

2次元平板水中翼の動揺理論

目次

概要	頁 数
1. 速度ポテンシヤル等の表現	1
2. 境界値問題	5
3. 逆流ポテンシヤル	8
4. 相反定理	12
5. 仕事, 減衰, 推力	15
6. 波浪中動揺時の推力	17
7. 平板翼の波浪中動揺	23

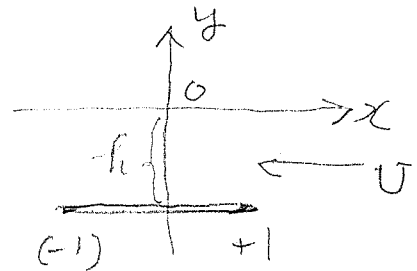
附録 A 核函数

B. 積分

1. 速度ポテンシャル等の表現

加速度ポテンシャルを $\bar{\Phi}(x, y)$ とすると

速度ポテンシャル $\phi(x, y)$ は



$$\bar{\Phi}(x, y) = (i\omega - U \frac{\partial}{\partial x}) \phi(x, y), \quad (1)$$

と表わされ、また圧力 p は次式で与えられる。

$$p(x, y) = \rho \bar{\Phi}(x, y), \quad (2)$$

(1) を積分すると

$$\phi(x, y) = \frac{U}{i\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Phi}(x, y) e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad \alpha = \frac{\omega}{U}, \quad (3)$$

水面では 水面変位を η とすると

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}(x, 0) - g \eta(x) &= 0, \\ \phi_y(x, 0) &= -(i\omega - U \frac{\partial}{\partial x}) \eta(x), \end{aligned} \quad (4)$$

これから

$$\begin{aligned} L \bar{\Phi}(x, 0) &= 0, \quad L \phi(x, 0) = 0 \\ L &\equiv (i\omega - U \frac{\partial}{\partial x})^2 + g \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \quad (5)$$

壁の上下の圧力差を

$$\bar{\Phi}(x, -h-b) - \bar{\Phi}(x, -h+0) = p(x)/\rho, \quad (6)$$

としよう。

附録 A の核関数を使うと、次のように表現出来る。

$$\bar{\phi}(x, y) = \frac{1}{P} \int_{-1}^1 p(x') S_A(x-x', y) dx', \quad (7)$$

$$\phi(x, y) = \frac{1}{P} \int_{-1}^1 p(x') S(x-x', y) dx', \quad (8)$$

また

$$\phi(x, y) = (-i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \psi(x, y), \quad (9)$$

を関数 $\psi(x, y)$ を導入しよう。

特に $\psi(x, 0)$ は水面変位であり, $\psi(x, y)$ は y 方向の流体粒子の平均位置からの変位である。

(9) を積分して

$$\psi(x, y) = -\frac{1}{U} \int_x^{\infty} \phi(x', y) e^{-i\alpha x'} dx', \quad (10)$$

附録 A の移関数 S_H を用いれば

$$\psi(x, y) = \frac{1}{P} \int_{-1}^1 p(x') S_H(x-x', y) dx', \quad (11)$$

と表ける。

2.3.4.2 関数を

$$H(k) = \frac{1}{rU^2} \int_{-1}^1 p(x) e^{-ikx} dx, \quad \dots \quad (12)$$

と定義しておくと, (11), (9) (10) は又

次のようにも表わせる。

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v} \phi_y(x, y) = & \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\bar{H}(k) e^{ikx}}{k - \alpha + i\epsilon} - \frac{\bar{H}(-k) e^{-ikx}}{k + \alpha} \right] k e^{k(y+h)} dk \\
 & - \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\bar{H}(k) e^{ikx}}{k - \alpha + i\epsilon} - \frac{\bar{H}(-k) e^{-ikx}}{k + \alpha} \right] e^{k(y-h)} k dk \\
 & + \frac{i}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{(k-\alpha)}{A} e^{ikx} \bar{H}(k) - \frac{k+\alpha}{B} e^{-ikx} \bar{H}(-k) \right] e^{k(y-h)} k dk, \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta(x, y) = & \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx} \bar{H}(k)}{(k - \alpha + i\epsilon)^2} + \frac{e^{-ikx} \bar{H}(-k)}{(k + \alpha)^2} \right] e^{-kh} e^{-ky} k dk \\
 & + \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx} \bar{H}(k)}{A} + \frac{e^{-ikx} \bar{H}(-k)}{B} \right] e^{k(y-h)} k dk, \quad (14)
 \end{aligned}$$

$\alpha > \frac{\gamma}{4}$ とすると上流側には波はなく、急流下流側は

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}(x, y) \xrightarrow{x \ll -1} & \frac{-iU^2}{K \pm K} \left[(K' - \alpha)^2 \bar{H}(K') e^{iK'x + K'(y-h)} \right. \\
 & \left. - (K - \alpha)^2 \bar{H}(K) e^{iKx + K(y-h)} \right], \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v} \phi(x, y) \xrightarrow{x \ll -1} & -\frac{e^{i\alpha x}}{2} \bar{H}(\alpha) \left[e^{-\alpha|y+h|} - e^{-\alpha|y-h|} \right] \\
 & + \frac{1}{K \pm K} \left[(K' - \alpha) e^{iK'x + K'(y-h)} \bar{H}(K') \right. \\
 & \left. - (K - \alpha) e^{iKx + K(y-h)} \bar{H}(K) \right], \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\eta(x, y) \longrightarrow -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k} \left[k e^{ikx} \bar{H}(k) \left(e^{-k(y+h)} - e^{-k(y-h)} \right) \right] \Big|_{k=k_0}$$

$$= \frac{i}{k-k_0} \left[k' e^{ik'x + k(y-h)} \bar{H}(k') - k e^{ikx + k(y-h)} \bar{H}(k) \right], \quad \dots (17)$$

$$\eta(x, 0) \longrightarrow -\frac{i}{k-k_0} \left[k' e^{ik'x + k'h} \bar{H}(k') - k e^{ikx - kh} \bar{H}(k) \right], \quad (18)$$

2. 境界値問題

境界条件は 平板の振動振幅を η^* とすると

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, 0) = -(i\omega - U \frac{\partial}{\partial x}) \eta^*(x) \quad (2.1)$$

で与えられる。

上向きの変位を Υ , ヒルチングの速さを $\textcircled{U}$ とすると

$$\text{上向きでは} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -i\omega \Upsilon \quad (2.2)$$

$$\text{ヒルチングでは} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = (-i\omega \Upsilon + U) \textcircled{U} \quad (2.3)$$

単位振幅の
波に 入射波 の ポテンシャルは 向流に与えられ

$$\phi_0(x, y; K) = \frac{g}{i\omega_0} e^{Ky + iKx} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \eta_0(x, 0; K) &= \frac{1}{g} (i\omega - U \frac{\partial}{\partial x}) \phi_0(x, 0, K) \\ &= e^{iKx} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$K = \omega_0/g, \quad \omega = KU + \omega_0 \quad (2.6)$$

$$(2.6) \text{ より } \quad \left. \begin{matrix} \omega_0 \\ \omega'_0 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2U} \left\{ -g \pm \sqrt{g^2 + 4U\omega} \right\} \quad (2.7)$$

