

極小造波抵抗問題に関する論文  
(續報)

別所正利

昭和36年12月12日

目次

1. 緒言
2. マシウ函数による造波抵抗の表現
3. 極値問題
4. 漸近関係
5. 有限吃水の場合の漸近関係
6. 漸近的極小船型群
7. 結言

附表及び附図

表1表 ~ 表6表

図1図 ~ 図2図

## 1. 緒言

著者は前報<sup>\*</sup>に於て造波抵抗の極小値問題を概略的に考察し、従来の諸家の研究に於ける各種の問題点の所在を指摘し、その解決法を示唆しておいた。

今回等マシウ函数の数表<sup>\*\*</sup>を入手したので、簡単な計算を実行し、且つ簡単な漸近関係を考察して幾つかの興味ある事実を見出したので書きとめておくつもりである。

尚此の場合取り扱う特異点分布は前後端で無限大となるので実際の船型に直接結びつかない点で不便であるが、その大体の様子には S. Karp 等の論文<sup>\*\*\*</sup>を参照されたい。

又計算は無限吃水の場合についてのみに実行したか有限吃水の場合もその漸近関係について記述してその問題の全体的な見通しを示しておいた。

又最後に著者は他の論文に於て<sup>§</sup>比較的容易に抵抗の少ない船型を作る方法を述べておいたのでその幾つかの例について、此處に得られた極小船型との比較の意味で記しておいた。

## 2. マシウ函数による抵抗の表現 (無限吃水)<sup>\*</sup> 特異点分布 $\gamma(x)$ による造波抵抗は

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma(x) \gamma(\xi) P_1(\sqrt{x-\xi}, 0) dx d\xi, \quad (2.1)$$

である。

今平均半巾を  $B/2$  とし

$$\gamma(x) = \frac{B}{2} H(x), \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 H(x) dx = 1, \quad (2.3)$$

\* 著者, 問題目 昭和 36 年 10 月 18 日

\*\* "Tables relating to Mathieu Function" (1951) Columbia Univ.

\*\*\* S. Karp & others; Memos. & Act. of 3rd Symp. on Nav. Hydrom. (Sep. 1960).

§ 著者; "New Approach to the problem of Ship Wave" (7 F1)

の様におき 並進抵抗係数を次の様にとろう。

$$C_W = R_W / \frac{P}{2} \left( \frac{B}{2} \right)^2, \quad (2.4)$$

さて 次の様な 影響函数と呼ぶものを定義すると

$$P(gx) = \frac{8g^2}{\pi} \int_1^1 H(\xi) P_1(gx-\xi, 0) d\xi, \quad (2.5)$$

$$C_W = \int_1^1 H(x) P(gx) dx, \quad (2.6)$$

となる。

今  $x = -\cos\theta$  とおくと

$$H(-\cos\theta) = \varphi(\theta) / \sin\theta, \quad (2.7)$$

$$\varphi(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n C_n(\theta, g), \quad (2.8)$$

$$g = \frac{g^2}{4}, \quad (2.9)$$

とおく。

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi P_1(g \cos\theta - \cos\theta, 0) C_n(\theta, g) d\theta = \mu_n C_n(\theta, g), \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_{2n} &= -\frac{\pi}{2} \left\{ \frac{A_0^{(2n)}}{C_{2n}(\frac{\pi}{2})} \right\}^2 \frac{Fey_{2n}(0)}{C_{2n}(0)}, \\ \mu_{2n+1} &= -\frac{\pi}{2} \left\{ \frac{A_1^{(2n+1)}}{C_{2n+1}(\frac{\pi}{2})} \right\}^2 \frac{Fey_{2n+1}(0)}{C_{2n+1}(0)}, \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

であるから

$$P(-g \cos\theta) = 8g^2 \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n a_n C_n(\theta), \quad (2.12)$$

となり 従って (2.6) から

$$C_W = 4\pi g^2 \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n a_n^2, \quad (2.13)$$

となり、 $4\pi g^2 \mu_n$  は 結局 各種の 函数の 抵抗となる。

表1 表にその 1 例を示す。

又此の時の 水線面積係数  $\delta$  (厳密には考えられな"が") は 近似的に 次の様なもので与えられると考えよう。

$$\delta = \frac{\overline{B}}{B_{\text{max}}} = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} a_n C_n(\frac{\pi}{2}) = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} C_{2n}(\frac{\pi}{2}), \quad (2.14)$$

$$\text{又 (2.3) 式 から } \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} A_0^{(2n)} = \frac{2}{\pi}, \quad (2.15)$$

でなければならぬ。

### 3. 極値問題

造は舳板が (2.13) 式の形に与えられているので、極値問題は著しく簡単になる。

此處では前報 5 節の考察をもとにして次の 3 つの問題を考える事にする。

A. 水線面積を一定として舳板の最も小さい船型を求める問題

B. 水線面積及び浮心位置を一定として舳板を最小とする問題

C. 水線面積及び其の縦方向の 2 次モーメントを与えて舳板を最小にする事、此の問題は前報で考察した様に  $\delta$  を一定とする問題は数学的に不定となるので、此の様な形で  $\delta$  の変化による舳板変化を考える等の問題である。

尚前後端で特異点分布が有限な場合も同様な不定性が出て来るので此處では一切考えない。

又 A, C 問題では明らかに前後対称船のみ考える。

#### A 問題

ラグラングージの方法による未定常数を  $\lambda$  とおくと

$$\frac{\partial}{\partial a_{2n}} C_0 = 8\pi g^2 \mu_{2n} a_{2n} = \lambda \frac{\pi}{2} A_0^{(2n)}$$

となるが 
$$a_{2n} = \lambda \frac{A_0^{(2n)}}{16\pi g^2 \mu_{2n}} \quad (3.1)$$

となり、(2.15) に代入すれば  $\lambda$  が決まって、

$$\lambda = \frac{32g^2}{\pi C_0} \quad \text{但し} \quad C_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{A_0^{(2n)}\}^2}{\mu_{2n}} \quad (3.2)$$

これから (3.1) は

$$a_{2n} = \frac{2}{\pi C_0} \frac{A_0^{(2n)}}{\mu_{2n}} \equiv a_{2n}^* \quad (3.3)$$

此の値は表 4 裏に示す。

又 (2.13) に代入すると

$$C_W \equiv C_{W0} = \frac{16g^2}{\pi C_0} \quad (3.4)$$

(2.14) に代入すると

$$\delta_0 = \frac{\pi C_0}{2D_0} \quad , \quad \text{但し } D_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_0^{(2n)} C_{2n}(\frac{\pi}{2})}{\mu_{2n}} \quad (3.5)$$

又 (2.12) に代入すると

$$\Gamma(-g \cos \theta) = \frac{8g^2}{\pi C_0} = \frac{1}{2} C_{W0} \quad (3.6)$$

となつて、 $\Gamma$  は此の場合 常数となる。

表 2 に  $C_{W0}$ ,  $\delta_0$  の値を示す。

表 4 の  $a_{2n}^*$  を見れば判る様にすべての速度範囲を通じて、 $a_0$  が卓越している (これは表 1 から見れば) が非常に小さい事に起因している)  $\varphi(0)$  は略々  $C_{C0}(0)$  の形で表出される。此の事は後述の漸近関係を見ればより明瞭になつて、此の点でマッハ数による特異点の表現法が非常に秀れている点である。

### B 前送

同様に浮心位置から半船長の  $\alpha$  倍だけ後方にあるとすると

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 H(x) x dx = -\alpha \quad (3.7)$$

故

$$\frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} A_1^{(2n+1)} = 2\alpha \quad (3.8)$$

前例と全く同様にして

$$a_{2n} = \frac{2}{\pi C_0} \frac{A_0^{(2n)}}{\mu_{2n}} \equiv a_{2n}^* \quad , \quad a_{2n+1} = \frac{2}{\pi C_1} \frac{A_1^{(2n+1)}}{\mu_{2n+1}} \quad (3.9)$$

$$\text{但し } C_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{A_1^{(2n+1)}\}^2}{\mu_{2n+1}} \quad (3.10)$$

となり、

$$C_W = C_{W0} + 4\alpha^2 C_{W1} \quad (3.11)$$

但し  $C_{W0}$  は (3.4) 式で与えられるもので

$$C_{W1} = 16g^2 / \pi C_1 \quad (3.12)$$

又

$$\Gamma(-g \cos \theta) = \frac{1}{2} C_{W0} + 2\alpha C_{W1} \cos \theta \quad (3.13)$$

の根は簡單であり、又 (3.11) から明らかに  $\alpha$  の正負に拘らず常に増大する事が判るであらう。

更に後述の漸近関係を見ればよりよく判る本ではあるが、前例同様此の場合も少くとも定性では略  $ce, (0)$  のみ考慮れば充分である。

### C 問題

今水銀面の縦二次モーメントを

$$\frac{1}{2} \int_0^1 H(x) x^2 dx = m^2, \quad (3.14)$$

とかくと (2.8) から

$$m^2 = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} A_2^{(2n)}, \quad (3.15)$$

