

一様流中における吹流しの抵抗について

(永井四郎教授に捧ぐ)

別 所 正 利*・水 野 俊 明*

(昭和 56 年 7 月 6 日受付)

1. 概 要

旗や吹流しが風にはためく現象は、日常われわれの周辺にいくらかも見受けられる情景であるが、その流体力学的な解析は未だほとんどなされていないといってよい。

旗などの流体抵抗を測定した例はあっても、その結果は抵抗係数または索の張力といった形で表示されている場合が多く、抵抗の成分や抵抗を生じるしくみなどに関する研究は見受けられず、これらの点を解明するには、現段階ではまず実験的観察から出発しなければならない。

そこで、旗や吹流しの抵抗を流体力学的に解析する試みの第一段階として、一様流中における旗や吹流しの運動に関する基礎理論を構成し、次いでアスペクト比が小さく、はためきなどの現象が比較的観察しやすい吹流しを対象としてその抵抗測定を行うと同時にその運動を観察し、両者の間の関連を調べた。

2. 旗、吹流しの理論

2.1 吹流しに関する近似理論

一様風速 V の流れの中に長さ L 、直径 D の円筒状吹流しがあるとする。吹流しが風の中で振動すると、その断面は円形から複雑に折れ曲がると考えられるが、ここでは簡単のために吹流しを提灯のようなものと考え、縦方向（長さ方向）には自由に変形するが第 1 近似として断面形状は円形を保つものとし、また吹流しの各断面に働く張力 T は一定で、吹流し後端は常に流れの方向に引張られているものとする。これは、吹流しでは後端を閉じるとか、開口を狭くするとかして抵抗を持たせている事情にほぼ対応していると考えてよいであろう。

また平衡位置からの吹流しの変位は $x-y$ 平面内に止まると仮定しておく。

さていま変位を $\eta(x, t)$ とすると、 y 方向の力の平衡方程式は

$$T \frac{d^2 \eta}{dx^2} = (m + m') \frac{d^2 \eta}{dt^2} \quad (1)$$

と表わされる。ただし m は吹流

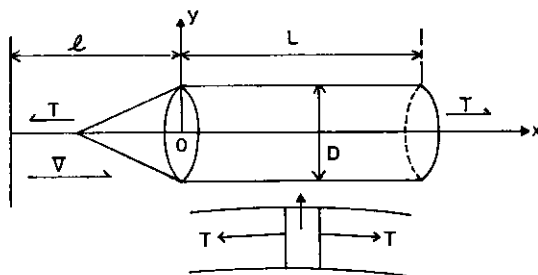


図 1 (説明図)

* 防衛大学校 機械工学教室 教授

しの単位長さ当りの質量, m' は附加質量 ($= (1/4)\rho\pi D^2$), ρ は空気密度である。

また, 吹流しの単位表面積当りの重量を w とすれば

$$\begin{aligned} m + m' &= \pi D \frac{w}{g} + \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \\ &= \frac{1}{4} \rho \pi D^2 (1 + K) \end{aligned} \quad (2)$$

$$K = \frac{4w}{\rho g D} = \frac{W}{\rho g A L} \quad (A \text{ は吹流し断面積}) \quad (3)$$

である。

さてここで ω を吹流しの振動の周波数として

$$\bar{\eta}(x, t) = \text{Re}\{\eta(x)e^{i\omega t}\} \quad (4)$$

のように表わすと, 式 (1) は

$$T \frac{d^2 \eta}{dx^2} + \omega^2 (m + m') \eta = 0 \quad (5)$$

となり,

$$C^2 = \frac{T}{(m + m')} \quad (6)$$

とおけば

$$\omega^2 \eta(x) + C^2 \frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} = 0 \quad (7)$$

となって典型的な波動方程式が得られる。

ここで, 張力 T が抵抗で与えられるとすれば

$$T = \frac{1}{2} C_{DA} \cdot \rho \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right) V^2 \quad (8)$$

従って式 (8) は

$$C^2 = \frac{C_{DA} V^2}{2(1 + K)}, \quad \frac{C}{V} = \sqrt{\frac{C_{DA}}{2(1 + K)}} \quad (9)$$

となる。ただし抵抗係数 C_{DA} は R を抵抗として

$$C_{DA} = \frac{R}{(1/2)\rho A V^2}$$

と定義する。

次に境界条件を考える。原点 0 で吹流しは曳索につながっているとすれば, その傾斜は等しいと考えられるから, 吹流しの曳索の長さを l として

$$\left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{\eta}{l} \right|_{x=0} \quad (10)$$

また, 吹流し後端 $x=L$ では T が流れの方向に後端を引張っているとすれば

$$\left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (11)$$

となる。(後端が固定されていて $\eta(L)=0$ ならば弦の振動に等しく

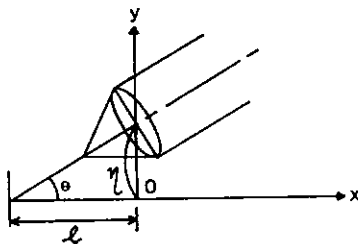


図 2 (説明図)

なる。)

式 (7) の一般解は

$$\left. \begin{aligned} \eta(x) &= A_0 \sin kx + B_0 \cos kx \\ k &= \omega/C \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

であるから、境界条件の式 (10) と式 (11) とから

$$\left. \begin{aligned} kA_0 &= B_0/l \\ A_0 \cos kL &= B_0 \sin kL \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

となるので、固有値方程式

$$\frac{A_0}{B_0} = \tan kL = \frac{1}{kl} \quad (14)$$

を得る。これより可付番無限箇の固有値が容易に求められる。

このような固有値は外的攪乱によって誘起され、その振幅は攪乱がわからなければ定まらない。またそれを正確に定めるには適当な減衰の推定値が必要であるが、例えば同調時のように大振幅となると断面形状が変わらないというような仮定は適当ではなくなるであろうから、そのように細かく考えても無意味である。

