K(K) + \Delta K\left[\frac{\partial}{\partial K}\bar{H}_K(k) + \frac{\partial}{\partial k}\bar{H}_K(k)\right]_{k=K} + \cdots \quad (4.2)$$

となる訳で 2, 3節のやり方では．

$$\frac{\partial}{\partial k}\bar{H}_K(k) = 0, \qquad \cdots\cdots \quad (4.3)$$

となるけれども ~~であるけれども~~ $\left.\frac{\partial}{\partial K}\bar{H}_K(k)\right|_{k=K} \neq 0$,

であるから，K の近くで必ずしも $\bar{H}_K(K)$ が小さいとは限らない。

所で (4.1) を参照すると．

$$\frac{\partial}{\partial K}\bar{H}_K(k) = \int_{-1}^{0} \frac{\partial}{\partial K}\sigma_K(y)\, e^{ky}\, dy \qquad , \quad \cdots \quad (4.4)$$

である。~~σの変化~~

σ はまた境界条件で決められる。即ち C を船体表面として

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_C = \int_{-1}^{0} \sigma_K(y')\left[\frac{\partial}{\partial n}G_K\right]_C dy' \qquad , \quad \cdots\cdots \quad (4.5)$$

~~従って~~ ΔK だけ変化しても左辺の境界条件は変らないから．

$$0 = \Delta K\int_{-1}^{0} \frac{\partial\sigma_K}{\partial K}\left[\frac{\partial}{\partial n}G_K\right]_C dy' + \Delta K\int_{-1}^{0} \sigma_K\left[\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial}{\partial K}G_K\right]_C dy'$$

即ち．

$$\int_{-1}^{0} \frac{\partial\sigma_K}{\partial K}\left[\frac{\partial}{\partial n}G_K\right]_C dy' = \int_{-1}^{0} \sigma_K\left[\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial}{\partial K}G_K\right]_C dy', \quad \cdots (4.6)$$

但し

$$\frac{\partial}{\partial K}G_K(x,y,0,y') = -2\lim_{\mu\to+0}\int_0^{\infty} \frac{e^{k(y+y')}\cos kx}{(k-K-\mu i)^2}\, dk, \quad \cdots (4.7)$$

であるから $\overbrace{\frac{\partial}{\partial K}G_K}^{\text{従って(4.6)の右辺}}$ は下半面で正則であり，(4.6) は (4.5) の積分方程式と同じ形であるから (4.5) がとけるならば (4.6) もとける。

所で(4.5)の近似解は物体が細長ならば，その半巾を$\beta(y)$とすると．

$$\sigma(y) \doteqdot \frac{1}{\pi}\frac{d}{dy}\beta(y), \doteqdot \frac{1}{\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad \cdots \quad (4.8)$$

であるから，此の程度の近似で考えるならば(4.6)の解は．

$$\frac{\partial\sigma_K(y)}{\partial K} = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{0}\sigma_K(y)\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial K}G_K\Big]_c dy'$$

$$\doteqdot \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{0}\sigma_K(y)\frac{d\beta(y')}{dy'}\frac{\partial}{\partial K}G_K\Big|_{x=0} dy'$$

$$\doteqdot \frac{1}{\pi^2}\int_{-1}^{0}\left(\frac{d\beta(y')}{dy'}\right)^2\frac{\partial^2}{\partial y'\partial K}G_K\Big|_{x=0} dy', \quad \cdots \quad (4.9)$$

であるから $\frac{\partial\sigma_K}{\partial K}$ は$O(\beta^2)$であって，従ってa (4.4)の$\frac{\partial}{\partial K}F_K$も$O(\beta^2)$である。

いづれにしても此等の量がKに関して$O(1)$の量である事は確であると思われるから(4.3)は確かである様に思われ~~るから~~．

前節のやり方で広い範囲で波を小さくする事は難かしい様に見える。又$K\to 0$として近似解から求める方法も考えられるが仲々面倒であり，且つ$\log K$の様な項が出て来るので，此れ以上は考えない事にした。