となるから、A問題の解を代入した時の  $m$  を  $m_0$  とかくと、

$$m_0^2 = \frac{1}{2} + \frac{C_{0,2}}{4C_0}, \quad (3.16)$$

$$\text{但し} \quad C_{0,2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_0^{(2n)} A_2^{(2n)}}{\mu_{2n}}, \quad (3.17)$$

さて今  $m$  を任意の値にとり、極値問題をとくと、

$$a_{2n} = a_{2n}^* + \gamma b_{2n}^*, \quad (3.18)$$

$$\text{但し } a_{2n}^* \text{ は (3.3) 式, } b_{2n}^* = \frac{2}{\pi \mu_{2n} C_0 E} \{ C_0 A_2^{(2n)} - C_{0,2} A_0^{(2n)} \},$$

$$\gamma = 4(m^2 - m_0^2), \quad (3.19)$$

$$C_0^2 E = C_0 C_2 - (C_{0,2})^2, \quad (3.20)$$

$$C_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \{ A_2^{(2n)} \}^2 / \mu_{2n}, \quad (3.21)$$

$$\text{増大は} \quad C_W = C_{W0} + \gamma^2 C_{W2}, \quad (3.22)$$

$$\text{但し} \quad C_{W2} = 16g^2 / \pi C_0 E, \quad (3.23)$$

$$\text{此の時} \quad \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_0} + \frac{2\gamma}{\pi C_0^2 E} (C_0 D_2 - C_{0,2} D_0), \quad (3.24)$$

$$\text{但し} \quad D_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_2^{(2n)} C_{2n}(\frac{\pi}{2})}{\mu_{2n}}, \quad (3.25)$$

である。又

$$T(-g \cos \theta) = \frac{1}{2} C_{W0} (1 - \delta \frac{C_{0,2}}{C_0 E}) + \delta C_{W2} \cos 2\theta, \quad (3.26)$$

となる。

此れ等の式によつて (3.24) から  $\delta$  の 4 つの値に対する極小抵抗値をおいて、表 4 に数値例を示し、且つ、表 4 の図には  $\delta$  の変化による抵抗変化の概念図を示した。

表 4 から判る様に此の場合も船型  $C_{D0}(\theta)$  と  $C_{D2}(\theta)$  で船型が決まってくる。

表 4 表の数値から  $\phi(\theta)$  従つて  $H(-\cos \theta)$  が計算出来るのであるが、此處では省略し、かわりにマゼラ函数のフーリエ展開係数を表 5 表に一部掲げておいた。

即ち

$$\left. \begin{aligned} C_{2n}(\theta, g) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \cos 2r\theta, \\ C_{2n+1}(\theta, g) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cos(2r+1)\theta, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} C_n(\theta) C_m(\theta) d\theta &= \begin{cases} 0 & \text{for } n \neq m \\ 1 & \text{for } n = m \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

#### 4. 漸近関係\*

以上の結果を思ふは、少くとも付添では極小抵抗の性質はかなり簡単である様に思われる。

そこで付添におけるマゼラ函数の漸近展開を利用して前節の結果を更平易な形で理解したい。

先づ準備として、 $g$  が充分大きい時に次の漸近展開がある事に注目しよう。

$$C_m(\theta) \doteq \frac{C_m}{\cos^{m+1} \theta} \left[ e^{g \sin \theta} \left\{ \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right\}^{2m+1} + e^{-g \sin \theta} \left\{ \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \right\}^{2m+1} \right], \quad (4.1)$$

$$C_m(z) \doteq \frac{C_m}{2^{m-\frac{1}{2}} \sqrt{\cosh z}} \cos \left[ g \sinh z - (2m+1) \tan^{-1}(\tanh \frac{z}{2}) \right], \quad (4.2)$$

但し

\* MacLachlan の Text 及び 前出数表参照の事。

$$\left. \begin{aligned} C_{2n} &= (-1)^n 2^{2n-\frac{1}{2}} \frac{C_{2n}(0) C_{2n}(\frac{\pi}{2})}{\sqrt{\pi g} A_0^{(2n)}}, \\ C_{2n+1} &= (-1)^{n+1} 2^{2n+\frac{1}{2}} \frac{C_{2n+1}(0) C_{2n+1}'(\frac{\pi}{2})}{k \sqrt{\pi g} A_1^{(2n+1)}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

よって (4.1), (4.2) において  $\theta$  or  $z=0$  とおけば "近傍" の関係が成立たねばならない。

$$\frac{C_{2n}(\frac{\pi}{2})}{A_0^{(2n)}} \doteq (-1)^n \sqrt{\frac{\pi g}{2}}, \quad \frac{C_{2n+1}'(\frac{\pi}{2})}{k A_1^{(2n+1)}} \doteq (-1)^{n+1} \sqrt{\frac{\pi g}{2}}, \quad (4.4)$$

従って

$$C_m \doteq 2^{m-\frac{1}{2}} C_{2m}(0), \quad (4.5)$$

一方 (4.1) において  $g$  が充分大きいとすると右辺の 2 項は 1 項に比べて充分小さいと考えられ、又

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{g \sin^2 z} \frac{\cos^{2m+1}(\frac{z}{2} + \frac{\pi}{4})}{\cos^{2m+1} z} dz \doteq \frac{e^{\frac{g}{2}} \Gamma(\frac{m+1}{2})}{2^{m+1} (zg)^{\frac{m+1}{2}}}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{g \sin^2 z} \frac{\cos^{2m+1}(\frac{z}{2} + \frac{\pi}{4})}{\cos^{2m} z} dz \doteq \frac{e^{\frac{g}{2}} \Gamma(\frac{m+2}{2})}{2^m (zg)^{\frac{m+2}{2}}}$$

等の関係が成り立ち (4.5) を使って

$$A_0^{(2n)} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} C_{2n}(z) dz, \quad \frac{A_0^{(2n)}}{C_{2n}(0)} \doteq \frac{e^{\frac{g}{2}} \Gamma(n+\frac{1}{2})}{\pi 2^{n+1} g^{n+\frac{1}{2}}}, \quad (4.6)$$

$$A_1^{(2n+1)} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} C_{2n+1}(z) \cos z dz, \quad \frac{A_1^{(2n+1)}}{C_{2n+1}(0)} \doteq \frac{e^{\frac{g}{2}} \Gamma(n+\frac{3}{2})}{\pi 2^n g^{n+\frac{3}{2}}}, \quad (4.7)$$

$$A_2^{(2n)} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} C_{2n}(z) \cos^2 z dz, \quad A_2^{(2n)} \doteq 2 A_0^{(2n)} \left[ -1 + \frac{4n+2}{g} \right], \quad (4.8)$$

等がえられる。

一方  $\theta = \frac{\pi}{2}$  の近傍では

$$\left. \begin{aligned} C_n(\theta) &\doteq \frac{(\frac{\pi g}{4})^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{n!}} D_n(z), \quad z = \sqrt{zg} \cos \theta, \\ \text{但し } D_n(z) &= (-1)^n e^{\frac{z^2}{4}} \left( \frac{d}{dz} \right)^n e^{-\frac{z^2}{4}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

よって

$$\left. \begin{aligned} C_{2n}(\frac{\pi}{2}) &\doteq (-1)^n \frac{\sqrt{2n!}}{2^n n!} \left( \frac{\pi g}{4} \right)^{\frac{1}{4}}, \\ \frac{C_{2n+1}'(\frac{\pi}{2})}{\sqrt{2g}} &\doteq (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{(2n+1)!}}{2^{n+1} n!} \left( \frac{\pi g}{4} \right)^{\frac{1}{4}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

此の値を (4.4) に代入すると  $A_0, A_1$  が得られ、更に (4.6) (4.7) 等 に 代入 すると  $C_{2n}(0)$  の近似値が得られる。

即ち

$$\left. \begin{aligned} C_{2n}(0) &\doteq \frac{2^{2n+1}}{\sqrt{(2n)!}} g^n (\pi g)^{\frac{1}{4}} e^{-g}, \\ C_{2n+1}(0) &\doteq \frac{2^{2n+\frac{5}{2}}}{\sqrt{(2n+1)!}} g^{n+\frac{1}{2}} (\pi g)^{\frac{1}{4}} e^{-g}, \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

と言う式で  $C_{2n}(0)$  は  $g$  が大きいと非常に小さい値をとるものである。

さて此等の近似値を前節の諸式に入れて見よう。  
先ず (2.13) から  $4\pi g^2 \mu_n$  は  $C_{2n}(0)$  なる分布の規格化であるから (2.1) で  $x, y$  について先に積分してやると

$$\left. \begin{aligned} \mu_{2n} &= 2 \left\{ \frac{A_0^{(2n)}}{C_{2n}(\frac{\pi}{2})} \right\}^2 \int_0^\infty C_{2n}^2(u) du, \\ \mu_{2n+1} &= 2 \left\{ \frac{A_1^{(2n+1)}}{C_{2n+1}(\frac{\pi}{2})} \right\}^2 \int_0^\infty C_{2n+1}^2(u) du, \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