であるから 右辺 (+) 符号は 向流, (-) 符号は 逆流

であるから 与えられ

$$K' = \omega'_0/g, \quad \omega = K'U + \omega'_0 \quad (2.8)$$

として

$$\phi_0(x, y; K') = \frac{g}{i\omega'_0} e^{K'y + iK'x} \quad (2.9)$$

とありてある。

散乱ポテンシャルの境界条件は

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi_K(x, y) = - \frac{\partial}{\partial y} \phi_0(x, y; K) \quad , \quad y = -a, |x| \leq 1, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi_K(x, y) = - \frac{\partial}{\partial y} \phi_0(x, y; K) \quad , \quad (2.11)$$

圧力分布は先づクツタの条件を満たさねばならぬ。

$$p(-1) = 0 \quad , \quad (2.12)$$

と同時に、平板上で ϕ_K が $e^{i\alpha x}$ の因子を含み成分を持つにない事が必要であるから (A.10) の視察から

$$G^{(2)}(\alpha) = 0 \quad , \quad (2.13)$$

次に G は定義 (1.12) から派生する関数で、

$$p(\cos \theta) = \frac{2i\rho\omega U}{\sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos n\theta \quad , \quad (2.14)$$

と展開すると、

$$H(a) = 2\pi i \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n J_n(ka) \quad , \quad (2.15)$$

$$G^{(1)}(ka) = 2\pi i \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n H_n^{(1)}(ka) \quad , \quad (2.16)$$

$$G^{(2)}(ka) = 2\pi i \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n A_n H_n^{(2)}(ka)$$

$$H(-a) = \frac{1}{2} \{ G^{(1)}(ka) + G^{(2)}(ka) \} \quad , \quad (2.17)$$

同様に理由より η は $e^{i\alpha x}$, $x e^{i\alpha x}$ などの関数である

(A.12) より, η の他の成分を η^* とすると

$$\eta(x, -h) = \eta^*(x) - \frac{i}{4} \frac{\partial}{\partial h} \left[h e^{i k x} G^{(2)}(h) (1 - e^{-2kh}) \right] \Big|_{h=\alpha} \quad (2.18)$$

$G(k) \in$

零関数は $G^{(2)}(\alpha) = 0$ となる

$$\eta(x, -h) = \eta^*(x) - \frac{i\alpha}{4} e^{i\alpha x} (1 - e^{-2\alpha h}) \left[\frac{\partial}{\partial h} G^{(2)}(h) \right] \Big|_{h=\alpha}, \quad (2.19)$$

$G^{(2)}(h)$ は $h > 0$ のとき $\frac{\partial}{\partial h} G^{(2)}(h) > 0$ である。

3. 逆流ポテンシャル

「流れの方向を逆にしたものを逆流と呼ぶ」

(2) 反ポテンシャルとする。

すると (1.1) ~ (1.6) を用いて

$$\tilde{\Phi}(x, y) = (i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \phi(x, y) \quad (3.1)$$

$$\tilde{P}(x, y) = \rho \tilde{\Phi}(x, y) \quad (3.2)$$

$$\tilde{\Phi}(x, 0) - g \tilde{\eta}(x, 0) = 0$$

$$\tilde{\phi}_y(x, 0) = -(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x}) \tilde{\eta}(x, 0) \quad \left. \begin{array}{l} (3.3) \end{array} \right\}$$

$$\tilde{\mathcal{L}} \equiv (i\omega + U \frac{\partial}{\partial x})^2 + g \frac{\partial}{\partial y} \quad \left. \begin{array}{l} (3.4) \end{array} \right\}$$

$$\tilde{\mathcal{L}} \tilde{P} \Big|_{y=0} = 0, \quad \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\Phi} \Big|_{y=0} = 0$$

$$\tilde{\Phi}(x, -h-0) - \tilde{\Phi}(x, -h+0) = \tilde{P}/\rho, \quad (3.5)$$

とすると、逆流とは x の符号をかえたものの流れである。

よって

$$\tilde{P}(x) = \rho(-x) \text{ とすると}$$

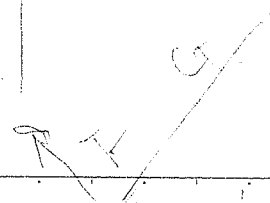
$$\tilde{\Phi}(x, y) = \Phi(-x, y)$$

$$\tilde{\phi}(x, y) = \phi(-x, y)$$

$$\tilde{\phi}_y(x, y) = \phi_y(-x, y)$$

$$\tilde{\eta}(x, y) = \eta(-x, y)$$

(3.6)



④

$$\tilde{\Phi}(x, y) = \frac{1}{P} \int_{-1}^1 \tilde{P}(x') \tilde{S}(x-x', y) dx' \quad (3.7)$$

のように表すことができる

$$\tilde{S}^2(x, y) = S(-x, y) \quad \dots (3.8)$$

したがって (A.10) から

$$\begin{aligned} \tilde{S}_y(x, -h) + \overline{\tilde{S}_y}(x, -h) &= \frac{e^{-i\alpha x}}{2U} (1 - e^{-2\alpha h}) \\ &+ \frac{1}{U(K^2 - K)} \left[K'(K' - \alpha) e^{-iK'x - 2K'h} - K(K - \alpha) e^{-iKx - 2Kh} \right], \end{aligned} \quad \dots (3.9)$$

$$\tilde{\Phi}_y(x, -h) = \frac{1}{P} \int_{-1}^1 \tilde{P}(x') \tilde{S}_y(x-x', -h) dx'$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{P} \int_{-1}^1 \tilde{P} \tilde{S}_y(x-x', -h) dx' \\ &+ \frac{U e^{-i\alpha x}}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \overline{F}(\alpha) \\ &+ \frac{U}{(K^2 - K)} \left[K'(K' - \alpha) e^{-iK'x - 2K'h} \overline{F}(K') - K(K - \alpha) e^{-iKx - 2Kh} \overline{F}(K) \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

よって 今

$$\tilde{\Phi}_y(x, -h) = -\overline{\Phi}_y(x, -h), \quad \dots (3.11)$$

のように逆流の境界条件を定義すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{P} \int_{-1}^1 (\bar{P} - \tilde{P}) \sum_y (x-x', -h) dx' \\ = \frac{U}{2} e^{i\alpha x} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{H}(\alpha) \\ + \frac{U}{(K-K')} [K'(K-\alpha) e^{-iK'x-2K'h} \bar{H}(K') - K(K-\alpha) e^{-iKx-2K'h} \bar{H}(K)], \quad (3.12) \end{aligned}$$

この解は一意的に定まると考えられるから、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\phi}_\alpha}{\partial y} \Big|_{y=-h} &= U e^{-i\alpha x} \text{ の解を } \tilde{P}_\alpha \\ \frac{\partial \tilde{\phi}_K}{\partial y} \Big|_{y=-h} &= \frac{\rho \omega_0}{\hbar i} e^{-Kh-iKx} \text{ の解を } \tilde{P}_K \\ \frac{\partial \tilde{\phi}_{K'}}{\partial y} &= \frac{\rho \omega_0'}{\hbar i} e^{-K'h-iK'x} \text{ の解を } \tilde{P}_{K'} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

とあくと、

$$\begin{aligned} \bar{P}(x) - \tilde{P}(x) &= \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{H}(\alpha) \tilde{P}_\alpha(x) + \sigma \tilde{P}_S(x) \\ &+ \frac{iU}{g_0(K-K')} [\omega_0'(K-\alpha) e^{-K'h} \bar{H}(K') \tilde{P}_{K'}(x) \\ &\quad - \omega_0(K-\alpha) e^{-Kh} \bar{H}(K) \tilde{P}_K(x)], \quad (3.14) \end{aligned}$$