5. ~~$K\to 0$~~，物理的解釈．

~~ヒーピングの場合 $K\to 0$~~

さて，(4.1)式を物理的に説明してみよう。
細長い物体では，巾を$\beta(y)$とすれば

$$\sigma(y) = \frac{d\beta(y)}{dy}, \quad \cdots\cdots \quad (5.1)$$

であるから，Kの小さい所では．

$$F(K) = \int_{-1}^{0}\sigma(y)e^{Ky}dy = A' - KB' + K^2C' + \cdots \quad (5.2)$$

但し．$A' = \int_{-1}^{0}\frac{d\beta}{dy}dy, \quad B' = \int_{-1}^{0}\frac{d\beta}{dy}y\,dy, \quad C' = \frac{1}{2}\int\frac{d\beta}{dy}y^2dy, \quad (5.3)$

故に，

$$A' = \beta(0), \quad B' = +\int_{-1}^{0}\beta(y)dy = S$$

$$C' = -\int_{-1}^{0}\beta y\,dy = Sl, \quad l\text{ は水面から浮心迄の距離} \quad (5.4)$$

但し $\beta(-1) = 0$ とする。

即ち．

$$F(K) = \beta(0) - KS + K^2Sl, \quad \cdots\cdots \quad (5.5)$$

従って．元良式波なし条件は

$$\beta(0) = KS, \quad \cdots\cdots \quad (5.6)$$

見掛附加質量がうんと小さいと考えている(細長い)から、元良の考えに一致する。

次に、

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial K} = -S + 2KSl \quad \cdots (5.7)$$

であるから抗力はなしである為には、

$$l = \frac{1}{2K}, \quad \cdots\cdots (5.8)$$

$\underbrace{\text{即ち浮心が}}_{}$ Kの小さい所では

即ち浮心が水面よりうんと下にある事になる。

もう少し精密に考える為に、

$$\bar{H}(K) = \int_C \left(\frac{\partial\psi}{\partial\nu} - \varphi\frac{\partial}{\partial\nu}\right) e^{Ky+iKx} ds, \quad \cdots$$

$$= A - KB + K^2 C, \quad \cdots (5.9)$$

とおくと

$$A = \int_C \frac{\partial\psi}{\partial\nu} ds = -\int \frac{\partial y}{\partial\nu} ds = \int \frac{\partial x}{\partial s} ds = \beta(0), \quad \cdots (5.10)$$

$$B = \int_C \left(\varphi\frac{\partial y}{\partial\nu} - \frac{\partial\psi}{\partial\nu} y\right) ds = \{1 + k(K)\} S, \quad \cdots (5.11)$$

$$C = \frac{1}{2}\int_C \left\{\frac{\partial\psi}{\partial\nu}(y^2 - x^2) - \varphi\frac{\partial}{\partial\nu}(y^2 - x^2)\right\} ds = SL(K), \quad \cdots (5.12)$$

但し $k(K)$ は見掛附質量係数(定義式から附加)であり $L(K)$ は (5.4) の類推から動的な力も含めた浮力中心の水面からの距離と考えられる。

従って、(5.6) に対応する式は、

$$\beta(0) = K\{1 + k(K)\} S, \quad \cdots\cdots (5.13)$$

(5.7)に対応する式は、

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial K} = -B - K\frac{\partial B}{\partial K} + 2KC + \cdots$$

$$= -(1+k)S - K\frac{\partial k}{\partial K}S + 2KSL, \quad \cdots (5.14)$$

(5.8) の替りに

$$2KL = (1+k) + K\frac{\partial k}{\partial K}, \quad L = \frac{1 + k + K\frac{\partial k}{\partial K}}{2K}, \quad \cdots (5.15)$$

Lなる量の資料は今の所不明である~~けれ~~ども それが l に近い値であると考えてもよいとすれば、(5.8) と同様に、やはり浮心が低い事になり、2節の終りでのべた様な逆茸型になる事を推測させる。

以上