また、外乱がないとしても平衡位置は重力のため水平 ($\eta=0$) ではないから、吹流しは常に y 方向の力を受けていることになり、それがはためきの原因となっていることも考えなければならない。

さて、ここで式 (12) を変形して

$$\frac{\eta(x)}{B_0} = \frac{A_0}{B_0} \sin kx + \cos kx$$

と書き、式 (14) を代入すると

$$\frac{\eta(x)}{B_0} = \tan kL \cdot \sin kx + \cos kx$$

$$\frac{\eta(L)}{B_0} = \tan kL \cdot \sin kL + \cos kL$$

従って

$$\frac{\eta(x)}{\eta(L)} = \cos \left\{ kL \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right\} \quad (15)$$

を得る。

そこで、後に述べる吹流し模型の l/L に対応する 2 種類の l/L を選んで式 (14) より最低次から 2 番目までの固有値 (k_1L), (k_2L) を求め、それぞれの固有値に対応する吹流しの振動形態を式 (15) から求めて図示すると図 3 のようになる。ここでいま、固有値 (k_1L), (k_2L) に対応する吹流しの振動形態をそれぞれ第 1 次振動形態、第 2 次振動形態と呼ぶこと

MODEL	k_1L	k_2L
L40	1.301	4.007
L30	1.230	3.872

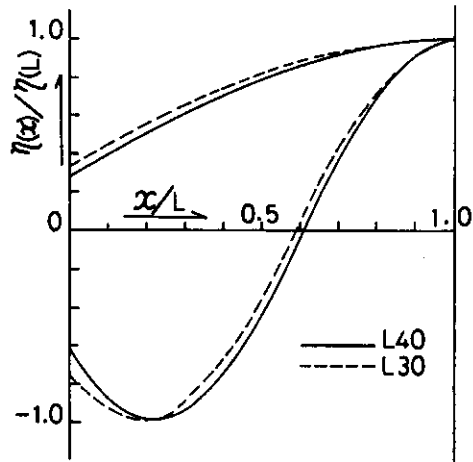


図 3 固有値と振動形態

にする。図 3 からわかるように、第 2 次振動形態は吹流しのはためき運動の状態に酷似していて、この状態では吹流しが折れ曲ったりするため、吹流しの後端が主流の方向に引張られるという仮定は適当ではなくなると考えてよいであろう。

2.2 旗に関する近似理論

通常の旗は信号旗などの規格によれば縦横比 1:1.5 程度のものである。

アスペクト比の極めて大きいものは祭、芝居小屋などに見られる「のぼり」である。またアスペクト比の極めて小さいものは源平の赤旗、白旗のようにむしろ吹流しであり、ストリップ法的に考えれば前項の理論でよいと考えられる。ただそのとき、断面形状は複雑に変化するであろうから付加質量の推定は困難であり、また張力は小さいであろうし、それを決める明らかな根拠もないので、現段階ではまず実験的観察が必要である。

理論としては、簡単のために 2 次元理論を構成したいのであるが、アスペクト比の充分大きい「のぼり」を採り上げても、その変位が幅方向に等しいとは考えられないので、直接の数学的モデル化はむずかしい。

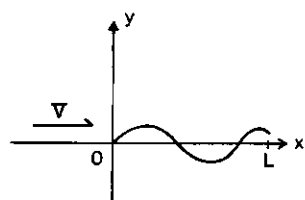


図 4 (説明図)

それ故、以下の理論は、いわば定性的理論であって実験、観察と比較して補ない、現象の本質を把握するよう努めなければならない。

さて、現象は周波数 ω で周期的なものとし、加速度ポテンシャルを $\Phi(x, y)e^{i\omega t}$ と書くと $\Phi(x, y)$ は

$$\Phi(x, y) = -\frac{1}{\pi\rho} \int_0^L \frac{p(\xi)y d\xi}{(x-\xi)^2 + y^2} \quad (16)$$

$$\Phi(x, y) \Big|_{y=\pm 0} = \frac{p(x)}{\rho}, \quad 0 < x < L \quad (17)$$

で表わされる¹⁾。

一方速度ポテンシャルを $\phi(x, y)e^{i\omega t}$ と置くと、 $\Phi(x, y)$ と $\phi(x, y)$ の間には

$$\Phi(x, y) = \left(i\omega + V \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi(x, y) \quad (18)$$

なる関係が成り立つ。それ故

$$\phi(x, y) = -\frac{1}{\rho V} \int_0^L p(\xi) S(x-\xi, y) d\xi \quad (19)$$

ただし核関数 $S(x-\xi, y)$ は付録 A の定義による。

境界条件は、変位を $\eta(x)$ とすると

$$\left(i\omega + V \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta(x) = \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, 0), \quad 0 < x < L \quad (20)$$

式 (A.12) の核を用いて書けば

$$\eta(x) = -\frac{1}{\rho V^2} \int_0^L p(\xi) K(x-\xi, 0) d\xi \quad (21)$$

逆に式 (A.6) を用いると

$$\left(\frac{d}{dx} + ik\right)^2 \eta(x) = -\frac{1}{\pi \rho V^2} \int_0^L \frac{p(\xi)}{(x-\xi)^2} d\xi \quad (22)$$

となる。ここまでは全く振動翼の理論であり、式 (19) の積分方程式では、与えられた境界条件に対し圧力 p が後端で 0 となる条件つまり Kutta の条件を指定すれば解は一義的に定まる。しかし、変位 η が境界条件として与えられると積分方程式は式 (21) となり、核 K は対数特異性をもつ準正則核なので圧力 p は一意的に決まり流出条件は指定出来ない。これは滑走板の理論における場合と同じ事情で、滑走板の場合は Kutta の条件は除かないで、かわりに浸水長さが変化するとした。