を得るが、ここに $\tilde{P}_S$ は $x=1$ で 3つの条件を満たさ

ねばならないために導入したので

$$P_S \text{ は } \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Phi}_S = 0 \text{ の解であって} \quad (3.15)$$

$$\text{かつ} \quad \tilde{P}_S = \frac{2P\omega U}{iA_1 \omega} \sum \tilde{A}_n^S \cos n\theta, \quad (3.16)$$

$$\text{と展開した時} \quad \sum_{n=0} \tilde{A}_n^S = 1, \quad (3.17)$$

となるものとする (これはタツタの条件を満たさず)

なお、これは

$$P = \frac{i2P\omega U}{A_1 \omega} \sum_n A_n \cos n\theta,$$

と1元の時

$$D = \sum_{n=0}^{\infty} A_n, \quad (3.18)$$

である。

又 (3.11) のかわりに

$$\tilde{\Phi}_y(x, -h) = \tilde{\Phi}_y(x, h), \quad (3.19)$$

とおくと

$$\begin{aligned} \bar{P} + \tilde{P} &= \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{F} \tilde{P}_\alpha + \bar{P} \tilde{P}_\beta \\ &+ \frac{i}{F(K-K')} [-K' e^{-\frac{K'h}{F(K')}} \tilde{P}_{K'} + K e^{-\frac{Kh}{F(K)}} \tilde{P}_K], \quad (3.20) \end{aligned}$$

4. 相反定理

相反定理は 花岡によって与えられており

$$\int_{-1}^1 p(x) \tilde{\phi}(x, -h) dx = \int_{-1}^1 \tilde{p}(x) \phi(x, -h) dx, \quad (4.1)$$

$$\int_{-1}^1 p(x) \tilde{\psi}(x, -h) dx = \int_{-1}^1 \tilde{p}(x) \psi(x, -h) dx, \quad (4.2)$$

のようになる。

(4.1) は かつたの条件を満たしてゐないと使えないから

(4.2) は 2 の必要はない。 (しかし (4.2) では ^(7カ) (2.18) のよう

になつてゐる事に注意しなければならぬ。

今 單位角速度振幅の上下動の圧力分布を

$$p_1(x) \text{ for } \frac{\partial \phi}{\partial y} = -1, \quad \tilde{p}_1 \text{ for } \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} = 1 \quad (4.3)$$

單位角速度振幅の回転に於ける圧力分布を

$$p_2(x) \text{ for } \frac{\partial \phi}{\partial y} = -x - \frac{1}{2}, \quad \tilde{p}_2 \text{ for } \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} = x - \frac{1}{2}, \quad (4.4)$$

とおくと 揚力 L は (4.1) より

$$L = \int_{-1}^1 p dx = \int_{-1}^1 p \frac{\partial \phi}{\partial y} dx = \int_{-1}^1 \tilde{p} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx, \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_{-1}^1 p x dx = \int_{-1}^1 p \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{\phi}_2}{\partial y} \right) dx \\ &= \int_{-1}^1 \left(\tilde{p}_2 + \frac{1}{2} \tilde{p}_1 \right) \frac{\partial \phi}{\partial y} dx, \quad (4.6) \end{aligned}$$

波の強制力 $\omega_0 = 1$ として

$$\begin{aligned} L_E &= \int_{-1}^1 p_k(x) dx = \int_{-1}^1 p_k \frac{\partial \phi}{\partial y} dx \\ &= \frac{\omega_0}{i} \int_{-1}^1 \tilde{p}_1 e^{+ikx - k\eta} dx = \frac{\rho U^2 \omega_0}{i} \tilde{H}(k) e^{-k\eta}, \quad (4.7) \end{aligned}$$

$$\text{又、} \quad \tilde{H}(k) = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{p} e^{ikx} dx = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 p e^{ikx} dx (= H(k)), \quad (4.8)$$

$$\therefore \tilde{p}(-x) = p(x)$$

$$\begin{aligned} M_E &= \int_{-1}^1 p_k(x) x dx = \frac{\omega_0}{i} \int_{-1}^1 \left\{ \tilde{p}_2 + \frac{i}{\alpha} \tilde{p}_1 \right\} e^{-k\eta + ikx} dx \\ &= \frac{\rho \omega_0 U^2}{i} e^{-k\eta} \left\{ \tilde{H}_2(k) + \frac{i}{\alpha} \tilde{H}_1(k) \right\}, \quad (4.9) \end{aligned}$$

これは 花岡 の 1 次 項 である。

同様に (3.13) の $\tilde{p}_\alpha$ を使えば

$$H(k) = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 p e^{-ikx} dx = \frac{1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \tilde{p}_\alpha(x) \frac{\partial \phi}{\partial y} dx, \quad (4.10)$$

よって (3.15) (3.16) の $\tilde{p}_s$ で 2 次の 4 項 分 を 考えよう。

$$\int_{-1}^1 \tilde{p}_s \phi_y dx = \int_{-1}^1 (\tilde{p}_s \phi_y - p \tilde{\phi}_{sy}) dx$$

であるが $\tilde{p}_s$ が かつ の 条件 を 満たさない ので 0 は ならず $x=1$ における 4 項 分 が 変化する (4.14) は 有限

$$\int_{-1}^1 \tilde{P}_0 \tilde{\phi}_j dx = \pi P U^3 \alpha^2 \sigma \quad (4.11)$$

for $\tilde{\eta}_j = \left[(1 - i\alpha x) - \frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_{j(2)}^{(2)'} \right] e^{-i\alpha x} (1 - e^{-2\alpha h})$, $\frac{\tilde{P}_j}{H_j} = 2i$

とある

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \frac{\tilde{P}_j}{P U^2} \tilde{\eta}_j dx &= \left[(1 - \Delta) \bar{H}(\alpha) + \alpha \bar{H}'(\alpha) \right] (1 - e^{-2\alpha h}) \\ &= \int_{-1}^1 \frac{\tilde{P}_j}{P U^2} \tilde{\eta}_j dx = P - \frac{i}{4} \alpha \tilde{H}_j^{(2)} \tilde{G}_{j(2)}^{(2)'} (1 - e^{-2\alpha h}) \end{aligned}$$

$$P = \int_{-1}^1 \frac{\tilde{P}_j}{P U^2} \tilde{\eta}_j dx = \left[(1 - \Delta) \bar{H}(\alpha) + \frac{\alpha}{2} \tilde{G}^{(1)'} \right] (1 - e^{-2\alpha h})$$

$$\Delta = \frac{i\alpha}{4} \tilde{G}_{j(2)}^{(2)'}(\alpha), \quad \dots (4.13)$$

5. 仕事, 減衰, 推力

外力のなす(はとも含めて)仕事を W , 流体が翼から受けるエネルギーを E , 推力を T とすると

$$W = E + TV, \quad (5.1)$$

より

$$W = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (p\bar{\eta}^* - \bar{p}\eta^*) dx, \quad (5.2)$$

であるから (2.19) を考慮して

$$W' = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (p\bar{\eta} - \bar{p}\eta) dx, \quad (5.3)$$

とすると

$$W - W' = \frac{\rho\omega U^2}{16} (1 - e^{-2\alpha h}) \left[\frac{G^{(2)}}{G}(\alpha) \bar{H}(\alpha) + \bar{H}(\alpha) \frac{G^{(2)}}{G}(\alpha) \right], \quad (5.4)$$

