

2次元動揺滑走板の安定性について

別 所 正 利*・鈴木 勝 雄**

(昭和61年9月8日受理)

1. 序 論

高速艇や水上飛行機は高速で航行するとポーポイズングと呼ばれる、縦揺れ、上下揺れの連成した自動動揺をする場合があることが知られており、場合によっては極めて危険な状態になる。

ポーポイズングに関する研究は水上飛行機について始められ、その成果がPerring¹⁾によって初めて高速艇に応用された。図1はその概念図²⁾であるが、図中Aの線が通常の水上演機の領域であり、高速艇の領域はBで表わされる。高速艇ではトリムが大きい場合、またはある高速域でポーポイズングを始めることになる。

Martin³⁾はストリップ法を用いて特性方程式をたて安定判別をしてDay and Haarg⁴⁾の実験値とよく一致する事を報告している。一方Mottard⁵⁾はアスペクト比が大変大きい場合、滑走板が自動動揺を起こす事を報告し考察している。

これについてはOgilvie and Shen⁶⁾及びBessho and Komatsu⁷⁾によって、浸水長の周期的変化により、ある小さいreduced frequency 以下で上下揺れの減衰が負になることが示され、それによってほぼ実験を説明できると述べている。また別所⁸⁾は定常滑走板の速度による浸水長、トリムの変化を調べてある速度以上では準静的に安定な滑走が望めないことを見出し、鈴木、大迫¹⁰⁾の定常滑走板に関する別の解析法でも同様な結果が現われ、実験¹¹⁾でもそのような不安定が観測された。

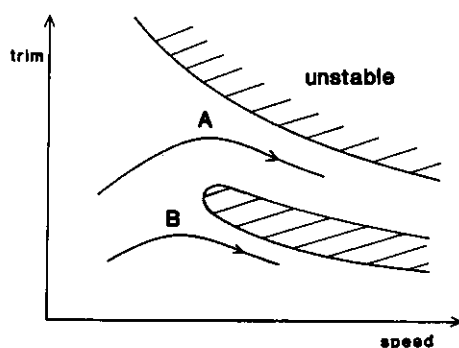


Fig. 1 Zone of porpoising

Mottard⁵⁾はこの前者は滑走板が水をせき止めて、板の前方にたまるのが原因であると云っているが、この後者についても物理的には同じように考えられる。それ故、共にアスペクト比が大きい場合のみ現われる現象と考えてよいように思われる。

これらの事情を確かめるには、重力を考慮に入れた(上記文献6,7は重力を0としている)境界値問題を解いて流体力を求め、特性方程式をたて、安定判別をすれば良い訳であるが、現段階では、そのような3次元問題を解くには時期尚早である。

* 防衛大学校機械工学教室 教授

** 防衛大学校機械工学教室 講師

そこで2次元問題について取扱ってみた。2次元動揺滑走板問題を解析するには、別所の浅吃水船理論⁹⁾を用いることができる。しかしながら、この理論では、Kuttaの流出条件を満たす解は得ることができない。そこで、定常問題で開発された前端に吹き出し特異点を置く方法¹⁰⁾にならって、強さが周期的に振動する吹き出し特異点を前端に置く方法を採用した。この特異点は前端付近に水が盛り上ってたまり、それが又後方に流出するといった現象に対応していると解釈でき、Mottard³⁾のポーボイジング発生の原因と考えた現象を表現していると考えられる。

この考え方の難点はポーボイジングによる浸水長変化の影響を直接表現できない点にある。しかしながら、定常問題では、こうした方法は安全側（低速側）を示すことに留意しておけば十分だろう。上の解析法では、安定判別のための特性方程式は、その各係数が動揺周波数に依存することになるので、従来用いられてきたRouth-Hurwitzの方法は使用出来ず、Nyquistの方法に依らねばならない。

2. 2次元動揺滑走板理論と安定判別

2-1. 動揺滑走板理論

2次元の浅吃水船が動揺しながら航走する場合を考える。この問題は一樣流れの水面に圧力分布が作用する流れで近似できる。この場合、解の重ね合わせが可能であるから、定常な圧力分布は除外して考えて良い。云い換えれば、動揺特性には艇の形状は1次的には影響を与えない（艇の形状は浸水長などを決定するが、浸水長をベースとするフルード数を取れば直接は関連しない）。

従って、周期的な圧力分布が作用する場合のみを考えれば良い。座標系を図2のように取る。滑走板まわりの流れを UL_w で無次元化した複素ポテンシャル $F(z, t)$ で表わす。