となるから 此れに (4.12) を代入し、(4.4), (4.5) を使うと

$$\mu_n \doteq \frac{1}{g} \{ C_{2n}(0) \}^2, \quad (4.13)$$

(4.11) を代入すると

$$\left. \begin{aligned} \mu_{2n} &\doteq \frac{2^{4n+2}}{(2n)!} \sqrt{\pi} g^{2n-\frac{1}{2}} e^{-2g}, \\ \mu_{2n+1} &\doteq \frac{2^{4n+5}}{(2n+1)!} \sqrt{\pi} g^{2n+\frac{1}{2}} e^{-2g}, \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

次に (3.2) に (4.13) を代入して近似式を使うと

$$C_0 \doteq g \left\{ \frac{A_0^{(0)}}{C_0(0)} \right\}^2 \doteq \frac{e^{2g}}{4\pi}, \quad (4.15)$$

次に (3.4) から

$$C_{W0} \doteq 64g^2 e^{-2g}, \quad (4.16)$$

又 (3.5) からは

$$\left. \begin{aligned} D_0 &\doteq \frac{A_0^{(0)} C_0(\frac{\pi}{2})}{\mu_0} \doteq \frac{\sqrt{g} e^{2g}}{4\sqrt{2\pi}}, \\ \delta_0 &\doteq \sqrt{\frac{\pi}{2g}} \doteq \sqrt{\pi} F_n. \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

式 (3.16), (3.17) に近似値を代入すると

$$m_0^2 \doteq \frac{1}{2} + \frac{A_2^{(0)}}{4A_0^{(0)}} \doteq \frac{1}{g}, \quad m_0 = \sqrt{2}Fr, \quad (4.18)$$

(3.20), (3.23) は

$$\frac{1}{c_0 E} \doteq \pi g^4 e^{-2g}, \quad c_{w2} \doteq 16g^6 e^{-2g}, \quad (4.19)$$

又 (3.24) は

$$\delta \doteq \sqrt{\frac{\pi}{2g}} / (1 - \frac{8}{3}g), \quad (4.20)$$

を得る。

○ 式 (3.10) 右端及 (3.12) 右端に  $c_{w0}$ ,  $c_{w2}$ ,  $\delta_0$  の近似値を計算しておいたが、正しい値と比較して見て、特に抵抗係数はよく合っている事が判るであろう。

尚 (3.10), (3.12) からは

$$C_1 \doteq \frac{\{A_1^{(1)}\}^2}{A_1} \doteq \frac{e^{2g}}{4\pi g^2}, \quad c_{w1} \doteq 64g^4 e^{-2g}, \quad (4.21)$$

が得られる。

さて此等の式、例えば (4.14) から判る様に付随に於ては造波抵抗はマッハ函数の次数が1だけ、すなわち、 $g \gg 1$  位のオーダーで小さくなるから、抵抗を出来るだけ小さくする為には許し得る範囲内で低次のマッハ函数で船型を表現すれば、それで略々最小抵抗船型が得られる事になる。従つて又此の時、その抵抗値は最も次のマッハ函数に対する抵抗値のみによつて略々決まり、より低次の函数に起因するものは略々無視しうる様になる。

○ 例えは前述の非対称性はB問題に見た様に常に抵抗を増すものであるけれども、その非対称部分を対称部分よりも低次のマッハ函数で構成すれば、それは全抵抗に殆ど影響をなす様になる事が出来る筈である。

最後に (4.16) の形は浸水体の造波抵抗の式によく似ているので、丁度船長の半分の深さに中心を持つ球の造波抵抗と比較して見よう。

半径  $a$  の球が船長の半分の深さにある場合の球の造波抵抗  $R$  は  $2g \gg 1$  ならば

$$R \doteq \rho \sqrt{2\pi g} \pi a^6 g^3 e^{-2g}, \quad (4.22)^*$$

(4.16) と比較が等しいとすると.

$$\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right) / B \doteq \frac{16}{3}\pi^{\frac{1}{4}} (Fr)^{1.5} \doteq 7.10 (Fr)^{1.5}, \quad (4.23)$$

左辺は球の容積と船長の  $\frac{1}{4}$  の深さ迄の船の排水容積との比になっているから、例えは " $Fr = 0.1 (0.2)$  ならば" 左辺は約  $0.224 (0.636)$  従って船長の約  $17.8 (6.3)$  分の1の深さ迄の排水容積と此の球の容積とが等しい事になるから實際此等の極小抵抗の小さい事が想像出来るであろう。

### 5. 有限吃水の場合の漸近関係

吃水が有限な場合は前節迄の様に簡単ではなく数値計算に頼る他はないと考えられるが、全体としては無限吃水の場合と大差のない結果が出て来るものと思われる。

此處からは前報で考えた様な吃水方向に一様な特異点分布を持つ前後対称船型について低速における漸近関係を導いておく。

さて前報 (2.17), (2.18) 等を参照して (2.1), (2.8) の展開を仮定すると.

$$C_W = 4\pi g^2 \sum_n \sum_m a_{2n} a_{2m} M_{2n, 2m}, \quad (5.1)$$

$$M_{2n, 2m} = 2 \left\{ \frac{A_0^{(2n)} A_0^{(2m)}}{C_{2n}(\frac{\pi}{2}) C_{2m}(\frac{\pi}{2})} \right\} \int_0^\infty (1 - e^{-\tau \cosh^2 u})^2 C_{2n}(u) C_{2m}(u) du, \quad (5.2)$$

$$\tau = gZ, \quad Z = 2d/L,$$

従って  $\tau \gg 1$  ならば " $e^{-\tau \cosh^2 u} \rightarrow 0$ " であるから (4.12) と較べて

$$M_{2n, 2m} = \begin{cases} 0 & \text{for } n \neq m \\ M_{2n} & \text{for } n = m \end{cases} \quad (5.3)$$

とがその特には大差はないけれども (4.2) の近似式が使える様な所では。

\* T.H. Havelock; Proc. Roy. Soc. vol. 93 (1917)

$$M_{2n,2m} \doteq \frac{(-1)^{n+m}}{f} C_{2n}(0) C_{2m}(0) L_{|2n-2m|}(t), \quad \dots (5.4)$$

但し 
$$L_{2\nu}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - e^{-t \sec^2 \theta})^2 \cos 2\nu \theta d\theta, \quad \dots (5.5)$$

此の  $L$  という函数は前報(5.6)と少し定義が異なるが、 $2\nu$  で示した様に、奇数差函数で表わす事が出来る。

又(5.5)から  $t \gg 1$  ならば

$$L_{2\nu}(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } \nu \neq 0 \\ 1 & \text{for } \nu = 0 \end{cases} \quad \dots (5.6)$$

となるから前報(4.12)に一致する。

$t \rightarrow 0$  ならば

$$\begin{aligned} L_0(t) &\doteq 4\sqrt{\frac{t}{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(1 + \frac{t}{3} + \dots\right), \\ L_2(t) &\doteq -16\sqrt{\frac{t}{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(1 + \frac{5t}{6} + \dots\right), \end{aligned} \quad \dots (5.7)$$

$t \gg 1$  ならば

$$\begin{aligned} L_0(t) &\doteq 1 - \frac{2e^{-t}}{\sqrt{\pi t}} + \dots, \\ L_2(t) &\doteq -\frac{2}{\sqrt{\pi t}} e^{-t} + \dots, \end{aligned} \quad \dots (5.8)$$

オ-2図はその大体的様子を示す。

此の様にして  $L_{2\nu}$  は  $\nu$  が 0 でなければ、何處でも充分小さく且  $\nu$  が奇数ならば負、偶数ならば正である様に見える。従つて(5.4)に代入して考えると  $M_{2n,2m}$  は常に正であると考えられる。

$M_{2n,2m}(n+m)$  は  $a_{2n}, a_{2m}$  に関係する所謂下海部分であるから、此れが  $M_{2n,2n}$  に比して小さく且正であるという事は前節の考察からも判る様に、極小抵抗船型の低次のマニウ函数で表わされるという事実をより強調するものと考えられる。

此の様にして考えると、大体前節迄の結果に、造波抵抗は  $L_0(t)$  をかけるだけで、有限吃水の場合の抵抗値が得られると考えてもよからう。即ち

$$M_{2n,2n} \doteq M_{2n} L_0(t), \quad \dots (5.9)$$

## 6. 漸近的極小船型

緒言に述べた様に前節迄に論じた特異点分布は前後端で無限大となっていて、従来のえのとがった船型とは少く異なるタイプの船型に属し、先端は丸くなっていると考えられる。

3節の始めにものべた様に特異点分布が先端で零になる様な船型では数学的に言って極小値問題は一定の解を有しないけれども従来の研究は殆どすべて此の様な船型について行われており、又船型を数式で表現する場合も中級数で表わせるので便利である。

然し前報7節で考えた様に付速に於いて漸近的に問題を取扱う場合は矢張り先端がとがっているべきであるという事が出て来るので実用的には略此の様なものではないのではないかと思われる。

そう言う訳で此處では付速のみ考える事によると、先端をとがらせてゆけばゆく程抵抗は小さくなるのでゆく程であるが、その様な方法だけでは実用的意味が薄いの2、更に transverse wave の影響を零にする条件を入れてやつて、其の様な欠点を補う事が出来る。