一方 (1.14) を使えば (5.3) は

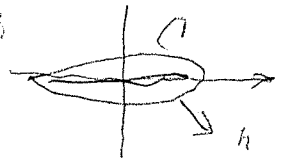
$$\begin{aligned} W' &= \frac{\rho\omega U^2}{4} \frac{\partial}{\partial k} \left[k(1 - e^{-2kh}) \bar{H}(k) \bar{H}(k) \right] \Big|_{k=\alpha} \\ &= \frac{\rho\omega U^2}{4(k-k)} \left[k' \bar{H}(k') \bar{H}(k') e^{-2k'h} - k \bar{H}(k) \bar{H}(k) e^{-2kh} \right], \end{aligned} \quad (5.5)$$

したがって

$$\begin{aligned} W &= - \frac{\rho\omega U^2}{32} \frac{\partial}{\partial k} \left[k(1 - e^{-2kh}) \frac{G^{(1)}}{G}(k) \frac{\bar{G}^{(1)}}{\bar{G}}(k) \right] \Big|_{k=\alpha} \\ &= \frac{\rho\omega U^2}{32(k-k)} \left[k' \bar{H}(k') \bar{H}(k') e^{-2k'h} - k \bar{H}(k) \bar{H}(k) e^{-2kh} \right], \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\therefore \frac{G^{(2)}}{G}(\alpha) = 0$$

次に E は 膜の厚みを有し その周 C のまわりの
積分に



$$E = \frac{1}{4} \int_C \left[\rho \frac{\partial \Phi}{\partial n} + \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \right] ds, \quad \dots (5.7)$$

となるが これは 薄板では

$$E^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (\rho \Phi + \bar{\rho} \bar{\Phi}) dx, \quad \dots (5.8)$$

なる積分と 前縁の引力だけとなる。

たは、(1.13) を使って 留数分から出て来るものに等しく

$$E = \frac{\rho U^2}{8} \alpha \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{H}(\alpha) \bar{H}(\alpha) (1 - e^{-2\alpha h}) \\ + \frac{\rho U^2}{4(K^2 - K)} \left[\underbrace{K'(K' - \alpha) \bar{H}(K') \bar{H}(K')}_{-\frac{\omega_c' K'}{U}} e^{-2K'h} - \underbrace{K(K - \alpha) \bar{H}(K) \bar{H}(K)}_{+\frac{\omega_c K}{U}} e^{-2Kh} \right] \quad \dots (5.9)$$

したがって

$$T = \frac{W - E}{U} = - \frac{\rho U^2}{32} \left[G^{(1)}(\alpha) \bar{G}^{(1)}(\alpha) (1 - e^{-2\alpha h}) \right. \\ \left. + \frac{2}{\alpha h} \{ h(1 - e^{-2Kh}) G^{(1)}(K) \bar{G}^{(1)}(K) \}_{h \rightarrow \infty} \right] \\ - \frac{\rho U^2}{4(K^2 - K)} \left[K'^2 \bar{H}(K') \bar{H}(K') e^{-2K'h} - K^2 \bar{H}(K) \bar{H}(K) e^{-2Kh} \right], \quad \dots (5.10)$$

6. 波浪中動揺時の推力

波浪中動揺時の速度ポテンシャルは入射波 ϕ_0 , 散乱波 ϕ_d , 放射波 ϕ の3部分からなり, 圧力は散乱 p_d , 放射 p である。動揺によって生ずる仕事と波から生ずれる仕事の総計は

$$\begin{aligned} W &= \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 [(p_d + p) \eta^* - (\overline{p_d + p}) \eta^*] dx \\ &= \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 [(p + p_d) \eta_0^* - (\overline{p + p_d}) \eta_0^*] dx \\ &\quad + \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 [(p + p_d) \eta_d^* + \eta_d^* - (\overline{p + p_d}) (\eta^* + \eta_d^*)] dx, \\ &\quad \dots (6.1) \end{aligned}$$

$$\therefore \eta_0^* + \eta_d^* = 0$$

今系外に出て行く動力を W_{ae} とするとエネルギー不減則から

$$W = -W_{ae}, \quad \dots (6.2)$$

流体が得る動力は

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4} \int_{-1}^1 [(p_d + p) \eta_y + (\overline{p_d + p}) \phi_y] dx \\ &\quad + \frac{\rho U}{4} \int_C \nabla(\phi_d + \phi) \nabla(\phi + \phi_d) \frac{\partial x}{\partial n} ds, \end{aligned}$$

右辺の2項は

$\nabla(\phi_0 + \phi_d + \phi)$ の

自乗積分であるが $\nabla \phi_0$ のかゝった項は、明らかに0
(極限移動後)

となるので"上式"のようになり, (6.1) 同様にして,

$$\begin{aligned}
 E = & \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [(\bar{p}_d + p) \bar{\phi}_{0y} + (\bar{p}_d + p) \phi_{0y}] dx \\
 & + \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [(\bar{p}_d + p)(\bar{\phi}_y + \phi_{dy}) + (\bar{p}_d + p)(\phi_y + \phi_{dy})] dx \\
 & + \frac{\rho U}{4} \int_C |\nabla(\bar{\phi}_d + \phi)|^2 \frac{\partial x}{\partial n} ds, \quad \dots (6.3)
 \end{aligned}$$

今入射波は向波とすれば

$$\left. \begin{aligned} \eta_d^* &= -\eta_d^* = e^{-kh + ikx} \\ \phi_{0y} &= -\phi_{dy} = \frac{gK}{i\omega_0} e^{-kh + ikx} = -i\omega_0 e^{-kh + ikx} \end{aligned} \right\} (6.4)$$

向波では

$$\left. \begin{aligned} \eta_0^* &= -\eta_0^* = e^{-k'h + ik'x} \\ \phi_{0y} &= -\phi_{dy} = -i\omega'_0 e^{-k'h + ik'x} \end{aligned} \right\} (6.5)$$

以下は向波について考える。

まず (6.1) は

$$\begin{aligned}
 W = & \frac{\rho i \omega U^2}{4} [F_T(k) = \overline{F_T(k)}] e^{-kh} - \frac{\rho \omega U^2}{32} \frac{\partial}{\partial k} \left[k(1 - e^{-2kh}) G_T^{(1)} \overline{G_T^{(1)}} \right]_{k=k'} \\
 & - \frac{\rho \omega U^2}{4(k-k')} [k \overline{F_T(k)} \overline{F_T(k')} e^{-2k'h} - k |\overline{F_T(k)}|^2 e^{-2k'h}], \quad \dots (6.6)
 \end{aligned}$$

$$F_T = F + F_d, \quad G_T^{(1)} = G^{(1)} + G_d^{(1)},$$

$$E = \frac{i\omega_0 \rho U^2}{4} e^{-K'h} [\bar{H}_T(K) - \overline{\bar{H}_T(K)}]$$

$$+ \frac{\rho U^2}{8} \alpha (1 - e^{-2\alpha h}) |\bar{H}_T(\alpha)|^2$$

$$+ \frac{\rho U^2}{4(K'-K)} \left[K'(K'-\alpha) |\bar{H}_T(K')|^2 e^{-2K'h} - K(K-\alpha) |\bar{H}_T(K)|^2 e^{-2K'h} \right]$$

(6.7)

