

W0

H. 7

No.

Date 58.9.23

前方の波高から何が推定出来るか

柳野

## 内容

### 概要

頁

0-12

1. 波高の推定

1

2. 波強制力又はモーメントの推定

5

3. 運動の推定, 運動から波高の推定

9

4. 浮体面上の圧力から波高の推定

11

5. 波スペクトルの推定

14-14

## 概要

従来の波浪中動揺の研究は周波数応答に主眼を置いて発展して来ている。しかし実用上は時間領域における挙動の推定が問題であって、この面の研究が今後進展するであろう事は論を要しない。

この際最も基本的な設問は、過去から現在までの観測値によつて未来の値が予測出来るかと言ふ事である。

これは計測した系では自明であるが、我々の場合、これは系外から来るので自明と言う事にゆかない。

実際内藤等は浮体の前方で波高を測定し、浮体の所の波高を推定する数値実験を行い、深水の場合それが殆ど不可能に近い事を報告している。

これは水深の分散性に起因する本質的な問題であるので上述の観点からすれば少く理論的に

検討しておく必要があると言ふのが本報告の主旨である。  
波長の長に二次元問題として

そこでまず「浮体前方の波高から浮体の所の波高を推定する問題を採り上げ、その推定精度を向上させる方法について述べる。

それには Filter をつける必要があるから、そのかわりに  
はるそのものではなく カマはモーション あるいは 運動そのものを  
直接推定する事にすれば Filter をつけるのと同じ効果が  
ある事を述べる。

この問題が理論的に不可能な事は自動制御理論  
的に見れば"この時の伝達関数<sup>フットポイントも書いて</sup>が非最小位相相移系  
である事に起因するわけだ"という 実際上は毎所に  
実用的な Filter を見出すかと言う事になる。

これに密着して 浮体の運動は浮体面への圧力から  
はるを推定する問題を採り上げ"その理論的困難  
さについて述べる。

このように直接の予測には理論的困難があるにても  
過去から現在まで充分長い時間があれば"スペクトルの  
推定<sup>ある程度</sup>は可能であると考えられ、スペクトルがわかれば"浮動  
等の予測は可能であると考えられるので最後にその事  
について觸れる。

# 1. 波高の推定

$x$  の正方向から負方向に入射して来る波を考えて  
この振巾が次の式で与えられるとしよう。

$$\psi(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{i\frac{\omega}{g}x + i\omega t} d\omega, \quad (1.1)$$

$$\text{ただし} \quad A(\omega) = \overline{A(\omega)}, \quad (1.2)$$

原点の前方  $x$  の点における波振巾から原点の  
波振巾を求める事を考えよう。

$$\psi(0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( A(\omega) e^{i\frac{\omega}{g}x} \right) e^{-i\frac{\omega}{g}x + i\omega t} d\omega,$$

であるから、今

$$W(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{\omega}{g}x + i\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(kx - \omega t) d\omega, \quad (1.3)$$

$k = \frac{\omega^2}{g}$

なる関数を導入すると

$$\psi(0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, t) W(x, t - \tau) d\tau, \quad (1.4)$$

と書けるが、 $W(x, t)$  は  $t < 0$  で 0 でないのでは

未来の  $\psi(x, t)$  がわからないうと  $\psi(0, t)$  は計算出来ない。

$W(x, t)$  なる関数は  $x=0$  で  $\delta(t)$  となる

波であるから、 $t < 0$  においてすでに波は存在する。

つまり事前過渡現象があるためにこのような事になる。

この事は  $W(x, t)$  の同波数応答  $\exp(-i\omega|\omega|x/g)$  が  $\omega$ -面の下半面で正則でない事に起因し、この振り系は自動制御理論で非最小位相推移系と呼ばれ; Kramers-Kronig の関係が成立しない。

制御理論ではこのような場合補償回路を用いる。  
つまりその同波数応答を  $\bar{H}(\omega)$  とすると次のように表れる。

$$\eta(0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta_F(x, \tau) W_H(x, t-\tau) d\tau, \quad (1.5)$$

$$\eta_F(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A(\omega)}{\bar{H}(\omega)} e^{i\omega|\omega|x/g + i\omega t} d\omega, \quad (1.6)$$

$$W_H(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{H}(\omega) e^{-i\omega|\omega|x/g + i\omega t} d\omega, \quad (1.7)$$