簡單の爲に前後対称で且つ無限に浅い水の場合のみ考える事にしよう。

さて(2.4)式と同1"係数をとる事にして、

$$C_W = \frac{R_W}{\frac{\rho}{2} \left( \frac{U}{2} \right)^2} = \frac{32g^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{H(g \sec \theta)}{H_0} \right|^2 \sec \theta d\theta, \quad (6.1)$$

$$\text{但し} \quad H(p) = \int_{-1}^1 \eta(x) e^{-ipx} dx = 2 \int_0^1 \eta(x) \cos px dx, \quad (6.2)$$

$$H_0 \equiv H(0) = \int_{-1}^1 \eta(x) dx = \overline{B}, \quad (6.3)$$

水線面積係数を  $\delta$  とすると、

$$\delta = \frac{\overline{B}}{B} = \frac{\overline{B}}{2\eta(0)}, \quad (6.4)$$

$\eta(x)$  が  $x$  の巾級数で表わされるとすると (6.2) を部分積分して

$$H(p) = \frac{2}{p} \left[ C \sin p + \frac{D}{p} \cos p \right], \quad (6.5)$$

$$\left. \begin{aligned} C' &= \left[ \eta - \frac{\eta''}{p^2} + \frac{\eta^{(4)}}{p^4} - \dots \right]_{x=1} \\ D' &= \left[ \eta' - \frac{\eta'''}{p^2} + \frac{\eta^{(5)}}{p^4} - \dots \right]_{x=1}, \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

従って

$$|H(p)|^2 = \frac{2}{p^2} \left[ C'^2 + \frac{D'^2}{p^2} + \frac{2CD'}{p} \sin 2p - \left( C'^2 - \frac{D'^2}{p^2} \right) \cos 2p \right], \quad (6.7)$$

これを (6.1) に代入して

$$C_W = \frac{64}{\pi B^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ C'^2 + \frac{D'^2}{p^2} + \frac{2CD'}{p} \sin 2p - \left( C'^2 - \frac{D'^2}{p^2} \right) \cos 2p \right]_{p=g \sec \theta} \cos \theta d\theta, \quad (6.8)$$

例として最も簡単な例として

Ex. a.  $\eta(x) = 1, \quad 1 > x > -1, \quad (a.1)$

$$H_0 = \bar{B} = 2, \quad \delta = 1, \quad C = 1, \quad D = 0, \quad (a.2)$$

$$C_W = \frac{16}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2g \sec \theta) \sec \theta d\theta = \frac{16}{\pi} \{ 1 + P_1(2g) \}, \quad (a.3)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} P_{2n}(x) &= (-1)^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x \sec \theta) \cos^{2n} \theta d\theta, \\ P_{2n+1}(x) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x \sec \theta) \cos^{2n+1} \theta d\theta, \\ \frac{d}{dx} P_n(x) &= P_{n-1}(x), \quad P_{-1}(x) = -\frac{\pi}{2} Y_0(x), \\ n P_n(x) + (n-1) P_{n-2}(x) &= x \{ P_{n-1}(x) + P_{n+1}(x) \}, \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

亦ち表  $C_W$  の値を示してあるが、亦し圖等で判つた様にフルード数の高い区間で極小抵抗船型の  $\delta$  が大きいので高速では此の様な船型も抵抗が小さいと考えられる。

さて (6.6) に於て  $p (= g \sec \theta) > g = 1/2 F_r^2$  であるから往還に於ては船首における逐次微係数を零にしてゆけば抵抗は小さくなる。普通は  $\eta = 0$  であるから新しく

$$\left. \begin{aligned} C &= \left[ \eta' - \frac{\eta'''}{p^2} + \dots \right]_{x=1} \\ D &= \left[ \eta'' - \frac{\eta^{(4)}}{p^4} + \dots \right]_{x=1} \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

と書き直せば (6.8) は

$$C_W = \frac{64}{\pi g^2 B^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ C^2 + \frac{D^2}{p^2} - \frac{2CD}{p} \sin 2p - \left( C^2 - \frac{D^2}{p^2} \right) \cos 2p \right] \cos^3 \theta d\theta, \quad (6.11)$$

$p = g \sec \theta$

となり、 $g \gg 1$  で所謂干渉項 (此の場合  $F_1^5$  に比例する) を無視すると

$$C_W \div \frac{128}{3\pi g^2} \left( \frac{1}{B} \right)^2, \quad \text{--- (6.12)}$$

を食めて高次の項

となる。

以上の様な型を以下のものと対照の意味で A 型と名づけよう。

次に (6.6) に代入して見ると直ぐ判る事であるが、新しく

$$\left. \begin{aligned} \eta(x) &= \mu(x) + \frac{1}{g^2} \frac{d^2}{dx^2} \mu(x), \\ \mu(\pm 1) &= \mu'(\pm 1) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

の様に函数  $\mu(x)$  から  $\eta(x)$  が造られるとすると (6.6) の C, D は  $p=g$  において零となる。

更に取り (6.2) に代入すると

$$F(p) = \frac{2 \sin^2 \theta}{g^2} \int_{-1}^1 \mu'(x) e^{-ipx} dx = \frac{2 \sin^2 \theta \cos \theta}{g^3} \left[ C \sin p + \frac{D}{p} \cos p \right], \quad (6.14)$$

但し  $p = g \sec \theta$

$$\left. \begin{aligned} C &= \left[ \mu'' - \frac{\mu^{(4)}}{p^2} + \dots \right]_{x=1}, \\ D &= \left[ \mu''' - \frac{\mu^{(5)}}{p^2} + \dots \right]_{x=1}, \end{aligned} \right\} \quad p = g \sec \theta; \quad (6.15)$$

となり、(6.1) に代入して

$$C_W = \frac{64}{\pi g^4 B^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ C^2 + \frac{D^2}{p^2} + \frac{2CD}{p} \sin 2p + \left( \frac{D^2}{p^2} - C^2 \right) \cos 2p \right] \cos^3 \theta \sin^4 \theta d\theta, \quad (6.16)$$

$p = g \sec \theta$

但し

$$F_0 = \int_{-1}^1 \eta(x) dx = \int_{-1}^1 \mu(x) dx = B, \quad (6.17)$$

を得る。此の場合 (6.13) から見える様に、A 型と違って、 $\eta(x)$  は速度に応じてどんどん変ってゆく筈で、此の点前節迄考えていた船型群と同じである。

此れを B 型と名づけよう。

充分条件では(6.16)から

$$C_W \doteq \frac{64}{5\pi g^4} \left( \frac{\mu''(1)}{B} \right)^2, \quad (6.18)$$

となる。

一方 A 型で  $\eta'(1)=0$  とおくと

$$C_W \doteq \frac{512}{15\pi g^4} \left( \frac{\eta''(1)}{B} \right)^2, \quad (6.19)$$

となるから今  $\eta''=\mu''$ ,  $B$  等が等しいければ, (6.19) は (6.18) の  $\frac{8}{3}$  倍になっている事が判り, 然し A 型では  $\eta'(1)=0$  になっているので実用的に難しいが B 型では  $\eta(1) \neq 0$  とする事も出来るので非常に有利であろう。

次に此の考えをもう一段進めると

$$\left. \begin{aligned} \eta(x) &= \left( 1 + \frac{1}{g^2} \frac{d^2}{dx^2} \right)^2 M(x), \\ M(\pm 1) &= M'(\pm 1) = M''(\pm 1) = M'''(\pm 1) = 0, \\ \bar{B} = F_0 &= \int_{-1}^1 \eta(x) dx = \int_{-1}^1 M(x) dx, \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

の様な型が考えられ, 此れを C 型と名づけよう。

$$F(p) = \frac{\sin^4 \theta}{g^4} \int_{-1}^1 M^{(4)}(x) e^{-ipx} dx, \quad p = g \cos \theta, \quad (6.21)$$

$$\left. \begin{aligned} F(p) &= \frac{2 \sin^4 \theta \cos \theta}{g^5} \left[ C \sin p + \frac{D}{p} \cos p \right], \\ C &= \left[ M^{(4)} - \frac{M^{(6)}}{p^2} + \dots \right]_{x=1}, \\ D &= \left[ M^{(5)} - \frac{M^{(7)}}{p^2} + \dots \right]_{x=1}. \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

$$C_W = \frac{64}{\pi g^8 B^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ C^2 + \frac{D^2}{p^2} + \dots \right] \cos \theta \sin^8 \theta d\theta, \quad (6.24)$$

となる。

一方 B 型で  $\mu''(1)=\mu'''(1)=0$  とおくと (6.15), (6.16) 等から

$$C_W \doteq \frac{512}{315\pi g^8} \left( \frac{\mu^{(4)}(1)}{B} \right)^2, \quad (6.25)$$

となり,  $(\mu^{(4)}/B)$  と  $(\mu^{(4)}/B)$  が等しいければ (6.24) は (6.25) の  $\frac{35}{8}$  倍となっている。然し此の場合も (6.13) から判る様に B 型

では  $\eta(1)=0$  となっているので必要な排水量を持たせる為には  $\mu^{(4)}(1)$  をあまり小さくは出来ない訳である。

最後に船型が中央平行部を持つ様な場合は一般にはかなり面倒な計算になるけれども肩における  $\eta(x)$  若しくは  $\mu(x)$ ,  $\nu(x)$  等の連続性(微係数)が船首尾のそれより、高次になっていれば低速では肩の振巾は船尾のそれより低速のオーダーになって、(6.12), (6.18), (6.24) 等の近似式が成立する様になるので、此處では此の様な場合のみ考える事にする。