$$F(z; t) = -z + f_w(z; t) \quad (1)$$

ここで、 $z = x + iy$,

$$f_w(z; t) = \phi_w(z; t) + i\psi_w(z; t).$$

攪乱が周期的となるため、その円周数を ω_e とすると複素ポテンシャル $f_w(z; t)$ は以下と書ける。

$$f_w(z; t) = \text{Re} \{ j f(z) e^{-j\omega_e t} \} \quad (2)$$

ここで j は虚数単位であるが、 i とは別種のものとし互に干渉し合わないものとする。

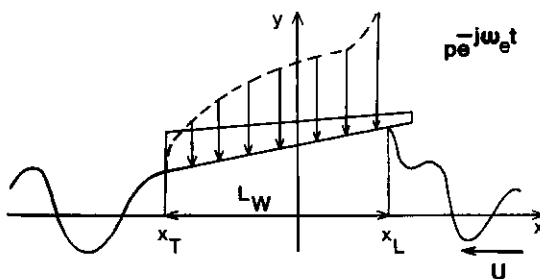


Fig. 2 Problem of oscillating planning plate

2次元動揺滑走板の安定性について

また、以降では、 $e^{\pm j\omega_e t}$ の存在する項では、 j に関する実部のみを取ることとし、 Re_j の記号は省略する。

さて(2)式の $f(z)$ の振動 $e^{-j\omega_e t}$ に関する同位相 (in phase)、異位相 (out of phase) の成分を、おのこの $f_c(z)$, $f_s(z)$ とおけば(2)式で表わされた複素速度ポテンシャルは、

$$\begin{aligned} f_\omega(z; t) &= [f_c(z) + jf_s(z)] e^{-j\omega_e t}, \\ &= [f_c(z) - jf_s(z)] e^{j\omega_e t}. \end{aligned} \quad (2)'$$

以下の量も同様に表わされるものとする。速度ポテンシャル、流れ関数については

$$\left. \begin{aligned} \phi_\omega(z; t) &= \phi(z) e^{-j\omega_e t}, \\ \Psi_\omega(z; t) &= \Psi(z) e^{-j\omega_e t}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ρU^2 で無次元化した圧力分布、水面形状も同様にして次のようにしておく。

$$p_\omega(z; t) = p(x) e^{-j\omega_e t}, \quad (4)$$

$$\eta_\omega(z; t) = \eta(x) e^{-j\omega_e t}. \quad (5)$$

水面条件については、kinematic な条件は、攪乱が微小であるとして静止水面 ($y=0$) で展開し、高次の微小量を見捨ると以下となる。

$$\left\{ j\alpha + \frac{\partial}{\partial x} \right\} \eta(x) + \frac{\partial \phi}{\partial y}(x) = 0, \quad \text{on } y=0, \quad (6)$$

ここで浸水長を L_w としておき reduced frequency α を以下と定義している。

$$\alpha = \omega_e L_w / U. \quad (7)$$

水面上の圧力方程式を前と同様に線形化する。

$$p(x) + \gamma \eta(x) = \left\{ j\alpha + \frac{\partial}{\partial x} \right\} \phi(x), \quad \text{on } y=0, \quad (8)$$

ここで g を重力加速度として

$$\gamma = g L_w / U^2, \quad (9)$$

式(6), (8)より η を消去すると線形自由表面条件が得られる。

$$\left[\left(j\alpha + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + \gamma \frac{\partial}{\partial y} \right] \phi(x) = \left(j\alpha + \frac{\partial}{\partial x} \right) p(x), \quad \text{on } y=0, \quad (10)$$

なお、(8), (10)式における $p(x)$ は $x_T < x < x_L (x_L - x_T = 1)$ 以外においては0とみなすこととする。

また、圧力分布については Kutta の流出条件を満たす必要があり、

$$p(x_T) = 0. \quad (11)$$

滑走板上の境界条件については上下揺れをするときは次のようにおけば良い。

$$\eta_\omega(x) = X_h e^{-j\omega_e t}, \quad (12)$$

即ち

$$\eta(x) = X_h, \quad (12)'$$

ここで X_h は上下揺れの振巾を示す。縦揺れの場合は同様にして次のようにおく。

$$\eta_w(x) = X_p x e^{-j\omega_e t}, \quad (13)$$

即ち

$$\eta(x) = X_p x. \quad (13)'$$

次に線形自由表面条件 (10) 式で $p(x)=0$ とした斉次な条件を満たす基本的な核関数を導入する。点 $\zeta = \xi + i\eta$ に置かれた強さが調和振動する吹き出し特異点、渦特異点の複素ポテンシャルをそれぞれ

$$W_Q(z, \zeta; t) = W_Q^*(z, \zeta) e^{-j\omega_e t}, \quad (14)$$

$$W_I(z, \zeta; t) = W_I^*(z, \zeta) e^{-j\omega_e t}, \quad (15)$$

としておく、具体的な表示等については付録Aに示した。

滑走板のまわりの流れを複素ポテンシャルで表わすとグリーンの公式により

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \phi(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta} W_Q^*(z, \xi) - \frac{\partial \phi}{\partial \eta}(\xi) W_Q^*(z, \xi) \right\} d\xi,$$

$\partial W_Q^*/\partial \eta$ を (A. 12) 式を用いて書き直すと

$$\begin{aligned} 2\pi f(z) = & -\frac{1}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\xi) \left(j\alpha - \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 W_Q^*(z, \xi) d\xi \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}(\xi) W_Q^*(z, \xi) d\xi, \end{aligned}$$