例えば  $\bar{H}(\omega) = \frac{1}{R - i/\omega C}$ ,  $(1.8)$

とすると (1.6) は

$$\eta_F(x, t) = R \eta(x, t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t \eta(x, \tau) d\tau, \quad (1.9)$$

となって、一方  $W_H$  の  $\omega < 0$  における値は小さくなる。

従って  $\bar{H}(\omega)$  を適当に選んで事前過渡現象が影響しないようにすることが出来ると考えられる。

我々の場合は  $\bar{A}(\omega)$  として浮体に関する周波数応答を採るのが便利であると考える、2節以下に述べる。

もう一つの問題は観測値は一般には反射波を含んでいるである。

反射波振中は給式で与えられるでしょう。

$$\zeta_R(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_R(\omega) e^{\frac{-i\omega|4|x}{g} + i\omega t} d\omega, \quad (1.10)$$

入射波を (1.1)

$$\zeta_I(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_I(\omega) e^{\frac{i\omega|4|x}{g} + i\omega t} d\omega, \quad (1.11)$$

とすると観測値は

$$\zeta(x, t) = \zeta_I(x, t) + \zeta_R(x, t), \quad (1.12)$$

である。

単一周期の正弦波であれば (1.12) から  $\zeta_R$  と  $\zeta_I$  を決めるのは簡単であるが一般には入射波と反射波をわけるのは難しい。

しかし反射波が 入射波による浮体の運動によるものであるとすれば、それは入射波振中に比例するから

$$A_R(\omega) = A_I(\omega) H_R(\omega) \quad (1.13)$$

2.12  $H_R(\omega)$  は、液体による波の散乱、運動のすべてのコツチン  
関数とする。

そうすると (1.10) ~ (1.12) より

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x,t) e^{-i\omega t} dt &= A_I(\omega) e^{i\frac{\omega|a|x}{g}} + A_R(\omega) e^{-i\frac{\omega|a|x}{g}} \\ &= A_I(\omega) \left[ e^{i\frac{\omega|a|x}{g}} + H_R(\omega) e^{-i\frac{\omega|a|x}{g}} \right] \quad (1.14) \end{aligned}$$

よって

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_I(\omega) e^{i\frac{\omega|a|x}{g}} e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x,\tau) W_R(x,t-\tau) d\tau \quad (1.15)$$

$$W_R(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\frac{\omega|a|x}{g} + i\omega t}}{1 + H_R(\omega) e^{-\frac{2i\omega|a|x}{g}}} d\omega \quad (1.16)$$

となって  $H_R(\omega)$  がわかっているならば、原点における入射波の高さが推定出来る。勿論この場合にも車前通過現象があるので、このまの式では実用にならない。

しかし実際には、はるそのものを知らないわけでもないのだ。

以下そのような場合を論ずる。

## 2. 波強制力又はモーメントの推定

実用上推定したいのは波の力もしくは浮体の運動である場合が多いと考えられ、そのような場合は前節で考え互補償回路のある場合に相当し波高そのものを推定するより具合が良いと考えられる。

本節では波の強制力又はモーメントについて考えよう。

入射波を (1.1) のようにとると原点にある浮体に働く波の強制力又はモーメントは、 $j$ -mode について、

$$f_{w_j}^{(*)} = + \frac{\rho g}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) H_j(K) d\omega, \quad K = \frac{\omega^2}{g}, \quad (2.1)$$

$$H_j(K) = + \int_C \left( -i \frac{\partial \phi_j}{\partial n} + \phi_j \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-Ky + iKx} ds, \quad (2.2)$$

$$H_j(K) \Big|_{\omega < 0} = \overline{H_j(K) \Big|_{\omega > 0}}, \quad \int$$

したがって、 $x$  点の波揺動から  $f_{w_j}(x)$  を推定する式は

$$f_{w_j}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x, \tau) I_j(x, t - \tau) d\tau, \quad (2.3)$$

$$I_j(x, t) = \frac{\rho g}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_j(K) e^{-i\omega t + iKx + i\omega \tau} d\omega, \quad (2.4)$$