以上の様な訳で、此節で考える型の船の造は抵抗は常に船首尾の逐次微係数と  $g^{(n)}$  の種の形に表わされている。

前節迄の形は種分星と  $g^{(n)}$  の種の形になっていたので出来るだけ低次のマシウ函数をとりさえすれば抵抗を小さく出来る。

だが今の場合は抵抗を小さくするには  $\eta$  を大きくしなければならず、そうすると微係数は高次のものになって、此れは例えは排水量等が与えられている場合、或る程度以上は小さくする事は出来ないのでは或る他より大きくなると逆に抵抗は増える事になる。

此の様な関係は丁度解析函数の漸近展開の時と全く同様であると、又此の節の始めにも述べた様に前報において考えた様な方法で漸近的関係を求めると、實際、船首尾の逐次微係数が零となつてゆくので、此の節で取扱う型を總称して漸近的極小船型群となづけたい訳である。

以下に实例をあげて参考に供しよう。

A型の例として、

$$\text{Ex. b.} \quad \eta(x) = (1-x^2)^2 + \alpha x^2(1-x^2)^2, \quad (b.1)$$

$$\text{とかくと} \quad \delta = \frac{\pi}{15} \left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right), \quad (b.2)$$

$$C_W = \frac{1.920}{\pi 8^4} \frac{(1+\alpha)^2}{(1+\frac{\alpha}{\eta})^2} = 0.479 \times 10^{-2} \left(1 - \frac{0.4571}{\delta}\right)^2 (10F_n)^8, \quad (b.3)$$

$$\alpha \rightarrow 0 \text{ とすると } \delta = 0.5333, \quad C_W = 0.978 \times 10^{-4} (10F_n)^8, \quad (b.4)$$

此れを B 型にすると

Ex. C,  $\mu(x) = (1-x^2)^2 + \alpha x^2(1-x^2)^2, \quad \dots (C.1)$

$$\frac{B}{2} \equiv \delta_0 = \frac{8}{15} \left(1 + \frac{\alpha}{7}\right), \quad \dots (C.2)$$

$\delta$  は 
$$\delta = \frac{\delta_0}{1 + \frac{2}{9}(\alpha-2)}, \quad \dots (C.3)$$

となるが  $\beta \gg 1$  ならば  $\delta$  と  $\delta_0$  の差は僅かであるから以下  $\delta \approx \delta_0$  と近似的に考えることにする。

$$C_W \approx \frac{720}{\pi 94} \left(\frac{1+\alpha}{1+\frac{\alpha}{7}}\right)^2 = 0.1278 \times 10^{-2} \left(1 - \frac{4571}{\delta_0}\right)^2 (10F_h)^8, \quad \dots (C.4)$$

○  $\alpha = 0$  ならば  $\delta_0 = 1.5333$ ,  $C_W \approx 0.2608 \times 10^{-4} (10F_h)^8, \quad \dots (C.5)$

よって、前例の 0.267 倍となっている。

Ex. d B 型に  $\mu(x) = (1-x^2)^4 + \alpha x^2(1-x^2)^4, \quad \dots (d.1)$

$$\delta_0 = \frac{218}{315} \left(1 + \frac{\alpha}{11}\right), \quad \dots (d.2)$$

$$C_W \approx \frac{425,880}{\pi 98} \left(\frac{1+\alpha}{1+\frac{\alpha}{11}}\right)^2 = 0.4199 \times 10^{-6} \left(1 - \frac{3694}{\delta_0}\right)^2 (10F_h)^{16}, \quad \dots (d.3)$$

$\alpha = 0$  とすると  $\delta_0 = 0.4063$   $C_W \approx 0.3470 \times 10^{-8} (10F_h)^{16}, \quad \dots (d.4)$

○ 此れを C 型にすると

Ex. e  $M(x) = (1-x^2)^4 + \alpha x^2(1-x^2)^4, \quad \dots (e.1)$

$$\delta_0 = \frac{128}{315} \left(1 + \frac{\alpha}{11}\right), \quad \dots (e.2)$$

$$C_W \approx \frac{97,344}{\pi 98} \left(\frac{1+\alpha}{1+\frac{\alpha}{11}}\right)^2 \approx 0.9599 \times 10^{-7} \left(1 - \frac{3694}{\delta_0}\right)^2 (10F_h)^{16}, \quad \dots (e.3)$$

$\alpha = 0$ ,  $\delta_0 = 0.4063$   $C_W \approx 0.7932 \times 10^{-9} (10F_h)^{16}, \quad \dots (e.4)$

よって、前例の 0.2286 倍となっている。

Ex. C を少しく変えて

Ex. f.

$$\mu(x) = (1-x^2)^2 + \alpha x^2(1-x^2)^3, \quad (f.1)$$

とすると

$$\delta_0 = \frac{3}{5} \left(1 + \frac{6}{5}\alpha\right), \quad (f.2)$$

となつて、此の場合 (f.1) の右辺中左辺の2階微分係数は常に零となるが、その排板に密着する部分の体積では1段に比して小さくなり

$$C_W \pm 0.2608 \times 10^{-4} (10F_r)^8, \quad (f.3)$$

即ち  $\delta_0$  は略、関係なく、(c.5) の  $\delta_0 = 0.5333$  の場合の排板に等しくなる。

Ex. g についても同じ事が考えられる。即ち充分低圧において排板量を増しても近似的に排板量を殆ど増さなうで済む方法がある。

次に中央平行板の密着例を少し考えよう。

Ex. h.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } a > x > 0, \\ 1 - 4\bar{z}^3 + 3\bar{z}^4, & \text{for } 1 > \bar{z} = \frac{x-a}{1-a} > 0, \end{cases} \quad (h.1)$$

とすると

$$\delta_0 = \frac{3}{5} \left(1 + \frac{2}{3}a\right), \quad (h.2)$$

$$C_W \pm \frac{2,304}{5\pi g^4 \delta_0^2 (1-a)^4} = \frac{60.08}{\delta_0^2 (1-\delta_0)^4} (F_r)^8, \quad (h.3)$$

$$a=0 \text{ ならば } \delta_0 = 0.6, \quad C_W \pm 0.6579 \times 10^{-4} (10F_r)^8, \quad (h.4)$$

となつて (h.4) よりも大分小さくなるのは望むところである。

此の例では高い  $\mu'''$  従つて  $q'$  が不連続量である。

此れを連続量にすると次の様な例が考えられる。

Ex. j

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } a > x > 0, \\ 1 - 5\bar{z}^4 + 4\bar{z}^5, & \text{for } 1 > \bar{z} = \frac{x-a}{1-a} > 0, \end{cases} \quad (j.1)$$

$$\delta_0 = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{a}{2}\right), \quad (j.2)$$

$$C_W \pm \frac{1280}{\pi g^4 \delta_0^2 (1-a)^4} = \frac{80.98}{\delta_0^2 (1-\delta_0)^4} (F_r)^8, \quad (j.3)$$

$$a=0 \text{ ならば } \delta_0 = 0.667, \quad C_w \doteq 1.467 \times 10^{-4} (10Fr)^8, \quad \dots (j.4)$$

次に C 型の船として

$$\text{Ex. k.} \quad M(x) = \begin{cases} 1, & a > x > 0 \\ -56x^5 + 140x^6 - 120x^7 + 35x^8, & 1 > x = \frac{x-a}{1-a} > 0, \end{cases} \quad (k.1)$$

$$\delta_0 = \frac{5}{9} (1 + \frac{4}{5} a), \quad \dots (k.2)$$

$$C_w \doteq \frac{16 \times (1680)^2}{9 \pi g^8 \delta_0^2 (1-a)^8}, \quad \dots (k.3)$$

$$a=0 \text{ ならば } \delta_0 = 0.556, \quad C_w \doteq 1.32 \times 10^9 (Fr)^{16}, \quad \dots (k.4)$$

- 以上の諸例で特に  $\delta_0 = 0.8$  とし,  $Fr = 0.1, 0.15, 0.2$  の3点について  $C_w$  の近似値を計算し 表6 に掲げておいた。  
此れ等の値から B, C 型は確かに有利であるらしい事、中央平行部を持つと抵抗は大きい事、そして此等の方法によって前節の極小抵抗にかなり近づけ得るらしい事等が判るであろう。

又小泉博士「船型学」所載の  $C_b$  毎の造は抵抗係数の図と比較して見ると Ex. d, e, f 等は  $C_b = 0.8$  の曲線より低い事が判る。(尚前節の  $C_{w0}$  は  $Fr < 0.28$  で  $C_b = 0.40$  の曲線より低く又  $\text{Min. } C_w (\delta = 0.8)$  の曲線は  $Fr < 0.24$  での  $C_b = 0.80$  の曲線より低くなっている)。

- 一般に造は抵抗の計算値は此の様な条件では実馬金値の 1/10 程度の order になると考えられてゐるし又今は無限吃水と考へてゐる本も考へ合わせると以上の推論は殆ど本実に対応してゐると考へて良い様に見える。