さらに部分積分を行い、(8)式と波高 $\eta(x)$ が滑走板前端で $\Delta\eta = \eta(x_L + \varepsilon) - \eta(x_L - \varepsilon)$ なる不連続 (jump) があるという仮定を置くと次の表示式を得る。

$$\begin{aligned} 2\pi f(z) = & -\frac{1}{\gamma} \int_{x_T}^{x_L} p(\xi) \left(j\alpha - \frac{\partial}{\partial \xi} \right) W_Q^*(z, \xi) d\xi \\ & - \Delta\eta W_Q^*(z, L). \end{aligned} \quad (16)$$

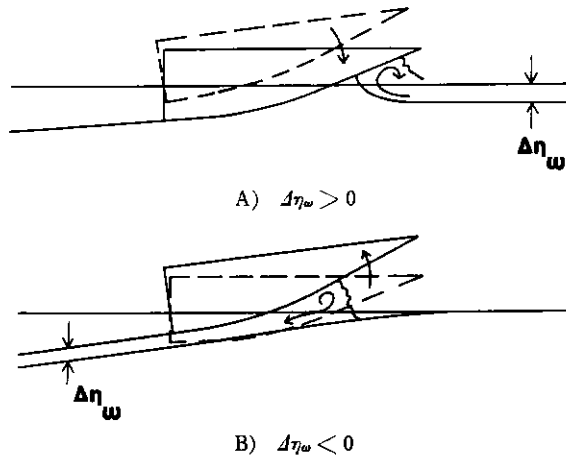


Fig. 3 Jump of wave height at leading edge

なお、この波高の不連続量は、滑走板が動揺するとき、前端付近に水が盛り上ってたまり（図3-A）、それがまた後方に流出する（図3-B）という現象を表現していると解釈できる。

滑走板形状と圧力分布の関係を導くために、(16)式を変形して以下の積分方程式を得る。

$$2\pi\eta(x) = Re_i \frac{1}{\gamma} \int_{x_T}^{x_L} p(\xi) W_{Q\eta}^*(x, \xi) d\xi - Re_i \Delta\eta \left(ja - \frac{\partial}{\partial \xi} \right) W_{Q^*}(x, x_L). \quad (17)$$

上式を与えられた境界条件 (12), (13) 及び流出条件 (11) の下に解けば、滑走板の動揺を表わす圧力分布 $p(x)$ 及び前端的波高の不連続量 $\Delta\eta$ が求められる。

2-2. 動運方程式と Nyquist の方法による安定判別法

z を上下揺れ、 θ を縦揺れとすると、一般に連成動揺方程式は

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + a_{11}\dot{z} + K_{11}z + a_{21}\dot{\theta} + K_{21}\theta &= 0, \\ I\ddot{\theta} + a_{22}\dot{\theta} + K_{22}\theta + a_{12}\dot{z} + K_{12}z &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

と与えられる。先ずこれらの各係数が周波数に依存しない場合について考えておこう。自動制御理論の通常の手法に従い、上式をラプラス変換して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (ms^2 + a_{11}s + K_{11})Z + (a_{21}s + K_{21})\Theta &= 0, \\ (a_{21}s + K_{12})Z + (Is^2 + a_{22}s + K_{22})\Theta &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、 Z, Θ は z, θ のラプラス変換とする。特性方程式は

$$\Delta(s) = As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E, \quad (20)$$

ここで

$$\begin{aligned} A &= mI, B = ma_{22} + Ia_{11}, C = mK_{22} + IK_{11} + a_{11}a_{12} - a_{12}a_{21} \\ D &= a_{11}K_{22} + a_{22}K_{11} - a_{12}K_{21} - a_{21}K_{12}, E = K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}. \end{aligned} \quad (21)$$

この振動が安定であるための条件は先ず、 $A \sim E$ の係数が正であることである。特に $s \rightarrow 0$ とすると

$$\Delta(s) \rightarrow E$$

となるので、 $E > 0$ の条件が必要であり、これが準静的な安定の条件となる。

今の場合について云えば、定常滑走時において、浮上量の変化 ΔZ 、トリムの変化 $\Delta\theta$ としたとき、揚力とモーメントの平衡式は

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= L_z \Delta z + L_\theta \Delta\theta = 0, \\ \Delta M &= M_z \Delta z + M_\theta \Delta\theta = 0, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となるが¹⁰⁾このとき上の条件は

$$\Delta S_T = L_z M_\theta - L_\theta M_z > 0, \quad (23)$$

となることを意味する。文献 10) では上下揺れ、縦揺れ各々の準静的な安定性の議論から以下の条件を安定の必要条件であるとしていた。

$$L_x > 0, M_\theta > 0. \quad (24)$$

なお文献 10) 中の記号とは $L_x = -W_1$, $M_\theta = -M_X$ の関係がある。

式 (18) の運動方程式を従来使われている形に書き直す。

$$\left. \begin{aligned} (W/g + m_{zz})\ddot{z} + N_{zz}\ddot{z} + \rho g L_w \dot{z} + m_{\theta z}\ddot{\theta} + N_{\theta z}\dot{\theta} &= 0, \\ (I/g + m_{\theta\theta})\ddot{\theta} + N_{\theta\theta}\dot{z} + W \cdot GM_L \theta + m_{z\theta}\dot{z} + N_{z\theta}\dot{\theta} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ここで W は滑走板の重量、 I は回転慣性モーメント、 GM_L は縦メタセンタ高さを示す。その他は各々