と与えられる。

(2.2)からわかるように ヨツ42 関数は  $\exp.(-ky + ikx)$   
 因子因子を含むのでやはり  $W$  と同様に 非最小位相  
 推移系であり (2.4) の  $I_j$  は 事前過渡現象を含む。  
 (かし  $x$  が充分大きい時は

$$\phi_j(x, y; \omega) \xrightarrow{x \gg 1} -i H_j(k) e^{-ky - ikx}, \quad \dots (2.5)$$

であるから (2.4) は 近似的に  $(\phi(\omega) = \overline{\phi(\omega)})$  から

$$I_j(x, t) \xrightarrow{x \gg 1} \frac{pg_j}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j(x, 0; \omega) e^{i\omega t} \operatorname{sgn}(\omega) d\omega,$$

2.12

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j(x, y; \omega) \underbrace{e^{i\omega t}}_{\operatorname{sgn}(\omega)} d\omega = \phi_j^T(x, y; t), \quad (2.6)$$

とありて すると、その境界条件は

$$\frac{\partial}{\partial n} \phi_j(x, y; \omega) = - \frac{\partial \chi_j}{\partial n}, \quad \dots (2.7)$$

であるから

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \phi_j^T(x, y; t) \Big|_c &= - \frac{\partial \chi_j}{\partial n} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int e^{i\omega t} \operatorname{sgn}(\omega) d\omega \\ &= + \frac{\partial \chi_j}{\partial n} \cdot \frac{1}{i\omega} \quad \dots (2.8) \end{aligned}$$

となり

$$I_j(x, t) \xrightarrow{x \gg 1} -pg \phi_j^T(x, 0; t), \quad (2.9)$$

となるから、 $\phi_j^T$  は (2.8) から明らかで  $t < 0$  で

有限であり、また (2.8) の時間積分つまり  $\phi_T$  の変化は無限大となって現実には存在しないポテンシャルである。いづれにしても事前過渡現象があるからである。

しかしながら (2.4) を定常点法による漸近展開すれば次のようになって初期の目的に沿っている事がわかる。

(2.4) の被積分関数の定常点は

$$\frac{\omega^2}{g}x - \omega t = \left(\omega\sqrt{\frac{x}{g}} - \frac{gt}{2\sqrt{x}}\right)^2 - \frac{gt^2}{4x}, \quad (2.9)$$

であるから

$$\omega = \frac{gt}{2x} \quad (2.10)$$

それ故

$$I_j(x, t) \doteq \left\{ \frac{pg}{\pi} \operatorname{Re} \left[ H_j(K) e^{-\frac{igt^2}{4x}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\left(\omega\sqrt{\frac{x}{g}} - \frac{gt}{2\sqrt{x}}\right)\omega} d\omega \right] \right\}$$

$$= \frac{pg^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}x} \operatorname{Re} \left[ H_j(K) e^{-\frac{igt^2}{4x} + \frac{\pi}{2}i} \right], \quad (2.11)$$

$$K = \frac{gt^2}{4x^2}$$

波速  $c = g/\omega$ , 群速度  $c_g = \frac{c}{2}$  であるから (2.10)

の定常点は

$$x = c_g t \quad (2.10')$$

となり、(2.11) は、

つまり時間  $t$  において  $x$  点に到達する波  $H_j$

で近似的に表わされる事を示す。

すなわち  $x$  が充分大きい時  $H_j\left(\frac{gt^2}{4x^2}\right) \rightarrow 0$  ならば事前過渡現象は小さい。

それ故 上下方向の力では  $H_j(0) \neq 0$  なので 具合が悪く  
やはり 補償をする必要がある。

そこで (2.6) に 似た ポテンシャルで

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j(x, y; \omega) e^{i\omega t} d\omega = \phi_j^\delta(x, y; t), \quad \dots (2.12)$$

とすれば (2.7) より

$$\frac{\partial \phi_j^\delta(x, y; t)}{\partial t} \Big|_c = - \frac{\partial \chi_j^\delta}{\partial t} \delta(t), \quad (2.13)$$

となるから

$$\begin{aligned} J_j(x, t) &= \frac{pq}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} H_j(k) e^{-i\frac{p}{q}|x| + i\omega t} \kappa q \omega d\omega \\ &\stackrel{(2.13) \text{より}}{=} \frac{-pq}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j(x, y; \omega) e^{i\omega t} d\omega = -pq \phi_j^\delta(x, 0; t), \end{aligned} \quad \dots (2.14)$$