## 7. 結言

以上で大体の見当はついた様りであるが、実際問題としては此の様に得られた特異点分布と船型がどの様に結びつくかと言う厄介な問題が起きて来るが、その面に関する研究は、以上の様な理論が実際適合するかどうかと言う問題と共に今後の理論的並びに実験的研究の新課題として充分興味を有するものであらう。

以上

表 1

| 48  | 2k=8  | $\mu_0$     | $\mu_1$     | $\mu_2$     | $\mu_3$     | $\mu_4$     | $\mu_5$     | $\mu_6$ |
|-----|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------|
| 1   | 1     | .644094     | 1.096150    | .547239     | .344356     | .254270     | .202113     | .167868 |
| 4   | 2     | .998125(-1) | .732746     | .686380     | .385909     | .268533     | .208842     | .171617 |
| 10  | 3.162 | .814806(-2) | .194796     | .662995     | .500315     | .306237     | .224475     | .179844 |
| 16  | 4     | .132126(-2) | .470898(-1) | .397181     | .582640     | .360255     | .244169     | .189269 |
| 24  | 4.899 | .193168(-3) | .851693(-2) | .138960     | .510346     | .448653     | .279845     | .204374 |
| 36  | 6     | .189457(-4) | .992818(-3) | .234523(-1) | .227603     | .495383     | .358126     | .235323 |
| 50  | 7.071 | .202547(-5) | .122314(-3) | .342655(-2) | .547913(-1) | .320119     | .442317     | .290597 |
| 64  | 8     | .294995(-6) | .199029(-4) | .624663(-3) | .120592(-1) | .128702     | .402119     | .362817 |
| 80  | 8.944 | .419816(-7) | .313925(-5) | .109448(-3) | .237545(-2) | .344321(-1) | .230739     | .406359 |
| 100 | 10    | .478425(-8) | .397238(-6) | .154365(-4) | .393999(-3) | .634796(-2) | .712211(-1) | .305693 |

表 2

| 48  | 2k=8  | Fr.   | CW0        | $\delta_0$ | $m_0$ | CW2   | 表 1 表 (参照) |         |
|-----|-------|-------|------------|------------|-------|-------|------------|---------|
|     |       |       |            |            |       |       | $\mu_7$    | $\mu_8$ |
| 1   | 1     | .7071 | 6.5518     | 1.605      | .7109 | 2.789 | -          | -       |
| 4   | 2     | .5000 | 4.4226     | 1.114      | .6358 | 12.73 | .145917    | .127026 |
| 10  | 3.162 | .3976 | 1.1384     | .7960      | .5371 | 23.60 | .150846    | .130230 |
| 16  | 4     | .3536 | .34299     | .6827      | .4837 | 20.36 | .156245    | .133654 |
| 24  | 4.899 | .3195 | .85324(-1) | .6039      | .4401 | 12.01 | .164335    | .138613 |
| 36  | 6     | .2887 | .14156(-1) | .5378      | .3997 | 4.566 | .179028    | .147071 |
| 50  | 7.071 | .2659 | .23083(-2) | .4910      | .3694 | 1.441 | .202103    | .159004 |
| 64  | 8     | .2500 | .46094(-3) | .4591      | .3480 | .4719 | .235452    | .174202 |
| 80  | 8.944 | .2364 | .87171(-4) | .4323      | .3298 | .1395 | .290416    | .197839 |
| 100 | 10    | .2236 | .13191(-4) | .4074      | .3123 | .0330 | .363293    | .241970 |

註) 数値の後の括弧内の数字は、10の中指数を示す。

表 3

| $Fr$  | $C_W = C_{W0} + \delta^2 C_{W2}$ |         |         |         | $\delta$ |         |         |         | $\delta^2$          |                     |                     |
|-------|----------------------------------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|---------------------|---------------------|---------------------|
|       | .5                               | .6      | .7      | .8      | .5       | .6      | .7      | .8      | $649^\circ E^{-29}$ | $329^\circ E^{-29}$ | $169^\circ E^{-29}$ |
| .7071 | 20.26                            | 14.43   | 11.24   | 9.395   | -2.2170  | -1.6803 | -1.2971 | -1.0096 | 8.6615              | 4.3307              | 2.1654              |
| .5000 | 53.46                            | 28.29   | 15.80   | 9.438   | -1.963   | -1.369  | -1.0456 | -.6277  | 4.6888              | 9.3776              | 18.755              |
| .3976 | 46.35                            | 14.90   | 3.563   | 1.142   | -1.384   | -.7638  | -.3206  | .0118   | 1.1467              | 5.7336              | 28.668              |
| .3536 | 12.26                            | 2.038   | .3974   | 2.261   | -.7648   | -.2885  | .0517   | .3069   | .34351              | 2.7481              | 21.985              |
| .3195 | 1.639                            | .08688  | .7623   | 2.224   | -.3596   | -.0114  | .2374   | .4240   | .85348              | 1.0242              | 12.290              |
| .2887 | 0.06213                          | .1046   | .4658   | .9176   | -.1025   | .1407   | .3145   | .4448   | .14156              | .25481              | 4.5866              |
| .2659 | .002905                          | .06283  | .1657   | .2758   | .0204    | .2049   | .3367   | .4356   | .23083              | .57708              | 1.4427              |
| .2500 | .003574                          | .02610  | .05553  | .08488  | .0812    | .2331   | .3416   | .4230   | .46094              | .14750              | .47201              |
| .2364 | .002083                          | .008602 | .01603  | .02312  | .1196    | .2471   | .3381   | .4064   | .87172              | .34869              | .13947              |
| .2236 | .0007188                         | .002134 | .003609 | .004970 | .1462    | .2534   | .3300   | .3874   | .13191              | .65957              | .32978              |

表 4

| $Fr$  | $a_0 \times 10^5$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_6$ | $a_8$ | $b_0$    | $b_2$   | $b_4$ | $b_6$ | $b_8$ | $\sqrt{\pi} Fr$ |
|-------|-------------------|-------|-------|-------|-------|----------|---------|-------|-------|-------|-----------------|
| .7071 | .89565            | 9256  | 105   | 1     | 0     | -.5566   | 63372   | 2856  | 21    | 0     | 1.253           |
| .5000 | 93186             | 4368  | 268   | 3     | 0     | -.19362  | 59764   | 12674 | 366   | 4     | .8862           |
| .3976 | 1.05195           | 792   | 151   | 5     | 0     | -.32323  | 50740   | 23008 | 1698  | 6     | .7047           |
| .3536 | 1.13513           | 286   | 61    | 39    | 0     | -.38490  | 47106   | 18878 | 4590  | 101   | .6267           |
| .3195 | 1.20958           | 141   | 17    | 2     | 0     | -.45604  | 50503   | 9742  | 2089  | 135   | .5663           |
| .2887 | 1.28477           | 88    | 3     | 1     | 0     | -.55957  | 63798   | 3211  | 1157  | 116   | .5117           |
| .2659 | 1.34651           | 65    | 1     | 0     | 0     | -.67128  | 80724   | 1299  | 455   | 58    | .4713           |
| .2500 | 1.39366           | 52    | 0     | 0     | 0     | -.77320  | 96082   | 828   | 157   | 37    | .4431           |
| .2364 | 1.43700           | 43    | 0     | 0     | 0     | -.88073  | 1.11919 | 669   | 47    | 16    | .4190           |
| .2236 | 1.48113           | 35    | 0     | 0     | 0     | -.100420 | 1.29827 | 591   | 14    | -     | .3963           |

表 4'

| $g$         | $C_{W1}$   | $648^{\circ}e^{-2g}$ | $\frac{\pi}{2} C_1$ | $a_1^*$ | $a_3^*$ | $a_5^*$ | $a_7^*$ |
|-------------|------------|----------------------|---------------------|---------|---------|---------|---------|
| 1           | 5.4095     | 8.6614               | 1.4789              | .61656  | .63268  | .00053  | —       |
| 2           | 14.670     | 18.755               | 2.1813              | .61952  | .16586  | .00595  | .00006  |
| $\sqrt{10}$ | 10.849     | 11.467               | 7.3737              | .64548  | .10145  | .01083  | .00032  |
| 4           | 5.4129     | 5.4962               | 23.647              | .74218  | .04071  | .00835  | .00041  |
| $\sqrt{24}$ | 2.0412     | 2.0484               | 94.0618             | .88398  | .01451  | .00436  | .00034  |
| 6           | .50936     | .50962               | 565.42              | 1.06089 | .00589  | .00131  | .00018  |
| $\sqrt{50}$ | .11541     | .11542               | 3465.9              | 1.22267 | .00379  | .00030  | .00007  |
| 8           | .29499(-1) | .29500(-1)           | 17,365.             | 1.35534 | .00310  | .00008  | .00003  |
| $\sqrt{80}$ | .69759(-2) | .69738(-2)           | 91,744.             | 1.48492 | .00266  | .00003  | .00001  |
| 10          | 1.3192(-3) | 1.3191(-3)           | 606,451.            | 1.62408 | .00229  | .00002  | .00000  |

表 5 (201)