旗の場合は長さ L も変えるわけにはゆかないので、Kutta の条件を放棄するしかないであろう。実際、Kutta の条件が満たされるということは、翼後端においてははじめ速度が無限大になっていて初期渦を生じ、それが翼から離れて行って後縁速度が有限に止まることを意味しているわけであるが、旗の場合は撓み易いので後縁で上下面の圧力が変わればそれに応じて曲がってしまい、固体翼の場合とは事情が大分違うものと考えられる。

さて、いま旗の張力を T 、単位面積当りの重量を w とすると旗の上下面の圧力差 $2p$ との間に

$$2p = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (23)$$

$$2p = -\left(\omega^2 \frac{w}{g} + T \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \eta(x) \quad (24)$$

のような力の平衡関係が成り立つ。

旗の場合、後縁は自由であるから後縁では $T=0$ であり、それより前部における張力 T は摩擦応力と圧力 ($2p$) の x 成分からなるので、

$$T(x) = \int_x^L R_f dx - 2 \int_x^L p \frac{\partial \eta}{\partial x} dx \quad (25)$$

である。また、摩擦応力 R_f は充分小さいと考えられるのでこれを無視すると

$$T(x) = -2 \int_x^L p \frac{\partial \eta}{\partial x} dx \quad (26)$$

となる。これに式 (24) を代入すると

$$T(x) = \int_x^L \left[\frac{w}{g} \omega^2 \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + T(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right] dx \quad (27)$$

$$T(x) + \frac{1}{2} \int_x^L T(x) d\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 = \frac{w}{2g} \omega^2 [\eta^2(L) - \eta^2(x)] \quad (28)$$

あるいは x で微分して

$$\frac{dT(x)}{dx} - \frac{T(x)}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 = -\frac{w}{g} \omega^2 \eta(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (29)$$

を得るが、 $\partial \eta / \partial x$ は一次の微小量であると考えてこれを無視すると式 (28) より

$$T(x) = \frac{w}{2g} \omega^2 [\eta^2(L) - \eta^2(x)] \quad (30)$$

を得る。つまり $T(x)$ は η^2 のオーダーとなるから線型理論的に考えると式 (24) の右辺第 2 項は無視する方が妥当で結局

$$2p = -\frac{w}{g} \omega^2 \eta(x) \quad (31)$$

とすべきであろう (Tuck ら²⁾ は帆のはためきに関して逆に $w=0$ としている)。

もしこの式で Kutta の条件を満足させるならば

$$\eta(L)=0 \quad (32)$$

となるが、旗のはためきを考えるとこれは不合理で、前述の推論からしても Kutta の条件を指定しない、つまり $\eta(L) \neq 0$ とする方が合理的であろう。

さて、式 (31) を式 (21) に代入すると

$$\eta(x) = \frac{\alpha^2 k^2}{2} \int_0^L \eta(\xi) K(x-\xi, 0) d\xi, \quad \alpha^2 = \frac{w}{\rho g} \quad (33)$$

また式 (22) に代入すれば

$$\left(\frac{d}{dx} + ik\right)^2 \eta(x) = \frac{\alpha^2 k^2}{2\pi} \int_0^L \frac{\eta(\xi)}{(x-\xi)^2} d\xi \quad (34)$$

のような固有値方程式を得る。

ここで k が充分小さい所で考えてみよう。式 (33) に式 (A. 20) を代入すると、その虚数部のために固有値 k は複素数になると考えられる。これは $e^{i\omega t}$ における ω が複素数となることであるから、時間的に安定な振動解はないことを意味する。これは近似の過程において張力を無視したこと、つまり復原力を無視したために振動しなくなったもので、当然の結果といえよう。従って圧力 p の表示には、線型理論的には矛盾であるけれども式 (24) の形をとらなければならない。そして T は x の関数であるから方程式は準線型となり問題は一段と複雑になる。

また、最終的には T は実験的に定めなければならないであろうから、今の段階では固有値方程式を解くのは得策ではなく、前節の方程式程度から出発し、実験を経て検討する方が望ましいといえよう。

3. 実 験

吹流しの抵抗測定は防衛大学校蒸気機関実験室の風洞に測定部断面 600 mm × 215 mm の補助枠を取付けて行った。補助枠の中心に、下部をボルトで固定した 0.6 mmφ のスチールワイヤーを垂直に張り、上部は両端をバネで固定し中央で回転自由に支持したアームに取付け、アームは末端でクランクにより歪ゲージに接続してワイヤーにかかる力を取り出すようにした。吹流し模型はワイヤーの中心にフックを介して回転自由な状態で取り着けた。

表 1 模型寸法表

模 型 名 称			L 40	L 30
長	さ	L (cm)	40.0	29.5
直	径	D (cm)	7.0	7.0
全	重	量 W (g)	11.979	9.274
索	水	平長さ l (cm)	8.5	8.5
断	面	積 $A=(\pi/4)D^2$ (cm ²)	0.00385	0.00385
表	面	積 $S=\pi DL$ (cm ²)	0.08797	0.06487
単	位	面積当り重量 w (g/cm ²)	0.1362	0.1430
$K=4w/D\rho g$			6.2425	6.5531
l/L			0.2125	0.2881

模型の背後には目盛板を置き、模型を真横から観察することにより縦方向 (y 方向) 振幅を読みとれるようにした。吹流しの振動周期はストロボスコープを用い、模型が静止した一つの波形を描いて見えるように調節することによって測定した。また実験中の模型の動きは VTR に記録して解析に用いた。

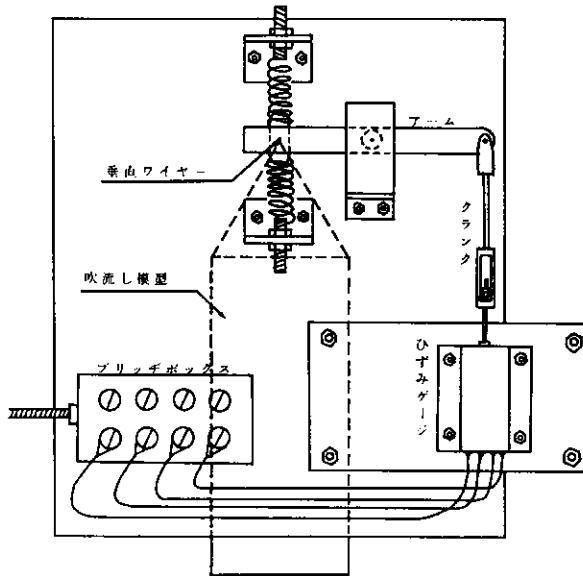


図 5 実験装置 (補助枠上板)