となり、これは  $t$  操作が 単位振巾だけ shift した時の  $\chi$  点、

における ポテンシャルの値である。

この  $J_j$  は  $J_j$  と 変へると  $\omega > 0$  では 被積分関数は  
 定数  $\omega > 0$  の  $\delta$  であるから  
 (因数)  $\omega$  を除いて 等しく、漸近値は (2.11) 右辺の  
 値部となっている。

### 3. 運動の推定, 運動から波の推定

運動についても前節と同様に同様である。

簡単の為 灯台浮体の上下ゆれを考えると、動揺振中の周波数応答は

$$Y(\omega) = \frac{\rho g A(\omega) H_2(K)}{Z_2(\omega)} \quad , \quad \dots \quad (3.1)$$

それ故

$$y(t) = \frac{\rho g}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A(\omega) H_2(K)}{Z_2(\omega)} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) M_2(x; t-\tau) d\tau \quad (3.2)$$

$$M_2(x, t) = \frac{\rho g}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_2(K) e^{-i\omega(\omega)x + i\omega t}}{Z_2(\omega)} d\omega \quad , \quad (3.3)$$

となり,  $M_2$  が事前照波現象をもつ事は明らかで前節同様であるから, これ以上は考えない。

所でこの遂に運動から波振中を推定する問題もまた同様に論ずる事が出来る。

即ち (3.1) から

$$A(\omega) = \frac{Y(\omega) Z_2(\omega)}{\rho g H_2(K)} \quad , \quad \dots \quad (3.4)$$

であるから

$$\zeta(0, t) = \frac{1}{2\pi \rho g} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Y(\omega) Z_2(\omega)}{H_2(K)} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) N_2(t-\tau) d\tau \quad (3.5)$$

$$N_2(x, t) = \frac{1}{2\pi \rho g} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_2(\omega) e^{i\omega t}}{H_2(K)} d\omega \quad , \quad \dots \quad (3.6)$$

$N_2$  も勿論 車前過渡現象をもつと考えられるので、考えて  
 いる時間から未来の  $y(t)$  がわからなければ 波高はわから  
 ない。

仮に“完全吃水の浅い<sup>小さい</sup>箱船”では大略

$$\frac{A+H_2(K)}{Z_2(\omega)} \doteq 1 \quad \text{for } |\omega| < \omega_0 \quad (3.7)$$

$$\doteq \frac{\alpha L}{\omega^4} e^{\frac{i\beta\omega L}{8}} \quad \text{for } |\omega| > \omega_0, \alpha, \beta \text{ const.}$$

(3.6) に代入すると

$$N_2(t) = \frac{\sin \omega_0 t}{\pi t} + \frac{\alpha}{\pi} \int_{\omega_0}^{\infty} \omega^4 e^{i\omega t} (\frac{\omega^4}{8} + \omega t) d\omega, \quad (3.8)$$

これでは 各瞬間の波高の推定は大変困難である。

しかし  $Y(\omega)$  を測定値から計算すれば (3.4)

によつて 直ちに  $A(\omega)$  が求まる。

いづれにしてもこれまでに出来た式は殆ど過渡水は  
 試験法に使<sup>られ</sup>る式であるが、今のよう<sup>に</sup>使おう  
 とすると常に 車前過渡現象が出て来るので  
 注意を要する。

# 4. 浮体面上の圧力からはるを推定する

浮体の所で測定したはるは反射はを含むから  
その影響を入れて (1.15) で  $x=0$  とおけばよい。  
所で (1.16) の  $W_R$  の事前過渡現象は  $x$  が小さい種  
大きいので、 $x \neq 0$  とすると大変大きくなると考えられる  
けれども、一方では  $H_R \rightarrow 0$  ならば  $W_R(0, x) \rightarrow \delta(x)$   
であるから必ずしも不利ではない。

実用上は水面のはるは種の雑音を含むと  
考えられるし、測定法も問題なので、船底で圧力を  
測定する Tucker 法がすぐれているよう。

さて <sup>原点で</sup> 水面から深さ  $h$  の点における圧力は

周波数面では、 $Y(\omega)$  を浮体の上下動として

$$\frac{P(0, -h; \omega)}{\rho g} + Y(\omega) = A(\omega) \left\{ e^{-kh} + \Phi_2(0, -h; \omega) \right\} - K \left\{ Y(\omega) \Phi_2(0, -h; \omega) + X(\omega) \Phi_1(0, -h; \omega) \right\} \quad (4.1)$$