(48 = 4)  $g = 2$ 

| $n$ | $A_n^{(10)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | $n$ | $A_n^{(11)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|-----|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 67299                    | 21693       | 521         | 4           | 0           | 1   | 99020        | 13962       | 271         | 2           | 0           |
| 2   | -30630                   | 94826       | 8357        | 156         | 1           | 3   | -13951       | 98825       | 6241        | 104         | 1           |
| 4   | 1865                     | -8177       | 99522       | 1995        | 74          | 5   | 603          | -6217       | 99718       | 4164        | 56          |
| 6   | -51                      | 259         | -4990       | 99811       | 3569        | 7   | -13          | 156         | -4162       | 99864       | 3124        |
| 8   | 1                        | -4          | 104         | -3569       | 99898       | 9   | 0            | 2           | 74          | -3123       | 99920       |
| 10  | 0                        | 0           | -1          | 56          | -2777       | 11  | 0            | 0           | -1          | 43          | -2499       |
| 12  | 0                        | 0           | 0           | -1          | 35          | 13  | 0            | 0           | 0           | -0          | 28          |

(48 = 16)  $g = 4$ 

| $n$ | $A_n^{(10)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | $n$ | $A_n^{(11)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|-----|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 55992                    | 42429       | 8178        | 277         | 5           | 1   | 82645        | 56094       | 4824        | 150         | 3           |
| 2   | -59897                   | 72437       | 34042       | 2510        | 79          | 3   | -55413       | 79527       | 24536       | 1655        | 49          |
| 4   | 12051                    | -33625      | 91300       | 19674       | 1183        | 5   | 9923         | -22871      | 95428       | 16468       | 889         |
| 6   | -1204                    | 4656        | -19210      | 96989       | 14157       | 7   | -854         | 2401        | -16335      | 99838       | 12413       |
| 8   | 71                       | -327        | 1629        | -14098      | 98368       | 9   | 43           | -137        | 1178        | -12381      | 98722       |
| 10  | -3                       | 14          | -78         | 886         | -11030      | 11  | -1           | 5           | -49         | 691         | -9942       |
| 12  | 0                        | -0          | 2           | -33         | 553         | 13  | 0            | -0          | 1           | -23         | 453         |
| 14  | -0                       | 0           | -0          | 1           | -17         | 15  | -0           | 0           | -0          | 1           | -13         |

(48 = 36)  $g = 6$ 

| $n$ | $A_n^{(10)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | $n$ | $A_n^{(11)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|-----|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 49522                    | 41975       | 27855       | 3123        | 126         | 1   | 59554        | 75780       | 26595       | 1846        | 70          |
| 2   | -67473                   | 37231       | 62399       | 12914       | 905         | 3   | -75347       | 41289       | 50507       | 8174        | 556         |
| 4   | 22876                    | -67474      | 56336       | 41423       | 5845        | 5   | 27402        | -48696      | 74934       | 35260       | 4410        |
| 6   | -4363                    | 22874       | -36353      | 84749       | 30691       | 7   | -4993        | 13339       | -33090      | 89209       | 27135       |
| 8   | 520                      | -3734       | 7641        | -29941      | 91845       | 9   | 550          | -1838       | 5615        | -26768      | 93603       |
| 10  | -42                      | 368         | -869        | 4310        | -24083      | 11  | -41          | 157         | -541        | 3419        | -21847      |
| 12  | 2                        | -24         | 63          | -368        | 2753        | 13  | 2            | -9          | 344         | -259        | 2262        |
| 14  | -0                       | 1           | -3          | 21          | -189        | 15  | -0           | 0           | -2          | 13          | -142        |
| 16  | 0                        | -0          | 0           | -1          | 9           | 17  | 0            | -0          | 0           | -1          | 6           |

表 5 (1 of 2)

(48 = 64)      g = 8

| n  | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | n  | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0  | 45666                   | 36407       | 36815       | 15238       | 1235        | 1  | 46819       | 64808       | 59009       | 11198       | 739         |
| 2  | -69237                  | 9947        | 59845       | 38726       | 5102        | 3  | -77061      | -2078       | 58754       | 22414       | 3031        |
| 4  | 30953                   | -72584      | 8689        | 58255       | 17327       | 5  | 41490       | -65781      | 28868       | 54237       | 13207       |
| 6  | -8645                   | 42807       | -54410      | 51063       | 49143       | 7  | -11975      | 37078       | -44444      | 66718       | 44535       |
| 8  | 1605                    | -12307      | 25288       | -43380      | 75088       | 9  | 2169        | -9565       | 15768       | -42211      | 80380       |
| 10 | -209                    | 2054        | -5636       | 12215       | -39340      | 11 | -269        | 1488        | -2928       | 10095       | -36381      |
| 12 | 20                      | -238        | 774         | -1922       | 8291        | 13 | 24          | -157        | 348         | -1397       | 6884        |
| 14 | -1                      | 20          | -73         | 200         | -1032       | 15 | -2          | 12          | -29         | 130         | -780        |
| 16 | 0                       | -1          | 5           | -15         | 87          | 17 | 0           | -1          | 2           | -9          | 61          |
| 18 | -0                      | 0           | -0          | 1           | -5          | 19 | -0          | 0           | -0          | 0           | -4          |

(48 = 100)      g = 10

| n  | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | n  | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0  | 42974                   | 33087       | 33403       | 29904       | 6947        | 1  | 39125       | 51859       | 65659       | 38042       | 4633        |
| 2  | -69200                  | -4661       | 37151       | 58582       | 19319       | 3  | -74048      | -27041      | 36901       | 47986       | 10949       |
| 4  | 36554                   | -64771      | -31430      | 45584       | 36741       | 5  | 50665       | -56146      | -19828      | 55117       | 28686       |
| 6  | -13058                  | 55240       | -51993      | 1544        | 59342       | 7  | -19814      | 54072       | -48837      | 23743       | 57986       |
| 8  | 3275                    | -22557      | 48473       | -44782      | 42834       | 9  | 5064        | -21995      | 37311       | -47102      | 54992       |
| 10 | -598                    | 5685        | -18186      | 25368       | -49877      | 11 | -911        | 5242        | -12278      | 20383       | -49018      |
| 12 | 82                      | -985        | 4044        | -6994       | 17968       | 13 | 121         | -856        | 2445        | -4733       | 15443       |
| 14 | -9                      | 125         | -611        | 1214        | -3650       | 15 | -12         | 102         | -335        | 718         | -2822       |
| 16 | 1                       | -12         | 68          | -148        | 496         | 17 | 1           | -9          | 34          | -78         | 350         |
| 18 | -0                      | 1           | -6          | 14          | -49         | 19 | -0          | 1           | -3          | 6           | -32         |
| 20 | 0                       | -0          | 0           | -1          | 4           | 21 | 0           | -0          | 0           | -0          | 2           |

23' d

表 5 (48 = 3)

(48 = 1)  $g = 1$ 

| $n$ | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ |  |  |  | $n$ | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ |  |  |
|-----|-------------------------|-------------|-------------|--|--|--|-----|-------------|-------------|-------------|--|--|
| 0   | 70440                   | 6185        | 32          |  |  |  | 1   | 99948       | 3222        | 16          |  |  |
| 2   | -8746                   | 99595       | 2084        |  |  |  | 3   | -3222       | 99936       | 1562        |  |  |
| 4   | 136                     | -2080       | 99970       |  |  |  | 5   | 34          | -1562       | 99982       |  |  |
| 6   | -1                      | 16          | -1250       |  |  |  | 7   | 0           | 10          | -1042       |  |  |
| 8   | 0                       | 0           | 6           |  |  |  | 9   |             | 0           | 5           |  |  |

(48 = 10)  $g = \sqrt{10}$ 

| $n$ | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ |  |  | $n$ | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ |
|-----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|--|--|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 60235                   | 36893       | 3256        | 68          |  |  | 1   | 92715       | 37426       | 1792        | 36          |
| 2   | -51876                  | 82833       | 21133       | 978         |  |  | 3   | -37237      | 91502       | 15501       | 649         |
| 4   | 7210                    | -20341      | 96849       | 12419       |  |  | 5   | 4162        | -15021      | 98231       | 10368       |
| 6   | -474                    | 1679        | -12327      | 98822       |  |  | 7   | -224        | 956         | -70337      | 99153       |
| 8   | 18                      | -72         | 646         | -8883       |  |  | 9   | 7           | -33         | 463         | -7783       |
| 10  | 0                       | 2           | -19         | 348         |  |  | 11  | 0           | 1           | -12         | 271         |
| 12  |                         | 0           | 0           | -8          |  |  | 13  |             | 0           | 0           | -6          |