実験に使用した吹流し模型は前後端とも開放した布製円筒型模型で、その寸法等は表 1 に示した通りである。

4. 実験結果と考察

4.1 抵抗係数

横軸にレイノルズ数 $Re_L = L \cdot V / \nu$ 、縦軸に吹流しの全表面積 S を用いた抵抗係数 $C_{Ds} = R / ((1/2) \rho S V^2)$ をとって測定結果を図 6.1~6.2 に示し、平板の摩擦抵抗係数 C_{f0} と比較した。

吹流しの抵抗係数がほぼ一定値をとるようになる流速は、フルード数 $F_n = V / \sqrt{Lg}$ に換算して模型 L40 では $F_n = 7.5$ 、L30 で $F_n = 9.5$ 程度であるが、この流速ははじめ低速で垂れさがっていた吹流し模型がほぼ水平状態を保ち始める流速に対応する。

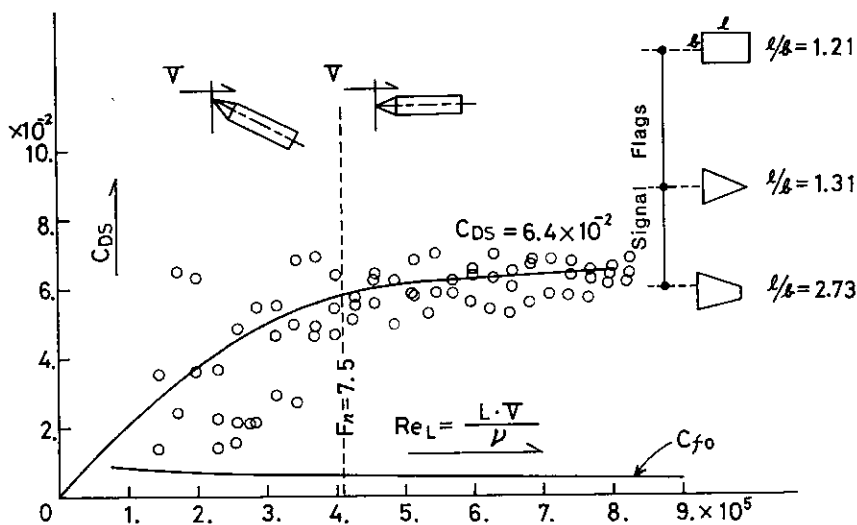
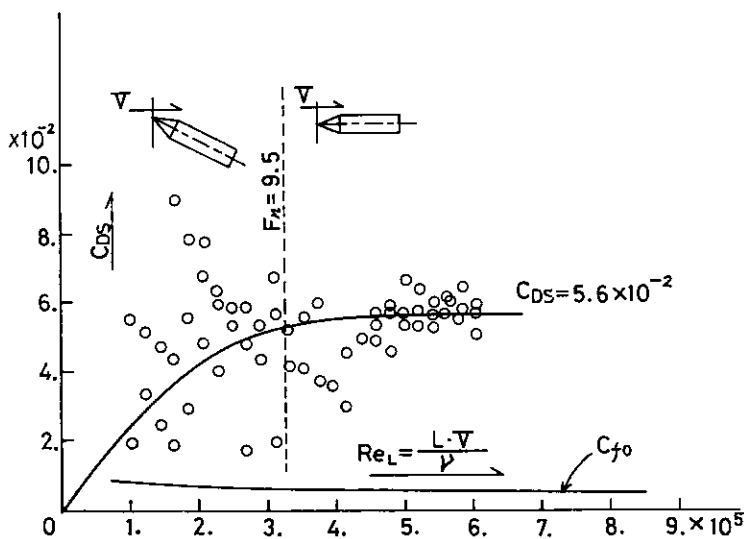
吹流しの全抵抗に対する平板の摩擦抵抗の割合は各模型とも約 8~9% 程度で、吹流しの抵抗の大部分は摩擦以外の原因によることがわかる。なお図 6.1 には比較のため信号旗の抵抗係数の例³⁾を併記した。

次に、横軸にレイノルズ数 $Re_D = D \cdot V / \nu$ 、縦軸に吹流し断面積 A を用いた抵抗係数 $C_{DA} = R / ((1/2) \rho A V^2)$ をとって測定結果を図 7.1~7.2 に示し、水平円筒、垂直円筒の抵抗係数⁴⁾を併記した。

吹流しの抵抗係数は、水平円筒や垂直円筒の抵抗係数と比べるとやや大きすぎるように見えるが、吹流し入口から流入する空気の流れが吹流しの中で全く失われてしまい、吹流し後端から流出する運動量は 0 になると仮定した時の抵抗係数は $C_{DA} = 2$ となるのでこれと比べれば吹流しの抵抗係数は必ずしも過大であるとはいえないだろう。

4.2 振動に基づく抵抗

吹流しを、振動はするけれども断面形状は変化しない提灯状の物体と仮定すれば、式 (9)


 図 6.1 $C_{DS} \sim Re_L$ (L40)

 図 6.2 $C_{DS} \sim Re_L$ (L30)

と式 (12) とから振動周期 τ について

$$\tau = \frac{2\pi}{k \cdot V \sqrt{C_{DA}/2(1+K)}} \quad (35)$$

のような関係が得られる。これを变形すると吹流しの抵抗, 流速, 振動周期の間には

$$\left(\frac{V \cdot \tau}{L} \right) \sqrt{\frac{R}{W}} = \frac{2\pi \sqrt{1+1/K}}{kL} F_n \quad (36)$$