m_{zz} : 上下揺れの付加質量, $m_{\theta\theta}$: 縦揺れの付加慣性モーメント

N_{zz} : " 減衰係数, $N_{\theta\theta}$: " 減衰モーメント係数

$m_{z\theta}$: " 連成付加質量, $m_{\theta z}$: " 連成付加質量

$N_{z\theta}$: " 連成減衰係数, $N_{\theta z}$: " 連成減衰係数

を示し、前節で求めた各周波数に対応する圧力分布を積分することにより計算できる。諸量を以下のように無次元化しておく。

$$\left. \begin{aligned} m_{zz}^* &= m_{zz} / \frac{\rho}{4} L_w^2, & m_{\theta\theta}^* &= m_{\theta\theta} / \frac{\rho}{16} L_w^4, \\ N_{zz}^* &= N_{zz} / \frac{\rho}{4} \omega_e L_w^2, & N_{\theta\theta}^* &= N_{\theta\theta} / \frac{\rho}{16} \omega_e L_w^4, \\ m_{z\theta}^* &= m_{z\theta} / \frac{\rho}{8} L_w^3, & m_{\theta z}^* &= m_{\theta z} / \frac{\rho}{8} L_w^3, \\ N_{z\theta}^* &= N_{z\theta} / \frac{\rho}{8} \omega_e L_w^3, & N_{\theta z}^* &= N_{\theta z} / \frac{\rho}{8} \omega_e L_w^3, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

又,

$$W^* = W / \frac{\rho}{4} g L_w^2, \quad I^* = I \frac{\rho}{16} L_w^4 = 4W^*(X/L_w)^2. \quad (27)$$

ただし X は慣性半径で $L_w/4$ に近い。また $W = \rho g L_w d_E (d_E: \text{等価吃水})$ とおくと $W^* \doteq 1/20$, $I^* = d_E/L \cdot R^2$, $X = R L_w/4$, 復原力については

$$\rho g L_w / \frac{\rho}{4} L_w^2 = 4g/L_w, \quad W \cdot GM_L / \frac{\rho}{16} L_w^4 \doteq 4g/3L_w, \quad (28)$$

ここで $GM_L = BM_L$ を用いており、高速艇の場合、少し乱暴だがこうしておく。

このとき運動方程式は以下と変形できる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{4g}{L_w} (Az/L_w + B\theta) &= 0, \\ \frac{4g}{L_w} (Cz/L_w + D\theta) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + \frac{1}{4} \alpha^2 F n^2 (i N_{zz}^* - W^* - m_{zz}^*), \\ B &= -\frac{1}{2} \alpha^2 F n^2 (-m_{\theta z}^* + i N_{\theta z}^*), \\ C &= -\frac{1}{2} \alpha^2 F n^2 (-m_{z\theta}^* + i N_{z\theta}^*), \\ D &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \alpha^2 F n^2 (i N_{\theta\theta}^* - I^* - m_{\theta\theta}^*), \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ただし $F n = U / \sqrt{g L_w}$. それ故, 特性方程式は,

$$\Delta = A D - B C \quad (31)$$

上式の値を複素平面上にプロットして Nyquist の判定法を用いるわけである。原点を回る回転数が 0 のとき安定, 0 でないときに不安定と判定できることになる。なお式 W^*, I^* は滑走板の重量分布によって決まる量であるが, 前述のようにまず $X = L_w / 4$ としてよからう。 $W^* = 4 d_E / L_w$ の値は吃水の大きい場合で 0.2, 小さい場合で 0.1 の程度としてよからう。どちらにしても, $m_{zz}^*, m_{z\theta}^*$ はこれらの値よりずっと大きいと考えられるので, W^*, I^* の変化の影響は小さいであらう。

3. ポーポイジング発生の速度の比較

序論に述べたように, 滑走艇のポーポイジング発生に関する研究は主として, 特定方程式の根の位置を, Routh-Hurwitz の方法で調べることであった³⁾。ところが, 滑走艇の運動に関する周波数応答においては, 特性方程式の各係数が周波数の関数となっていることから, 上の方法は直接利用できない。

他の方法としては, Ogilvie and Shen⁶⁾ 及び Bessho and Komatsu⁷⁾ による浸水長の周期的変化によって, ある小さい reduced frequency 以下 ($\alpha < 0.68$) で上下揺れの減衰が負になることを利用する方法が知られている。或は別所⁸⁾ は定常滑走板の速度による浸水長, トリムの変化を調べて, ある速度以上 ($F n > 3.16, \gamma < 0.413$) では上下揺れについて準静的に安定な滑走が望めないという結果を得ている。また, 鈴木, 大迫¹⁰⁾ による別の解析法では, 縦揺れ, 上下揺れについての同様な結果 ($F n > 0.61, F n > 1.83$) が得られている。