(6.6) と (6.2) から

$$- \frac{\omega_0}{\omega} W_{ah} = \frac{\rho i \omega_0 U^2}{4} e^{-K'h} [\bar{H}_T(K) - \overline{\bar{H}_T(K)}]$$

$$- \frac{\rho \omega_0 U^2}{32} \frac{\partial}{\partial R} \left[R (1 - e^{-2Kh}) \bar{G}_T^{(1)} \bar{G}_T^{(1)} \right]$$

$$- \frac{\rho \omega_0 U^2}{4(K'-K)} \left[K' |\bar{H}_T(K')|^2 e^{-2K'h} - K |\bar{H}_T(K)|^2 e^{-2K'h} \right] \quad (6.8)$$

10% 程度と

$$E + \frac{c}{U+c} W_{ah} = \frac{\rho U^2}{8} \alpha (1 - e^{-2\alpha h}) |\bar{H}_T(\alpha)|^2$$

$$+ \frac{\rho \omega_0 U^2}{32} \frac{\partial}{\partial R} \left[R (1 - e^{-2Kh}) \bar{G}_T^{(1)} \bar{G}_T^{(1)} \right] \quad R=\alpha$$

$$+ \frac{\rho U^2}{4} K' |\bar{H}_T(K')|^2 e^{-2K'h} \quad \dots (6.9) \sim$$

したがって

$$T = \frac{W-E}{U} = - \frac{W_{ah} + E}{U} = - \frac{E + \frac{c}{U+c} W_{ah} + \frac{U}{U+c} W_{ah}}{U}$$

$$= - \frac{W_{ah}}{U+c} \sim - \frac{1}{U} \left(E + \frac{c}{U+c} W_{ah} \right)$$

$$T = -\frac{W_{ab}}{U+c} + T_0 - \frac{\rho U}{4} K' |F(K')|^2 e^{-2K'h}, \quad (6.10)$$

∴ 12 T_0 は (6.9) の 2, 3 項を U で割って 12 項と
かえたものである。

さらに $h \rightarrow 0$, $W_{ab} = 0$ とすると (1.17) より

$$\psi(x, 0) \rightarrow \frac{-i}{K'-K} [K' F(K') e^{iK'x-K'h} - K e^{iKx-K'h} F(K)],$$

$$\equiv A(K') e^{iK'x} + A(K) e^{iKx},$$

よって

$$A(K') = \frac{-iK'}{K'-K} e^{-K'h} F(K')$$

$$A(K) = \frac{+iK}{K'-K} e^{-K'h} F(K)$$

(6.11)

よって

$$T = -\frac{\rho U}{4} \frac{(K'-K)^2}{K'} |A_1(K')|^2,$$

よって

$$\frac{(K'-K)^2}{K'} = \frac{g(\omega'_0 - \omega_0)^2}{U^2 \omega'^2_0} = \frac{g}{U^2} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega'_0}\right)^2$$

$$\frac{\omega_0}{\omega'_0} = \frac{\omega_0}{g} \frac{g}{\omega'_0} = \frac{c'}{c}, \quad \frac{1}{c} + \frac{1}{c'} = -\frac{1}{U}$$

$$1 - \frac{c'}{c} = 1 + \left(\frac{c'}{U} + 1\right) = 2 + \frac{c'}{U}$$

($c' < 0$)

$$\therefore \frac{(K'-K)^2}{K'} = 4g \left(1 + \frac{c'}{2U}\right)^2 / U^2$$

$$\frac{c'^2}{c^2} = \frac{v^2}{(v + \frac{c}{2})^2}$$

$$\frac{c'}{v} \left(v - \frac{c'}{2} \right) = \frac{c'^2}{c^2} \left(v + \frac{c}{2} \right)$$

No. 21

Date

したがって

$$T = - \frac{Pq}{v^2} \left(v + \frac{c'}{2} \right)^2 |A_T(K')|^2, \quad \dots (6.12)'$$

となり $A_T(K')$ は反射振幅であるから、丸尾の式
に一致する。

あるいは又 (5.1) から

$$TU = W - E = -W_{\text{adv}} - E, \quad \dots (6.13)$$

と因子 $\frac{1}{v}$ (6.7) を入射波の動力で割ると

$$E_K = \frac{Pq}{2} \left(v + \frac{c}{2} \right) = \frac{PqU^2}{4c} \frac{K' - K}{K} = \frac{e\omega_0 U^2}{4} \frac{K' - K}{K} \quad (6.14)$$

$$\frac{E}{E_K} = \frac{iK}{K' - K} e^{-K\ell} \left(\overline{H}_T(K) - \overline{H}_T(K') \right) + \frac{c}{2g} \frac{K\alpha}{K' - K} |\overline{H}_T(\alpha)|^2 (1 - e^{-2\alpha\ell})$$

$$+ \frac{1}{(K' - K)^2} \left[KK' \left(1 - \frac{\omega_0'}{\omega_0} \right) |\overline{H}_T(K')|^2 e^{-2K'\ell} + K^2 |\overline{H}_T(K)|^2 e^{-2K\ell} \right]$$

$$= |1 + A_T(K)|^2 - 1 + \frac{c}{2g} \frac{K\alpha}{K' - K} |\overline{H}_T(\alpha)|^2 (1 - e^{-2\alpha\ell})$$

$$+ \left(-\frac{c'}{c} \right) |A_T(K')|^2, \quad \dots (6.14)$$

であるから

$$\frac{TU}{E_K} = - \frac{W_{\text{adv}}}{E_K} + \left| -\frac{c}{2g} \frac{K\alpha}{K' - K} |\overline{H}_T(\alpha)|^2 (1 - e^{-2\alpha\ell}) \right.$$

$$\left. - |1 + A_T(K)|^2 - \left| \frac{c'}{c} \right| |A_T(K')|^2 \right|, \quad (6.15)$$

これから $W_{ab} = 0$ である。

$$\text{Max}\left(\frac{TU}{E_K}\right) = 1$$

式(2)の等号には $\overline{H}_T(\alpha) = 1 + A_T(K) = A_T(K') = 0$,

でなければならぬ。

また、(6.16)の下式より $W_{ab} = E_K$ である。 $T = 0$ となる。

結局、^{馬力}推力は入射流動力から吸収動力、後流渦動力
放射は、透過流動力を差引いたものである。

$$W_{ab} = 0, \quad 1 + A_T(K) = A_T(K') = 0$$

よって

$$\frac{TU}{E_K} = 1 - \frac{c}{2g} \frac{K\alpha'}{K-K} |\overline{H}_T(\alpha)|^2 (1 - e^{-2\alpha h})$$

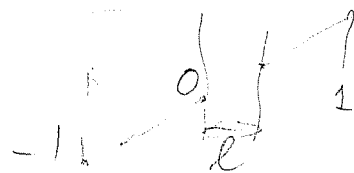
$$\xrightarrow{h \rightarrow 0} 1$$

となる

7. 平板波のはね中動揺

平板が中心から前方の点を中心
に回転動するものとする

運動方程式は



$$(-\omega^2 m + S_Y) Y = \int_{-l/2}^{l/2} p dx \quad (11)$$

$$(-\omega^2 I_L + S_\Theta) \Theta = \int_{-l/2}^{l/2} p(x-l/2) dx$$

m は質量, S_Y は上下動の復元力,

I_L は回転中心に同じ慣性モーメント, S_Θ は復元力

$$p(x) = i\omega(Y - l\Theta)P_1(x) + i\omega\Theta P_2(x) + P_K(x) \quad (12)$$

入射波は同位波とする。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-l/2}^{l/2} P_1(x) dx &= 2\pi i P\omega U A_1^{\dot{}} \\ \int_{-l/2}^{l/2} P_2(x) x dx &= \pi i P\omega U A_2^{\dot{}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