のような関係が成り立つことになる。ここに $(V \cdot \tau / L)$ はストローハル数の逆数である。そこでまず $\sqrt{R/W}$ と F_n との関係を調べたのが図 8.1~8.2 である。吹流しが水平な姿

一様流中における吹流しの抵抗について

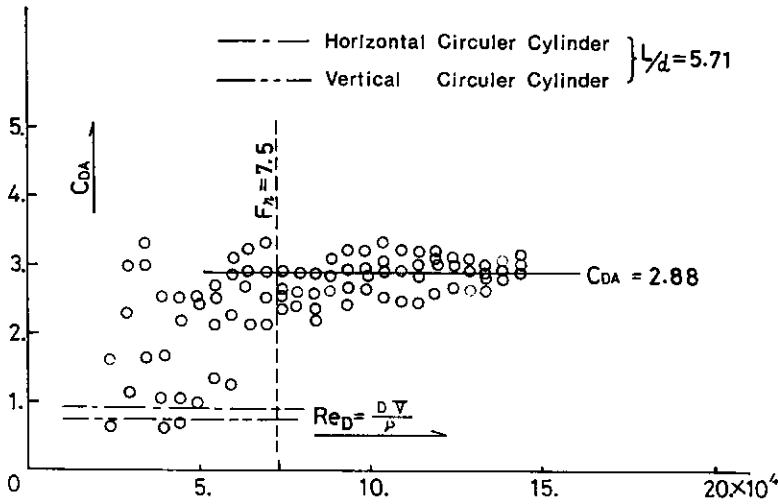


図 7.1 $C_{DA} \sim Re_D$ (L40)

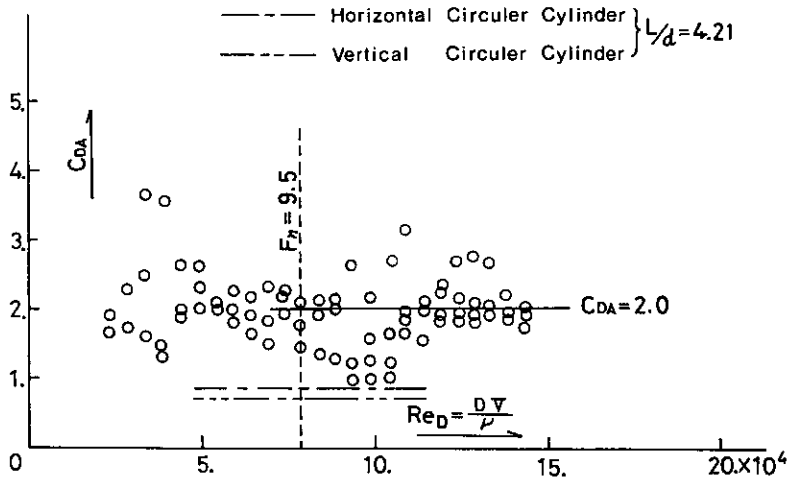


図 7.2 $C_{DA} \sim Re_D$ (L30)

勢を保つようになる流速以上の範囲では、 $\sqrt{R/W}$ は F_n に比例すると見ることが出来る。
この比例定数を β として

$$\sqrt{\frac{R}{W}} = \beta \cdot F_n \quad (37)$$

と書けば式 (36) から

$$\left(\frac{V \cdot \tau}{L} \right) = \frac{2\pi\sqrt{1+1/K}}{kL} \cdot \frac{1}{\beta} \quad (38)$$

となり、 $(V \cdot \tau/L)$ は一つの振動固有値 kL (一つの振動形態) に応じてある一定値をとるであろうことが予想される。図 8.1, 図 8.2 から読みとった比例定数 β の値を式 (38) 右辺に代入して求めた各振動形態に対する $(V \cdot \tau/L)$ の推定値と、計測した流速、振動周

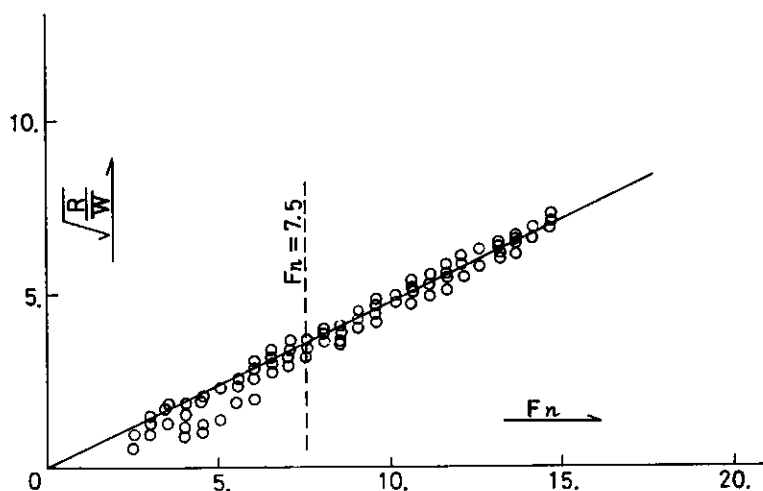


図 8.1 $\sqrt{\frac{R}{W}} \sim F_n$ (L40)