ここでは, 前章に述べたように, 前端に吹き出し特異点を配することにより, 滑走板の動揺問題を解き, Nyquist の方法によって安定判別を行う方法を試みた。計算に用いた滑走板の重量, 慣性モーメントの値は $W^* = 0.2, I^* = 0.05$ としている (なお, 図中では * 記号は省略している)。この値の変化により結果は大きく変わらないはずであるが, 細かい検証は行っていない。

先ず $\alpha \rightarrow 0$ の極限と考えられる式 (23) の Δ_{ST} による安定判別を行った。図 4 に平板状滑走板についての Δ_{ST} の値が示されている。重心位置が異っても Δ_{ST} 曲線は相似になるはずである。 $\Delta_{ST} = 0$, 即ち不安定が始まるフルード数は 0.61 であり, このフルード数より高速では, 不安定であると判定できる。このフルード数は式 (24) で判定した縦揺れ

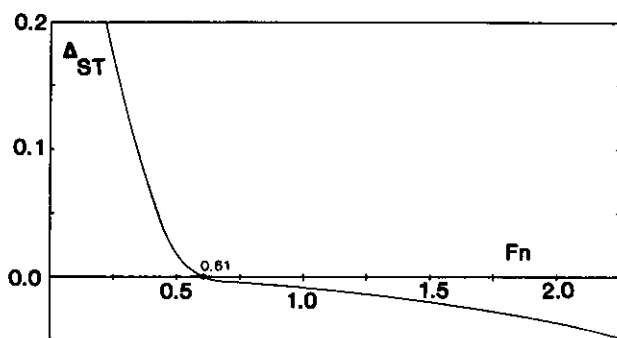


Fig. 4 Quasi-static condition of stability

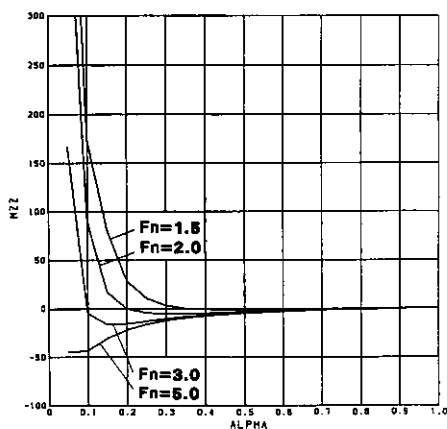


Fig. 5-1 Added mass for heave (with Kutta condition)

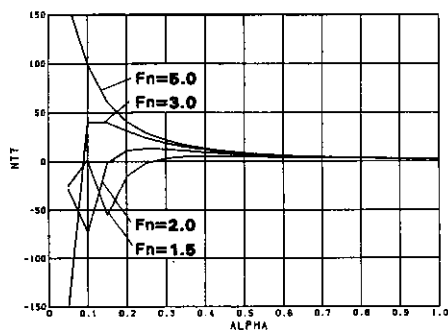


Fig. 5-2 Damping for pitch (with Kutta condition)

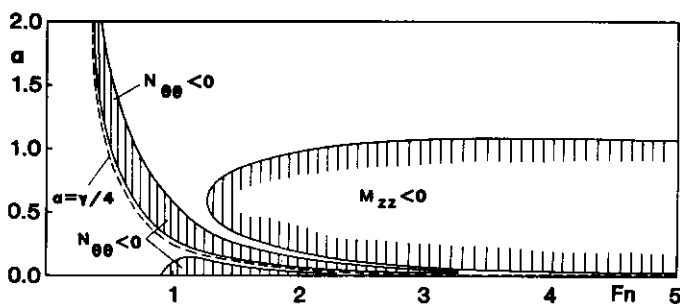


Fig. 6 Region of negative values of added mass and damping coefficients (with Kutta condition)

不安定開始のフルード数と一致している。

次に、滑走板の周波数応答（動揺特性）を求めた。上下揺れの付加質量，縦揺れの減衰係数を図5に示した。なお，図中 M_{ZZ} (M_{zz}), NTT ($N_{\theta\theta}$) は式 (26) の m_{zz}^* , $N_{\theta\theta}^*$ 等を示す。図に見るように，負となる領域が存在する。他の量については省略するが，諸値は $\alpha = \gamma/4$

の周波数付近で大きく変化するが、その点では連続である。各値が負値をとることが、滑走板の運動の不安定要素になると考えられるので、連成運動を除いた付加質量、減衰モーメント係数の負値となる領域を図6に示した。この図によると $\alpha \approx 0$ では、 $Fn > 0.92$ で縦揺れの減衰が負となり、 $Fn > 1.25$ では $\alpha < 1$ で上下揺れの付加質量が負となり、従来の近似計算⁹⁾を裏付けている。

このように現象が周波数に依存しているので、安定性の判別は、Nyquistの方法に依らねばならない。そこで式(31)の Δ の値を、 α を0より ∞ まで変え、計算したものを図7, 8, 9, に示した。横軸、縦軸は Δ の実部、虚部を示す。 α が負値を取る場合は、 Δ の共役数を取れば良い。どのフルード数においても $\alpha = 0$ では実軸上から出発し、左回りにはほぼ一回転して $\alpha = \pi/4$ の点に至る。その点で曲率が不連続となる。その後右回り、左回りの曲線を描きながら、第4象限の無限遠点 ($\alpha = \infty$) に至る。その後は右回りに2回転 ($|\alpha| = -\infty$, $\arg(\alpha) = 0 \sim -\pi/2$) して $\alpha = -\infty$ の点 (第1象限) の点に至る。この様子を schematic に書き直し、見易くしたものを図10, 11に示す。