但し <sup>今は簡単のため</sup>  $K$  は  $12$  - ルは考えない事とし、  
 $X$  は  $Away$  とする。

$$\left. \begin{aligned} \text{運動方程式から} \quad Y(\omega) &= \frac{\rho g A(\omega) / H_2(k)}{Z_2(\omega)} \\ X(\omega) &= \frac{\rho g A(\omega) / H_1(k)}{Z_1(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

とすると (4.1) は

$$\frac{P(0, -h; \omega)}{Fg} + Y(\omega) = A(\omega) \left[ e^{-Kh} + \bar{\Phi}_d(0, -h; \omega) - K \left\{ \frac{FgH_2 \bar{Z}_2}{Z_2} + \frac{FgH_1 \bar{Z}_1}{Z_1} \right\} \right], \quad (4.3)$$

これを

$$\begin{aligned} \zeta(0, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{P(0, -h; \omega)}{Fg} + Y(\omega)}{e^{-Kh} + \bar{\Phi}_d(0, -h; \omega) - K \left\{ \frac{FgH_2 \bar{Z}_2}{Z_2} + \frac{FgH_1 \bar{Z}_1}{Z_1} \right\}} d\omega, \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{P(0, -h; \tau)}{Fg} + y(\tau) \right\} M_p(0, -h; t - \tau) d\tau, \quad (4.4) \end{aligned}$$

$$M_p(0, -h; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{e^{-Kh} + \bar{\Phi}_d(0, -h; \omega) - K \left\{ \frac{FgH_2 \bar{Z}_2}{Z_2} + \frac{FgH_1 \bar{Z}_1}{Z_1} \right\}}, \quad (4.5)$$

$\omega \rightarrow 0$  ではこの分母は  $e^{-Kh}$  に近似してよいだろうが、 $\omega$  が大きくなると前節  $N_2$  同様かなり面倒になる。  
 いづれにしても事前選定現象を有し  $\zeta(0, t)$  を現在での観測値から求める事は出来ず、(4.3) から  $A(\omega)$  が求まるだけである。

(4.3) において (4.2) を代入し  $Y$  を右辺に移すと。

$$\frac{P(0, -h_1 \omega)}{P_2} = A(\omega) \left[ -\frac{P_2 H_2}{Z_2} (1 + K \Phi_2) - K \frac{P_2 H_1}{Z_1} \Phi_1 + e^{-K \tau} + \Phi_d \right], \dots (4'6)$$

と方程式 (3.7) の関係があるため、右辺括弧の中は  $\omega \rightarrow 0$  で小さくなり車体はもっと困難になるであろう。

(しかし、圧力を測定して情報を予測しそれからさらに運動を予測するのならば<sup>これ</sup> Filter をかける車になり車体は好転するように見える。

即ち、上下動では (4.2) と (4.6) から

$$Y(\omega) = \frac{H_2 P(0, -h_1 \omega)}{Z_2} \left[ e^{-K \tau} + \Phi_d - \frac{P_2 H_2}{Z_2} (1 + K \Phi_2) - K \frac{P_2 H_1 \Phi_1}{Z_1} \right], (4'7)$$

## 5. 波スペクトルの推定

以上のべて来たような困難をよける方法として直接  $A(\omega)$  を求めてはどうかとさう車が考えられる。

観測時間が充分長く、狭帯域で、成分波の位相は時間的に変わらないとすれば"とれば充分可能のように思われる。

こゝでは (4.1) の法を考え、観測者は前進速度  $V$  で  $x$  の正方向に走っていると観測者を原点にして  $(x, t)$  の座標をとるとすると

$$z = x - Vt, \quad (5.1)$$

出会周波数  $\omega_e$  は

$$\omega_e = \frac{\omega|\omega|}{g} V + \omega, \quad (5.2)$$

それら

$$\gamma(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{\frac{i\omega|\omega|}{g} z + i\omega_e t} d\omega, \quad (5.3)$$

この式を離散化して例えば  $n$  個のスペクトルで表現する事にすれば  $2n$  個の  $\omega$  の値から F.F.T. 法等で  $A(\omega) d\omega$  が求められる筈である。