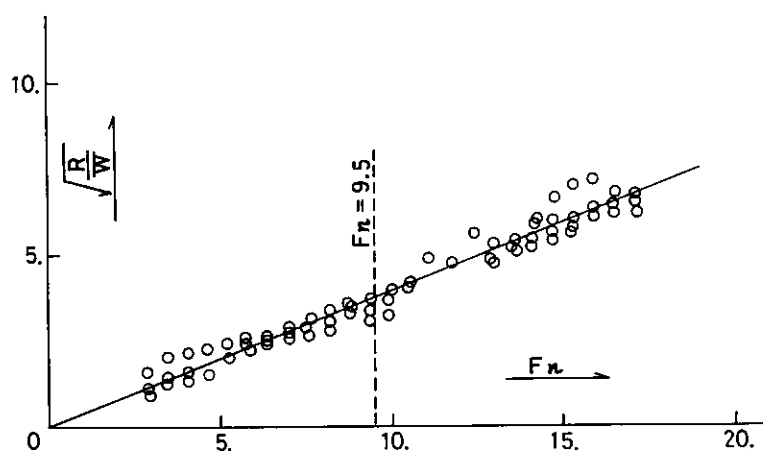


図 8.2 $\sqrt{\frac{R}{W}} \sim F_n$ (L30)

期から求めた $(V \cdot \tau / L)$ の実験値を図 9.1~9.2 に示した。模型 L40, L30 の各場合とも模型が水平状態となる流速以上の範囲で $(V \cdot \tau / L)$ は予想通りほぼ一定値をとり、L40 でフルード数が 12.2 以下、L30 で 15.5 以下の範囲ではその値は振動の第 1 次形態に対応する $(V \cdot \tau / L)$ の推定値と一致することが認められる。

さらに L40 で $F_n > 12.2$, L30 で $F_n > 15.5$ の範囲で $(V \cdot \tau / L)$ の実験値は振動の第 2 次形態に対応する推定値とほぼ一致すると見てよく、これから L40 では $F_n = 12.2$, L30 では $F_n = 15.5$ を境として吹流しの振動形態が第 1 次形態から第 2 次形態に移行したと推定することが出来る。

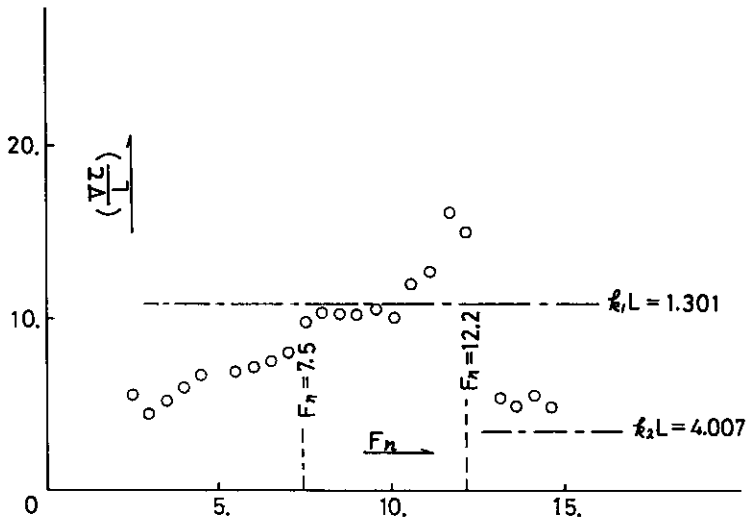


図 9.1 $\left(\frac{V\tau}{L}\right) \sim F_n$ (L40)