これから

$$\left. \begin{aligned} \int_{-l/2}^{l/2} p dx &= -2\pi P\omega^2 U \left[Y A_0^{\dot{}} + \Theta (A_0^{\dot{}} - l A_1^{\dot{}}) \right] \\ &\quad + 2\pi i P\omega U A_0^K, \\ \int_{-l/2}^{l/2} p x dx &= -\pi P\omega^2 U \left[Y A_1^{\dot{}} + \Theta (A_1^{\dot{}} - l A_2^{\dot{}}) \right] \\ &\quad + \pi i P\omega U A_1^K, \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore \int_1^l \rho(x-l) dx = -\pi \rho \omega^2 U \left[Y(A_1' - 2\ell A_0') + \textcircled{4} (A_1^2 - \ell A_1' - 2\ell A_0^2 + 2\ell^2 A_0') \right] + \pi i \rho \omega U (A_1^K - 2\ell A_0^K), \quad (14)$$

53.112 は 3 階微分力のみは §4 (4.7), (4.9) に 24

$$\begin{aligned} \int_1^l R dx &= -\pi i \omega_0 U^2 \bar{F}_1(k) e^{-kh} \\ \int_1^l R x dx &= -\pi i \omega_0 U^2 e^{-kh} \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2} \bar{F}_1(k) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

73.22

$$\begin{aligned} Z_{00} &= i(\omega m - \frac{S_Y}{\omega}) - 2\pi i \rho \omega U A_0', \\ Z_{01} &= -2\pi i \rho \omega U (A_0^2 - \ell A_0'), \\ Z_{10} &= -\pi i \rho \omega U (A_1' - 2\ell A_0') \\ Z_{11} &= i(\omega I_\ell - \frac{S_\alpha}{\omega}) - \pi i (A_1^2 - \ell A_1' - 2\ell A_0^2 + 2\ell^2 A_0') \end{aligned} \quad (16)$$

よかくと (1) は

$$\begin{aligned} i\omega Y Z_{00} + i\omega \textcircled{4} Z_{01} &= -\pi i \omega_0 U^2 \bar{F}_1(k) e^{-kh}, \\ i\omega Y Z_{10} + i\omega \textcircled{4} Z_{11} &= -\pi i \omega_0 U^2 e^{-kh} \left[\bar{F}_2 + \frac{i}{2} \bar{F}_1 - \ell \bar{F}_1 \right], \\ i\omega Y &= \frac{-\pi i \omega_0 U^2 e^{-kh}}{\Delta} \left[Z_{11} \bar{F}_1(k) - Z_{01} \left\{ \bar{F}_2(k) + \left(\frac{i}{2} - \ell \right) \bar{F}_1(k) \right\} \right], \\ i\omega \textcircled{4} &= \frac{-\pi i \omega_0 U^2 e^{-kh}}{\Delta} \left[Z_{00} \left\{ \bar{F}_2 + \left(\frac{i}{2} - \ell \right) \bar{F}_1 \right\} - Z_{10} \bar{F}_1(k) \right], \\ \Delta &= Z_{00} Z_{11} - Z_{01} Z_{10} \end{aligned} \quad (17) \quad (18)$$

反射はと透過はかき消える条件は

$$\left. \begin{aligned} 1 + A_T(K) &= 0 \\ A_T(K') &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$A_T(K) = \frac{iK}{K' - K} e^{-\pi h} [i\omega(Y - l\textcircled{H})F_1(K) + i\omega\textcircled{H}F_2(K) + \bar{F}_K(K)]$$

$$A_T(K') = \frac{-iK'}{K' - K} e^{-\pi h} [i\omega(Y - l\textcircled{H})F_1(K') + i\omega\textcircled{H}F_2(K') + \bar{F}_K(K')] +$$

$$\begin{aligned} \text{From (8)} \quad i\omega Y F_1(K) + i\omega\textcircled{H}(F_2(K) - lF_1(K)) &= -\bar{F}_K(K) + i\frac{(K'K)}{K} e^{K'h} \\ i\omega Y F_1(K') + i\omega\textcircled{H}(F_2(K') - lF_1(K')) &= -\bar{F}_K(K') \end{aligned} \quad (9)$$

$$\therefore i\omega Y = \frac{1}{\nabla} \left[\{F_2(K') - lF_1(K')\} \left\{ \frac{i(K'K)}{K} e^{K'h} - \bar{F}_K(K) \right\} + \bar{F}_K(K') \{F_2(K) - lF_1(K)\} \right], \quad (10)$$

$$i\omega\textcircled{H} = \frac{1}{\nabla} \left[-F_1(K)\bar{F}_K(K') - \left(\frac{iK'K}{K} e^{K'h} - \bar{F}_K(K) \right) F_1(K') \right]$$

$$\begin{aligned} \nabla &= F_1(K) \{F_2(K') - lF_1(K')\} \\ &\quad - F_1(K') \{F_2(K) - lF_1(K)\}, \\ &= F_1(K)F_2(K') - F_1(K')F_2(K), \end{aligned}$$

即ち (8) < (10) から等しければ 波は消える。

この為には S_Y, S_α は非可逆可能であるだけである。

附錄 A 核函數

$$S_A(x, y) = -\frac{y+h}{2\pi r_1^2} + \frac{y-h}{2\pi r_2^2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{(h-x)^2}{A(k)} e^{ikx} + \frac{(h+x)^2}{B(k)} e^{-ikx} \right] e^{-k(y-h)} dk, \quad (A.1)$$

$$r_1^2 = x^2 + (y+h)^2, \quad r_2^2 = x^2 + (y-h)^2,$$

$$\left. \begin{aligned} A(k) &= -\frac{1}{U^2} L \{ e^{ky + ikx} \} = (k-x)^2 - \gamma k, \\ B(k) &= -\frac{1}{U^2} L \{ e^{ky - ikx} \} = (k+x)^2 - \gamma k, \end{aligned} \right\} (A.2)$$

$$\gamma = g/U^2.$$

$$-\frac{(y+h)}{2\pi r_1^2} + \frac{y-h}{2\pi r_2^2} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{k(y+h)} + e^{-k(h-y)} \right\} \cos kx dk, \quad \text{for } h > y > -h, \quad (A.3)$$

$$\begin{aligned} L S_A(x, y) &= \frac{U^2}{4\pi} \int_0^\infty e^{-k(y+h)} \left[\{(h-x)^2 - \gamma k\} e^{ikx} + \{(h+x)^2 - \gamma k\} e^{-ikx} \right] dk \\ &\quad - \frac{U^2}{4\pi} \int_0^\infty e^{k(y-h)} \left[\{(h-x)^2 - \gamma k\} e^{ikx} + \{(h+x)^2 - \gamma k\} e^{-ikx} \right] dk \\ &= -\frac{1}{2\pi} L \left(\frac{y+h}{r_1^2} \right) + \frac{1}{2\pi} L' \left(\frac{y-h}{r_2^2} \right), \quad (A.4) \end{aligned}$$

$$L' = (i\omega - U \frac{\partial}{\partial x})^2 - g \frac{\partial}{\partial y}, \quad (A.5)$$

$$S(x, y) = \frac{e^{i\alpha x}}{U} \int_x^\infty S_A(x', y) e^{-i\alpha x'} dx', \quad \dots (A.6)$$

$$S(x, y) = S_\alpha(x, y+h) - S_\alpha(x, y-h) + S_2(x, y), \quad (A.7)$$

$$S_\alpha(x, y+h) = -\frac{e^{i\alpha x}}{2\pi U} \int_x^\infty \frac{(y+h) e^{-i\alpha \xi}}{\xi^2 + (y+h)^2} d\xi, \quad \dots (A.8)$$

$$S_2(x, y) = \frac{i}{2\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{k-\alpha}{A(k)} e^{ikx} - \frac{k+\alpha}{B(k)} e^{-ikx} \right] e^{k(y-h)} dk, \quad (A.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} S \Big|_{y=-h} &= -\frac{1}{2\pi U \alpha} + \frac{i\alpha}{4\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{k-\alpha+i\mu} + \frac{e^{-ikx}}{k+\alpha} \right] dk \\ &\quad - \frac{i}{4\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{k-\alpha+i\mu} - \frac{e^{-ikx}}{k+\alpha} \right] e^{-2kh} dk \\ &\quad + \frac{i}{2\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{k-\alpha}{A(k)} e^{ikx} - \frac{k+\alpha}{B(k)} e^{-ikx} \right] e^{-2kh} dk, \quad (A.10) \end{aligned}$$