(48 = 24)  $g = \sqrt{24}$ 

| $n$ | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ |  | $n$ | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|-----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 52577                   | 44210       | 16739       | 933         | 25          |  | 1   | 70517       | 69663       | 11479       | 523         | 13          |
| 2   | -64572                  | 57989       | 49349       | 5679        | 268         |  | 3   | -68288      | 63458       | 36002       | 3693        | 166         |
| 4   | 17197                   | -51016      | 79109       | 28919       | 2642        |  | 5   | 17795       | -33009      | 89430       | 24330       | 19872       |
| 6   | -2407                   | 11137       | -27082      | 93239       | 20996       |  | 7   | -2256       | 5501        | -23821      | 95158       | 18455       |
| 8   | 203                     | -1199       | 3542        | -20791      | 96342       |  | 9   | 170         | -484        | 2608        | -18348      | 97135       |
| 10  | -11                     | 78          | -259        | 1976        | -16394      |  | 11  | -9          | 27          | -165        | 1544        | -14806      |
| 12  | 0                       | -3          | 12          | -111        | 1238        |  | 13  | 0           | -1          | 7           | -77         | 1015        |
| 14  |                         | 0           | 0           | 4           | -56         |  | 15  |             | 0           | 0           | 26          | -42         |
| 16  |                         |             |             | 0           | 2           |  | 17  |             |             |             | 0           | 1           |

表 5 (404)

(48 = 50)

$g = \sqrt{50}$

| $n$ | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ |  | $n$ | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ |
|-----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|--|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 47261                   | 38694       | 34694       | 8082        |  | 1   | 51833       | 11991       | 45867       | 5192        |
| 2   | -68169                  | 20485       | 64992       | 24925       |  | 3   | -77285      | 16815       | 59204       | 15387       |
| 4   | 27553                   | -73097      | 31561       | 52728       |  | 5   | 35582       | -62009      | 51863       | 46145       |
| 6   | -6591                   | 34381       | -46268      | 70195       |  | 7   | -8505       | 25745       | -39995      | 179446      |
| 8   | 1019                    | -7717       | 15019       | -38410      |  | 9   | 1252        | -5103       | -10067      | -35409      |
| 10  | -109                    | 1046        | -2494       | 8008        |  | 11  | -125        | 616         | -1394       | 6417        |
| 12  | 8                       | -96         | 260         | -958        |  | 13  | 9           | -51         | 126         | -683        |
| 14  | 0                       | 6           | -19         | 76          |  | 15  | 0           | 3           | -8          | 49          |
| 16  |                         | 0           | 1           | -4          |  | 17  |             | 0           | 0           | -3          |

(48 = 80)

$g = \sqrt{80}$

| $n$ | $A_n^{(0)} \times 10^5$ | $A_n^{(2)}$ | $A_n^{(4)}$ | $A_n^{(6)}$ | $A_n^{(8)}$ | $n$ | $A_n^{(1)}$ | $A_n^{(3)}$ | $A_n^{(5)}$ | $A_n^{(7)}$ | $A_n^{(9)}$ |
|-----|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0   | 44292                   | 34629       | 35874       | 23307       | 2966        | 1   | 42767       | 57912       | 65849       | 21840       | 1850        |
| 2   | -69346                  | 1999        | 49497       | 51349       | 9986        | 3   | -75893      | -16227      | 51517       | 35888       | 5788        |
| 4   | 33859                   | -69542      | -13356      | 56245       | 25697       | 5   | 46374       | -63101      | 5351        | 58665       | 19728       |
| 6   | -10753                  | 49621       | -57240      | 27572       | 55986       | 7   | -15676      | 46529       | -48395      | 48719       | 51976       |
| 8   | 2332                    | -16913      | 37412       | -45130      | 62049       | 9   | 3390        | -15078      | 24545       | -46801      | 70087       |
| 10  | -362                    | 3523        | -10860      | 17416       | -45605      | 11  | -509        | 2929        | -6039       | 14720       | -43004      |
| 12  | 42                      | -501        | 1905        | -3551       | 12411       | 13  | 56          | -386        | 928         | -2610       | 10416       |
| 14  | -4                      | 52          | -229        | 477         | -1962       | 15  | -5          | 37          | -99         | 308         | -1494       |
| 16  | 0                       | -4          | 20          | -45         | 210         | 17  | 0           | -3          | 8           | -26         | 146         |
| 18  |                         | 0           | -1          | 3           | -16         | 19  |             | 0           | 0           | 2           | -11         |
| 20  |                         |             | 0           | 0           | 1           | 21  |             |             |             | 0           | 1           |

## \* 6 表

Ex. a

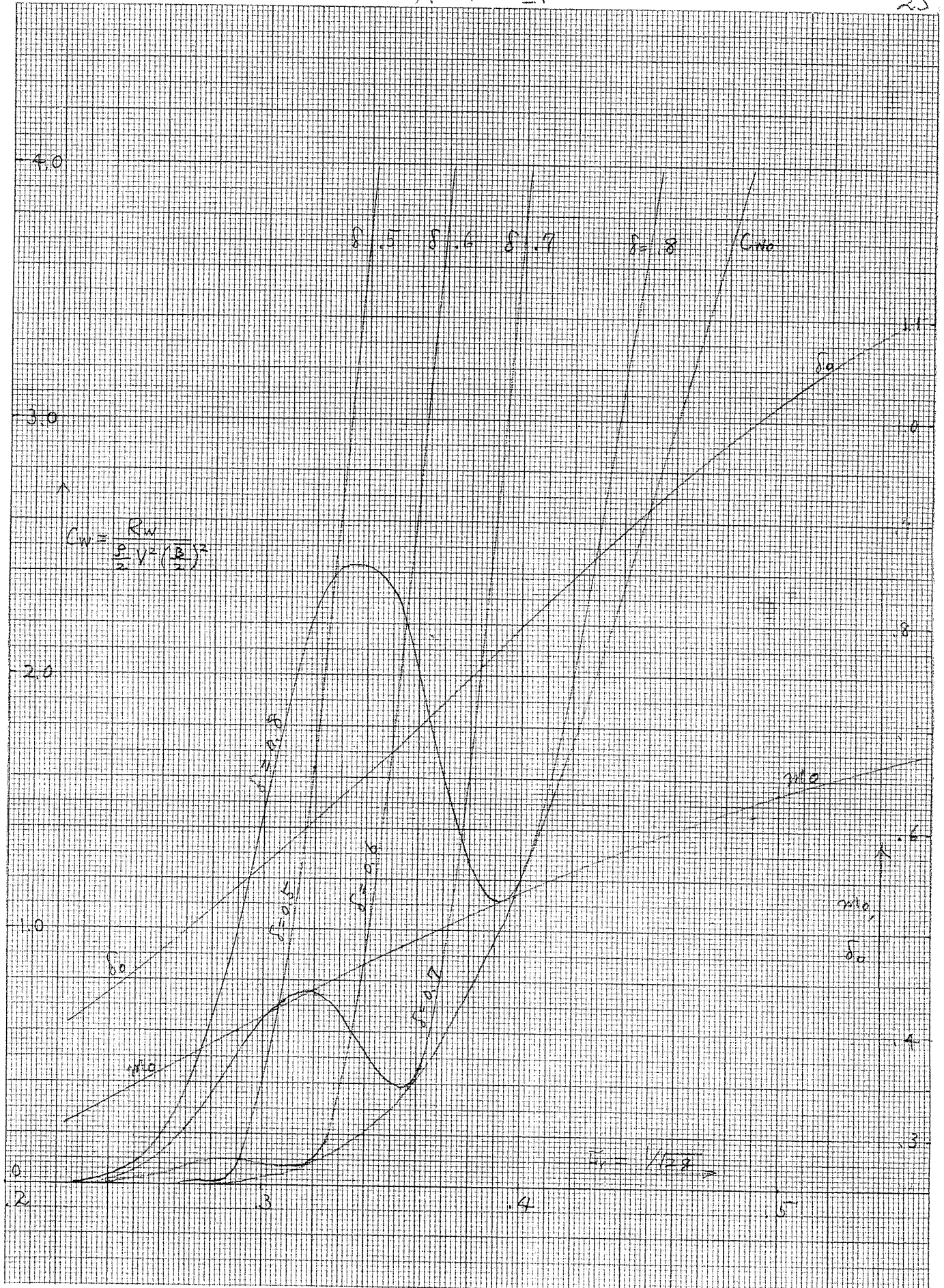
|     |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| Fr. | .707 | .577 | .500 | .447 | .408 | .378 | .354 |
| Cw  | 7.89 | 8.13 | 5.54 | 3.02 | 2.74 | 4.06 | 6.67 |

 $\delta = 0.8$  or  $\delta_0 = 0.8$ 

| MODEL | $\alpha$ or $a$           | $Fr. = 0.10$ | $F_r = 0.15$ | $F_r = 0.20$ |
|-------|---------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Ex. b | $\alpha = 3.5$            | .883 (-3)    | .224 (-1)    | .226         |
| " c   | "                         | .236 (-3)    | .599 (-2)    | .604 (-1)    |
| " d   | $\alpha = \frac{341}{32}$ | .121 (-6)    | .1781 (-4)   | .795 (-2)    |
| " e   | "                         | .279 (-7)    | .180 (-4)    | .183 (-2)    |
| " f   | $\alpha = 5.25$           | .261 (-4)    | .662 (-3)    | .667 (-2)    |
| " h   | $a = 0.5$                 | .615 (-3)    | .156 (-1)    | .157         |
| " j   | " 0.4                     | .823 (-3)    | .209 (-1)    | .211         |
| " k   | " 0.55                    | .388 (-4)    | .250 (-1)    | 2.54         |

※ 1 図

25 d



2 187

26