$Fn=0.6$ 以下の低速では、図10-a)に見るように原点近傍で1回、無限遠で1回、原点を回る閉曲線が存在する。しかし、回転方向は互いに逆であるから、全回転数は $N=0$ 、即ち安定であると判定できる。 $Fn=0.8$ となると、図10-b)に見るように原点近傍の回転

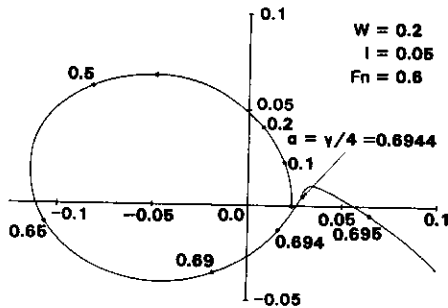


Fig. 7-1 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

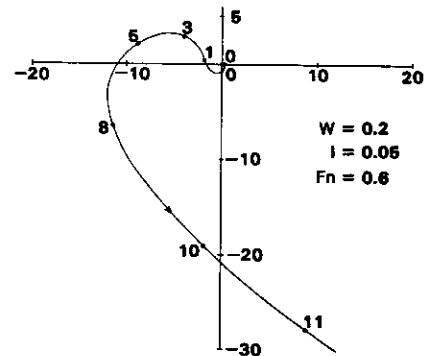


Fig. 7-2 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

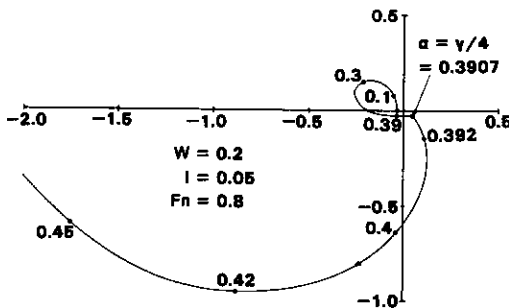


Fig. 8-1 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

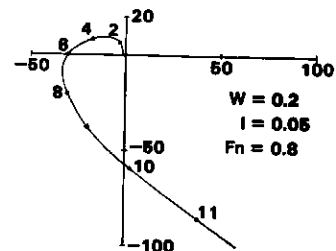


Fig. 8-2 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

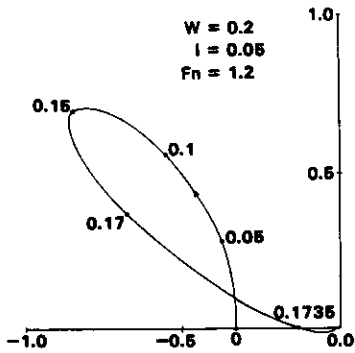


Fig. 9-1 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

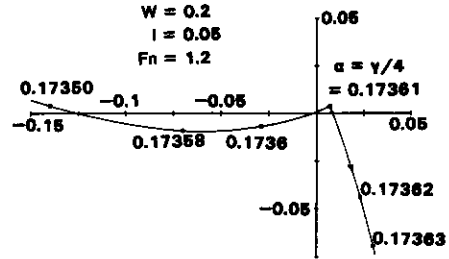


Fig. 9-2 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

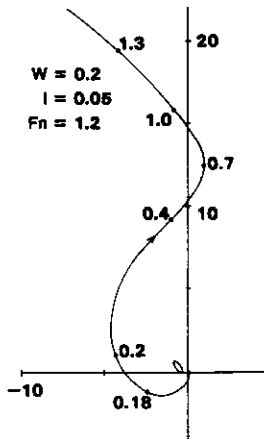


Fig. 9-3 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

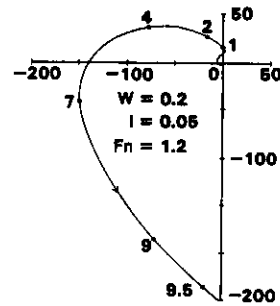


Fig. 9-4 Nyquist's diagram (with Kutta condition)

はなくなり、 $N=1$ 、即ち不安定な状態となる。従ってポーポイジングが発生する臨界フルード数 Fn_c は 0.6 と 0.8 の間にあると推定できる。更に高速になり $Fr=1.0$ 以上になると、図 10-c) に見るように、 $N=3$ となり、不安定な要素に質的な変化が見られる。これは図 6 で見たように上下揺れの付加質量が高速で負値をとることに関連しているように推察される。従って $Fn_c < Fn < 1.0$ では縦揺れのポーポイジングが発生し、 $Fn > 1.0$ では上下揺れのポーポイジングが連成していると見ることができる。