π 式 12 12

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{2\pi U \alpha} + \frac{i\alpha}{4\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{k-\alpha+i\mu} + \frac{e^{-ikx}}{k+\alpha} \right] dk \\ &= \frac{i}{4\pi U} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{k-\alpha+i\mu} - \frac{e^{-ikx}}{k+\alpha} \right] k dk, \end{aligned}$$

と書く事も出来る。

$$S_H(x, y) = -\frac{e}{D} \int_x^\infty S_y(x, y) e^{-ixx} dx, \quad (A.11)$$

$$\begin{aligned} S_H(x, y) = & \frac{1}{4\pi U^2} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{(k-\alpha+i\mu)^2} + \frac{e^{-ikx}}{(k+\alpha)^2} \right] e^{-k(y+l)} k dk \\ & - \frac{1}{4\pi U^2} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{(k-\alpha+i\mu)^2} + \frac{e^{-ikx}}{(k+\alpha)^2} \right] e^{-k(y-l)} k dk \\ & + \frac{1}{2\pi U^2} \int_0^\infty \left[\frac{e^{ikx}}{A(k)} + \frac{e^{-ikx}}{B(k)} \right] e^{-k(y-l)} k dk, \quad (A.12) \end{aligned}$$

さて 今 $\alpha > \frac{\gamma}{4}$ とすると

$$A(k) = (k-K)(k-K')$$

$$B(k) = (k-\beta)(k-\bar{\beta})$$

$$\frac{K}{K'} = \frac{1}{2} (2\alpha + \gamma \mp \sqrt{\gamma^2 - 4\alpha\gamma})$$

$$\frac{\beta}{\beta'} = \frac{1}{2} (\gamma - 2\alpha \pm i\sqrt{4\alpha\gamma - \gamma^2})$$

$$K' = \alpha^2/K, \quad \beta' = \bar{\beta} = \alpha^2/\beta$$

(A.13)

つまり、この場合上流側には波はなく

$$\frac{1}{A(k)} = \frac{1}{K'-K} \left(\frac{1}{k-K'+\mu i} - \frac{1}{k-K+\mu i} \right), \quad (A.14)$$

のように k -plane のホールをとればよい。

それ故 充分下流では

$$S_A(x, y) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{-i}{K' - K} \left[(K' - \alpha)^2 e^{iK'x + K'(y-h)} - (K - \alpha)^2 e^{iKx + K(y-h)} \right] \quad (A.15)$$

$$\left. \begin{aligned} S_\alpha(x, y+h) &\xrightarrow{x \ll -1} -\frac{\alpha \eta(y+h)}{2U} e^{i\alpha x - \alpha|y+h|} \\ S_\alpha(x, y-h) &\xrightarrow{x \ll -1} -\frac{\alpha \eta(y-h)}{2U} e^{i\alpha x - \alpha|y-h|} \end{aligned} \right\} \quad (A.16)$$

$$\begin{aligned} S(x, y) &\xrightarrow{x \ll -1} -\frac{e^{i\alpha x}}{2U} \left[e^{-\alpha|y+h|} \eta(y+h) - e^{-\alpha|y-h|} \eta(y-h) \right] \\ &\quad + \frac{1}{U(K' - K)} \left[(K' - \alpha) e^{iK'x + K'(y-h)} - (K - \alpha) e^{iKx + K(y-h)} \right] \end{aligned} \quad (A.17)$$

$$\begin{aligned} S_H(x, y) &\xrightarrow{x \ll -1} -\frac{i}{2U^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[K e^{iKx} \left(e^{-\frac{1}{2}(y+h)} - e^{-\frac{1}{2}(y-h)} \right) \right] \\ &\quad - \frac{-i}{U^2(K' - K)} \left[K' e^{iK'x + K'(y-h)} - K e^{iKx + K(y-h)} \right] \end{aligned} \quad (A.18)$$

附録 B 積分

$$E_{n,m}^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (\rho_n \bar{\phi}_{my} + \bar{\rho}_n \phi_{my}) dx, \quad (1)$$

$$W_{n,m} = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (\rho_n \bar{\eta}_m^* - \bar{\rho}_n \eta_m^*) dx, \quad (2)$$

とある。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi}_{my}(x, -h) &= -\phi_{my}(x, -h) \\ \bar{\eta}_m^*(x, -h) &= \eta_m^*(x, -h) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

さらに

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \rho_n(x) \bar{\phi}_{my}(x) dx &= \int_{-1}^1 \rho_n(-x) \bar{\phi}_{my}(-x) dx \\ &= -\int_{-1}^1 \bar{\rho}_n(x) \phi_{my}(x) dx \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^1 \rho_n(x) \bar{\eta}_m^*(x) dx = \int_{-1}^1 \bar{\rho}_n(x) \eta_m^*(x) dx,$$

よって

$$E_{nm}^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 [\bar{\rho}_n(x) - \rho_n(x)] \phi_{my}(x) dx, \quad (4)$$

$$W_{nm} = \frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (\bar{\rho}_n(x) - \rho_n(x)) \eta_m^*(x) dx, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi}_{my}(x) &= \phi_{my}(x) \\ \bar{\eta}_m^*(x) &= -\eta_m^*(x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

さらに

$$E_{nm}^* = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 [\bar{\rho}_n(x) + \rho_n(x)] \phi_{my}(x) dx, \quad (7)$$

$$W_{nm} = \frac{\omega}{4i} \int_{-1}^1 [\bar{\rho}_n(x) + \rho_n(x)] \eta_m^*(x) dx, \quad (8)$$

(3.14), (3.20) により (4.10), (4.11) を使って

$$\frac{4E_{nm}}{\rho U^3} = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \overline{F_n}(\alpha) \overline{F_m}(\alpha) + \pi \alpha^2 \overline{\sigma_n} \overline{\sigma_m} \\ + \frac{1}{(K-L)U} \left[\omega_0 K' e^{-2K'h} \overline{F_n}(K') \overline{F_m}(K') + \omega_0 K e^{-2K'h} \overline{F_n}(K) \overline{F_m}(K) \right] \quad (9)$$

これは (5) でも (6) でも同形である。

$W_{n,m}$ についても同様な式が出来るが、この時は $\overline{F}(\alpha)$ が新しく出て来る。 $\overline{F}(\alpha)$ は ϕ で表わせる場合、今は簡単の為 α を経る定式化はしないことにする。