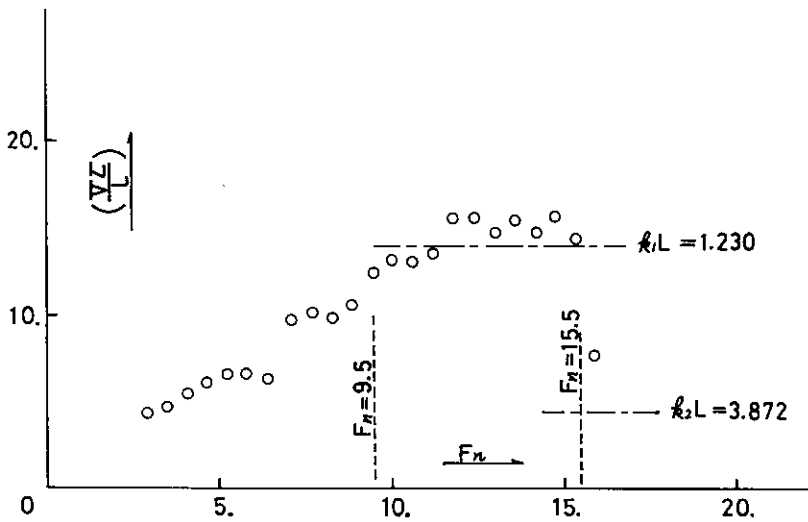


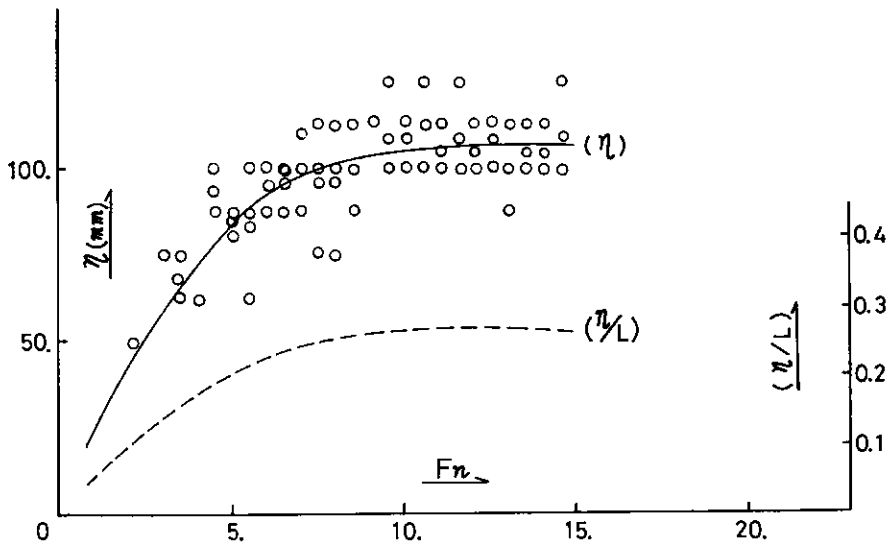
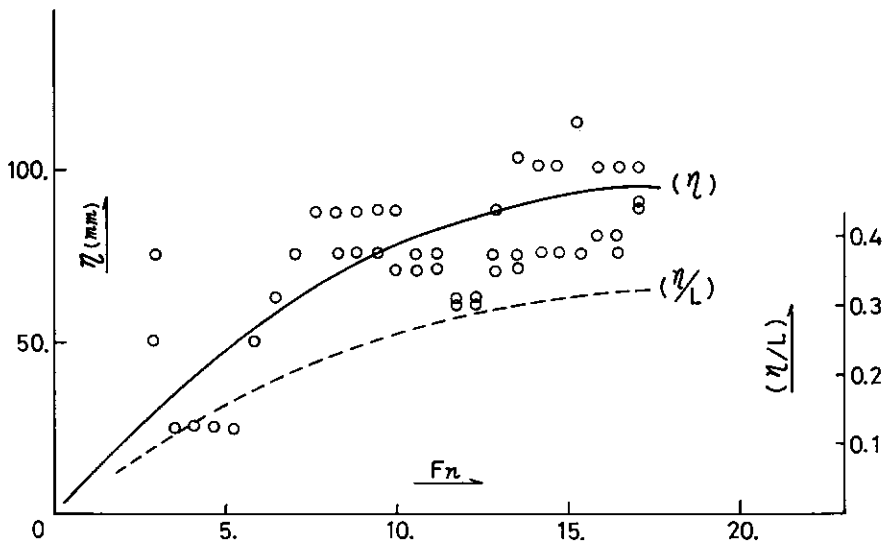
図 9.2 $\left(\frac{V\tau}{L}\right) \sim F_n$ (L30)

4.3 はためき抵抗

吹流しの後端が流れの方向に引かれず旗のように自由端であるとすれば、その時の抵抗 R_{FL} は式 (30) から

$$R_{FL} = \frac{w\pi D}{2g} \omega^2 \left(1 + \frac{1}{K}\right) \eta^2(L) \quad (39)$$

と表わすことが出来、吹流し後端の振幅の自乗に比例することになる。この R_{FL} をはためき抵抗と呼んでおく。


 図 10.1 $\eta \sim F_n$ (L40)

 図 10.2 $\eta \sim F_n$ (L30)

測定した吹流し後端部の振幅は図 10.1~10.2 に示した通りで測定精度は悪いが、図中に実線で記した平均曲線ではほぼ代表出来る。この平均曲線から読みとった振幅ならびに振動周期測定値から式 (39) 右边を計算し、これと測定した吹流しの抵抗とを比較したのが図 11.1~11.2 である。

低速で抵抗が小さい範囲では、はためき抵抗の成分は現れないが、ある抵抗値以上の範囲、すなわちある流速以上の範囲でははためき抵抗の成分が生じていると見ることが出来る。このはためき抵抗が現れはじめる時の流速は、L40 では $F_n \div 12.0$ 、L30 では $F_n \div$

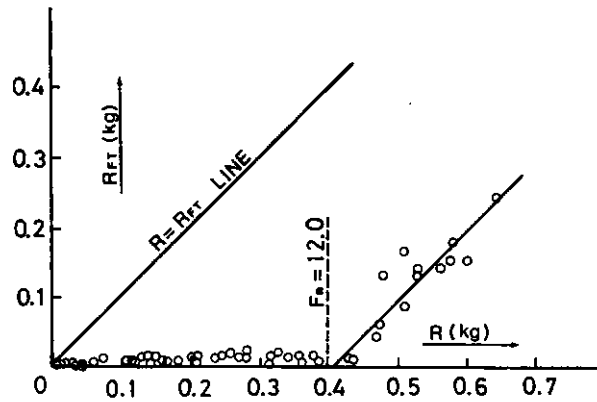


図 11.1 はためき抵抗 R_{FL} (L40)

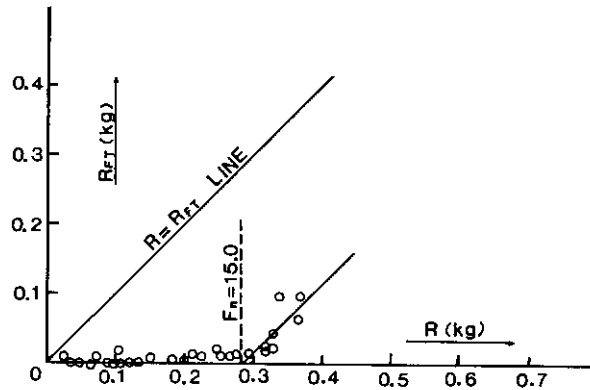


図 11.2 はためき抵抗 R_{FL} (L30)

15.0 程度にあたり、図 9.1～9.2 において振動形態が第 1 次形態から第 2 次形態に移行すると考えられたフルード数とほぼ一致している。

5. 結 論

以上の考察に基づいて次のような結論を得た。

- (1) 吹流しの抵抗中に占める摩擦抵抗の割合は極めて小さく、抵抗の大部分は吹流しの振動に基づく渦抵抗であると考えられる。
- (2) 吹流しの抵抗と吹流し重量の比の平方根はフルード数に比例すると見てよい。
- (3) 吹流しの振動のストローハル数は、吹流しの抵抗および振動の固有値から推定したストローハル数とよく一致し、固有値に応じた一定値をとる。
- (4) 吹流し後端部の振幅の自乗に比例するはためき抵抗が生じるフルード数は、振動の形態が第 1 次形態から第 2 次形態に移行する時のフルード数とよく一致する。

参 考 文 献

- 1) 西山哲男：流体力学 (I)，日刊工業新聞社，(1971)，pp. 127-128.

- 2) E. O. Tuck and M. K. Haselgrove: An Extension of Two-Dimensional Sail Theory, J. Ship Research, Vol. 16, (1972), pp. 148-152.
- 3) 佐藤健一郎: 信号旗抵抗と旗索の張力について, 運研報告 1-7, (1951).
- 4) 例えば, 原田幸夫: 流体の力学, 棋書店, (1975), pp. 221-222.