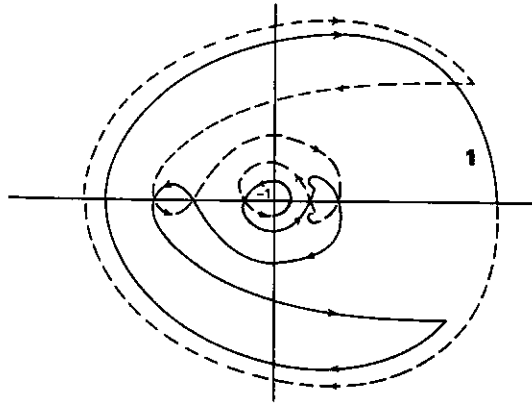
なお、位相余有 (phase margin) から予想される不安定時の動揺周波数は

$$\alpha_c = \gamma/4$$

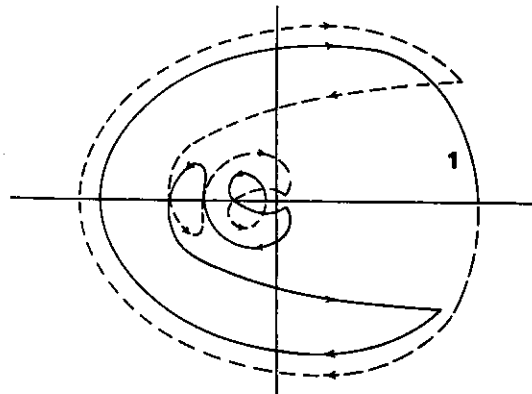
の近くとなっている。これは前方に出ていた波が後方に出るようになる臨界点でもあり首肯できる。

以上得られた結果を他の結果と比較して図 12 に示す。実験¹¹⁾では、 $Fn=0.97$ より滑走を開始し、縦揺れを主成分とするポーポイジングは $Fn=1.53$ より始まる。更に高速では、振巾は発散し沈没に至る。しかし、 $Fn=1.53$ の滑走時においても、人為的に小さな縦揺

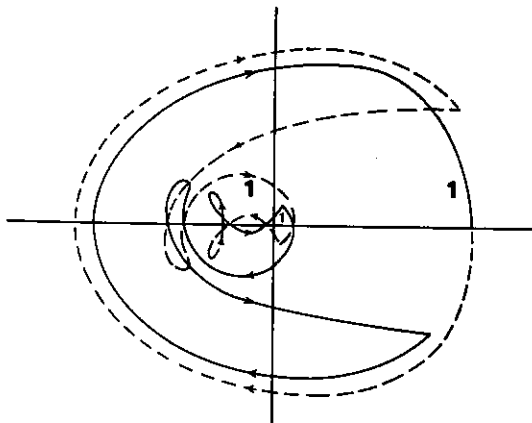
2次元動揺滑走板の安定性について



a) $F_n = 0.6$ ($N = 0$)



b) $F_n = 0.8$ ($N = 1$)



c) $F_n = 1.2$ ($N = 3$)

Fig. 10 Nyquist's diagrams (with Kutta condition)

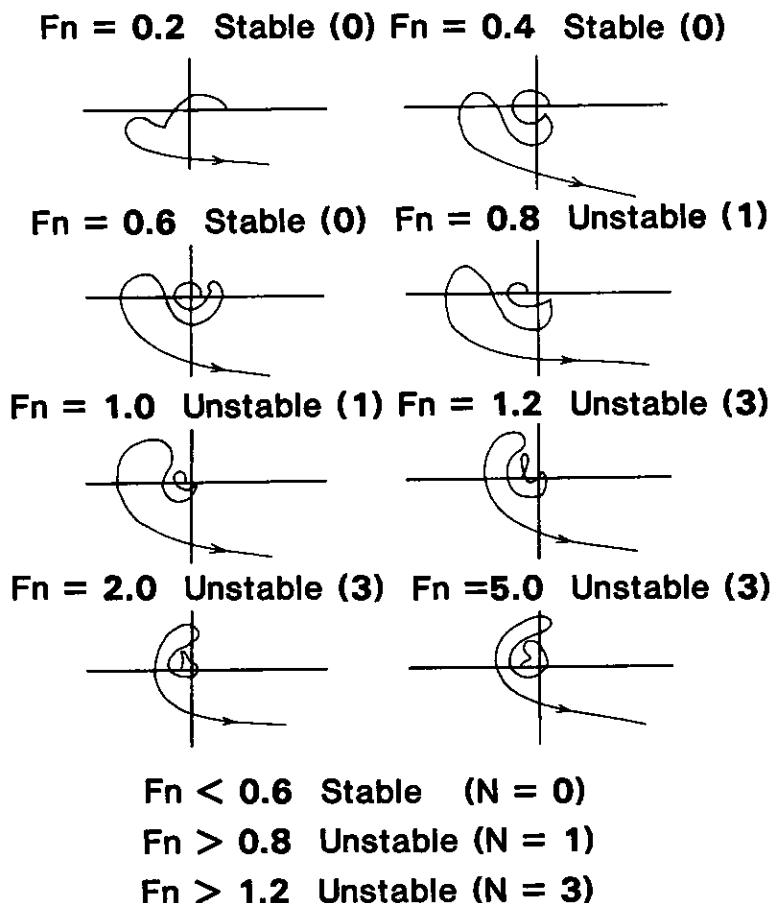


Fig. 11 Summation of Nyquist's diagrams (with Kutta condition)