さて (1) に 座って すると

$$\phi_{my}(x) = -1, \text{つまり } p_m(x) \equiv p_1(x)$$

つまり bearing のポテンシャルとすると

$$4E_{n,1} = - \int_1^L (p_n + \overline{p}_n) dx = - (L_n + \overline{L}_n)$$

以下 n を省略して、(9) より

$$- \frac{L + \overline{L}}{\rho U^3} = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \overline{F}(\alpha) \overline{F}_1(\alpha) + \pi \alpha^2 \overline{\sigma} \overline{\sigma}_1 \\ + \frac{1}{(K-L)U} \left[- \omega_0 K' e^{-2K'h} \overline{F}(K') \overline{F}_1(K') + \omega_0 K e^{-2K'h} \overline{F}(K) \overline{F}_1(K) \right] \quad (10)$$

同様にして $\phi_{my}(x) = x$

は生ずる圧力を $p_3(x)$ とすると $p_3(x) = -p_2(x) + \frac{1}{2} p_1(x)$, (11)
と成るから

$$\frac{M + \bar{M}}{P U^3} = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{F}_1(\alpha) \bar{F}_3(\alpha) + \pi \alpha^2 \bar{\sigma} \bar{\sigma}_3$$

$$+ \frac{1}{(k' - k)U} \left[-\omega_0 k' e^{-2K'h} \bar{F}_1(k') \bar{F}_3(k') + \omega_0 k e^{-2K'h} \bar{F}_1(k) \bar{F}_3(k) \right], \quad (12)$$

$$i\hbar \quad F_3(-k) = \frac{1}{P U^2} \int_{-1}^1 \bar{P}_3(x) e^{-ikx} dx$$

$$= -\bar{F}_2(k) + \frac{3}{2} \bar{F}_1(-k), \quad (13)$$

$$\phi_{mg} = U e^{i\alpha x}, \quad p_m \equiv p_\alpha, \quad \text{for } k \neq 0$$

$$\bar{F}(\alpha) + \bar{\bar{F}}(\alpha) = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{F}_1(\alpha) \bar{F}_3(\alpha) + \sqrt{\pi \alpha^2} \bar{\sigma} \bar{F}_3(\alpha)$$

$$+ \frac{1}{(k' - k)U} \left[-\omega_0 k' e^{-2K'h} \bar{F}_1(k') \bar{F}_{k'}(\alpha) + \omega_0 k e^{-2K'h} \bar{F}_1(k) \bar{F}_k(\alpha) \right], \quad (14)$$

$$\bar{F}_3(\alpha) = \frac{1}{P U^2} \int_{-1}^1 \bar{P}_3(x) e^{i\alpha x} dx = \pi \alpha^2 \bar{\sigma}_3$$

$$\bar{F}_{k'}(\alpha) = \frac{1}{P U^2} \int_{-1}^1 \bar{P}_{k'}(x) e^{i\alpha x} dx = \frac{\omega_0'}{i P U^3} \int_{-1}^1 \bar{P}_\alpha e^{-K'h - iK'x} dx$$

$$= \frac{\omega_0'}{i U} e^{-K'h} \bar{F}_\alpha(k'), \quad (15)$$

$$\bar{\bar{F}}_k(\alpha) = \frac{1}{P U^2} \int_{-1}^1 \bar{P}_k(x) e^{i\alpha x} dx = \frac{\omega_0}{i P U^3} \int_{-1}^1 \bar{P}_\alpha e^{-K'h - iKx} dx$$

$$= \frac{\omega_0}{i U} e^{-K'h} \bar{F}_\alpha(k), \quad ?$$

$$\phi_{xy} = e^{iKx}, e^{iK'x} \text{ とおく } (1) \text{ 及び } (2) \text{ を}$$

$$\begin{aligned} \bar{H}(K) + \bar{H}(K) &= \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{F}(\alpha) \bar{F}_K(K) + \pi \alpha^2 \bar{\sigma} \bar{F}_S(K) \\ &+ \frac{1}{(K-K')h} \left[-\omega_0' K' e^{-2K'h} \bar{F}(K') \bar{F}_K(K) + \omega_0 K e^{-2K'h} \bar{F}(K) \bar{F}_K(K') \right], \quad (16) \end{aligned}$$

$$\bar{H}(K') + \bar{H}(K') = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\alpha h}) \bar{F}(\alpha) \bar{F}_K(K') + \pi \alpha^2 \bar{\sigma} \bar{F}_S(K')$$

$$+ \frac{1}{(K-K')h} \left[-\omega_0' K' e^{-2K'h} \bar{F}(K') \bar{F}_K(K') + \omega_0 K e^{-2K'h} \bar{F}(K) \bar{F}_K(K') \right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_K(K) &= \frac{1}{\rho U} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{P}_K e^{iKx} dx = \frac{iU}{\omega_0} e^{K'h} \bar{F}_K(\alpha), \\ \bar{F}_K(K') &= \frac{iU}{\omega_0'} e^{K'h} \bar{F}_K(\alpha), \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty}} \right\} (18)$$

$$\bar{F}_S(K) = \frac{iU}{\omega_0} e^{K'h} \pi \alpha^2 \bar{\sigma}_K, \quad \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty}} \right\} (19)$$

$$\bar{F}_S(K') = \frac{iU}{\omega_0'} e^{K'h} \pi \alpha^2 \bar{\sigma}_{K'}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_K(K') &= \frac{1}{\rho U} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{P}_K e^{iK'x} dx = \frac{i}{\omega_0'} e^{K'h} \int \frac{\bar{P}_K}{\rho U^2} e^{-iK'x} dx \cdot \frac{\omega_0}{i} \\ &= \frac{\omega_0}{\omega_0'} e^{(K-K')h} \bar{F}_K(K), \quad (20) \end{aligned}$$

これらの式を $\rho_\alpha, \rho_\beta, \rho_K, \rho_{K'}$ について書き上げると

12ヶの式が出る。

これに出て来る量は

$$\left. \begin{array}{l}
 \bar{F}_\alpha(\alpha), \bar{F}_\alpha(k), \bar{F}_\alpha(k'), \sigma_\alpha \\
 \bar{F}_\beta(\alpha), \bar{F}_\beta(k), \bar{F}_\beta(k'), \sigma_\beta = 1 \\
 \bar{F}_K(\alpha), \bar{F}_K(k), \bar{F}_K(k'), \sigma_K \\
 \bar{F}_{K'}(\alpha), \bar{F}_{K'}(k), \bar{F}_{K'}(k'), \sigma_{K'}
 \end{array} \right\} (21)$$

の 16 ケで"ある" (15), (18), (19), (20) の関係が

あるので (2) $\sigma_\beta = 1$ から除外して) 結局 9 ケ独立である。

そして 複素数であるから 18 ケ独立な量が出て、
12 ケの関係式があるのでから結局独立なのは
6 ケ、従って複素量では 3 ケしかない。

しかしあまり複雑なのでよくわからない。

最後に 散乱波のエネルギー関係を示しておこう。

(16) で $F \equiv F_K$ とおくと

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_K(k) + \bar{F}_K(k) &= \frac{1}{2} (1 - e^{-i\alpha k}) \bar{F}_K(k) \bar{F}_K(k) + \pi \alpha^2 \sigma_K \bar{F}_K(k) \\
 &+ \frac{1}{(K-k)D} \left[-\alpha k' e^{-i\alpha k'} \bar{F}_K(k) \bar{F}_{K'}(k) + \alpha k e^{-i\alpha k} \bar{F}_{K'}(k) \bar{F}_K(k) \right],
 \end{aligned}$$

(?)