付録 A. 核 関 数

核関数を次のように定義する。

$$S(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left[\frac{e^{iux}}{u+k-\mu i} - \frac{e^{-iux}}{u-k+\mu i} \right] e^{-uy} du, \quad y > 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + ik \right) S(x, y) = \frac{y}{\pi(x^2 + y^2)}, \quad k = \omega/V \quad (\text{A.2})$$

$$\left. \begin{aligned} S(x, y) &= \frac{i}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-mx} \sin my}{k+im} dm + e^{-ikx-ky}, \quad x, y > 0 \\ S(x, y) &= -\frac{i}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{mx} \sin my}{k-im} dm, \quad x < 0, y > 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.3})$$

$$\left. \begin{aligned} S(x, y) &\xrightarrow{x \rightarrow 1} e^{-ikx-ky} - \frac{iy}{\pi k(x^2 + y^2)}, \quad y > 0 \\ S(x, y) &\xrightarrow{x \rightarrow -1} -\frac{iy}{\pi k(x^2 + y^2)}, \quad y > 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial S(x, y)}{\partial y} = -\frac{x}{\pi(x^2 + y^2)} + \frac{k}{2\pi i} \int_0^\infty \left[\frac{e^{iux}}{k+u-\mu i} + \frac{e^{-iux}}{u-k+\mu i} \right] e^{-uy} du \quad (\text{A.5})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + ik \right) \frac{\partial S}{\partial y} = -\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad (\text{A.6})$$

ここであらためて次の関数を定義しておく。

$$T(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{e^{iux}}{k+u-\mu i} + \frac{e^{-iux}}{u-k+\mu i} \right] e^{-uy} du \quad (\text{A.7})$$

式 (A.1) とあわせて

$$T + iS = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{iux-uy}}{k+u} du \quad (\text{A.8})$$

$$\left. \begin{aligned} T(x, y) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-mx} \cos my}{m-ik} dm - ie^{-ikx-ky}, \quad x > 0 \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{mx} \cos my}{m+ik} dm, \quad x < 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial S(x, y)}{\partial y} = -\frac{x}{\pi(x^2 + y^2)} - ikT(x, y) \quad (\text{A.10})$$

特に $y=0$ では

$$T(x, 0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{iux}}{k+u} du + \begin{cases} -ie^{-ikx-ky}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

となり対数積分 (正余弦積分) となる。

ここでさらに

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + ik \right) K(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} S(x, y) \quad (\text{A.12})$$

なる関数 $K(x, y)$ を導入しよう。

一様流中における吹流しの抵抗について

$$\left. \begin{aligned} K(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{ue^{iux}}{(u+k-\mu i)^2} + \frac{ue^{-iux}}{(u-k+\mu i)^2} \right] e^{-uy} du \\ K(x, y) &= T(x, y) + \frac{k}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{e^{iux}}{(u+k)^2} - \frac{e^{-iux}}{(u-k)^2} \right] e^{-uy} du \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.13})$$

この右辺第2項を部分積分すると

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{e^{iux-uy}}{(u+k)^2} du &= -\frac{e^{-i u(x+y)}}{u+k} \Big|_0^\infty + i(x+y) \int_0^\infty \frac{e^{i u(x+y)}}{u+k} du \\ \int_0^\infty \frac{e^{-iux-uy}}{(u-k)^2} du &= -\frac{e^{-i u(x-y)}}{u-k} \Big|_0^\infty + (-ix-y) \int_0^\infty \frac{e^{-i u(x-y)}}{u-k} du \end{aligned}$$

となるから、

$$\begin{aligned} K(x, y) &= T(x, y) + \frac{1}{\pi} + \frac{k(ix-y)}{2\pi} \int_0^\infty \frac{e^{iux-uy}}{u+k-\mu i} du \\ &\quad + \frac{k(ix+y)}{2\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-iux-uy}}{u-k+\mu i} du \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

である。それ故

$$K(x, 0) = T(x, 0) + \frac{1}{\pi} + ikxT(x, 0) \quad (\text{A.15})$$

$$T(x, 0) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{1}{\pi k} \int_0^\infty e^{-i u|x|} du \left[1 - \frac{u}{k} + \dots \right] = \frac{1}{\pi k} \left[\frac{1}{i|x|} + \frac{1}{kx^2} + \dots \right] \quad (\text{A.16})$$

が得られる。したがって

$$K(x, 0) \xrightarrow{x \ll -1} \frac{1}{i\pi k|x|} + \frac{i}{\pi kx} + \dots = \frac{2}{i\pi k|x|} \quad (\text{A.17})$$

となる。 k が小さいときは

$$I(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{iux}}{k+u} du \doteq \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} i - C - \log(kx) \right], \quad x > 0 \quad (\text{A.18})$$

となる。ただし C は Euler 定数である。

故に

$$T(x, 0) = -\frac{i}{2} - \frac{1}{\pi} (C + \log k|x|) \quad (\text{A.19})$$

$$K(x, 0) = -\frac{i}{2} - \frac{1}{\pi} [C + \log k - 1 + \log |x|] \quad (\text{A.20})$$

が得られる。

On the Resistance of a Streamer in the Uniform Flow

(Dedicated to Professor S. NAGAI)

By Masatoshi BESSHO* and Toshiaki MIZUNO*

(Received July 20, 1981)

Abstract

Resistance tests and observation of motion on streamer models are carried out in a wind tunnel.

In this paper, the experimental results are analysed with the aid of a linear theory on both the oscillating streamer and the fluttering flag.

Among the results it is shown that the component of the resistance caused by fluttering motion of the streamer is proportional to the square of displacement of the aft end of the streamer and it appears when its oscillating mode is of 2-nodes.

* Professor; Dept. of Mechanical Engineering, The National Defense Academy.