れモーメントを与えてやれば、定常的なホーボイジングが発生することが観測されていることから、安定限界フルード数は、滑走を開始する滑走フルード数より低いと見ることができる。

浸水長を変化させる解析法では、上下揺れの安定限界速度は、 $F_n=3.16$ である。前端に吹き出し特異点を置いた定常滑走板による解析では、その値は $F_n=1.83$ となっており、本論の解析法は安全側（低速側）にあることが判る。また、縦揺れのみの準静的な安定限界速度は、 $F_n=0.61$ である。(23)式の Δs_T の値から判別される安定限界速度も $F_n=0.61$ となっている。今回行った周波数応答のNyquist線図による解析では、 $F_n=0.6 \sim 0.8$ の間に安定限界が存在することが明らかとなった。

上の3者を比較すると、これはまず同一の値を与えていると見ることができる。周波数応答による方法では結果が判明するまでに多くの手間が掛かることを考えれば定常滑走板に関する準静的な取扱いで代用できる可能性が強いことを示していると考えられる。しかし、一般の3次元滑走艇については、なお確認の必要がある。

以上は、Kuttaの流出条件を満たす解、即ち滑走板についての議論であったが、ページ

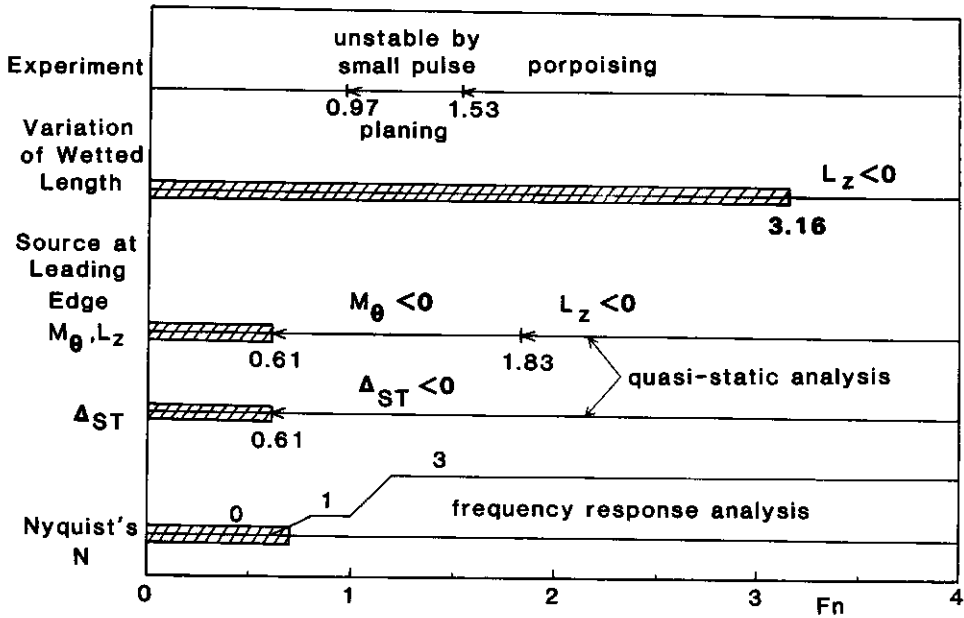


Fig. 12 Comparison of stable Froude numbers range (with Kutta condition)

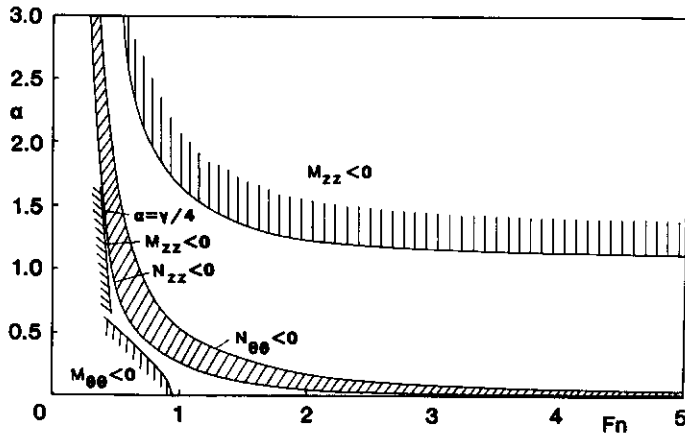


Fig. 13 Region of negative values of added mass and damping coefficients (without Kutta condition)

のように低速で航行し、滑走しない艇については、必ずしも流出条件を満たす解が現象を現わしているとは云えない。そこで流出条件を満たさない解についても計算を行った。図13に上下揺れ、縦揺れの付加質量、減衰係数の負の領域を示してある。ほとんどすべての領域で負の値となっており、安定判別が困難である。前と同様に Nyquist の線図を描いた例を図14に示した ($W^*=0.2, I^*=0.05$)。原点をまわる回転数は、 $Fn < 1.6$ で $N=0$ 、それ以上の速度で $N=2$ である。従ってバージなどの滑走をしない艇については、低速 ($Fn < 1.6$) で安定に航行できることが予想される。

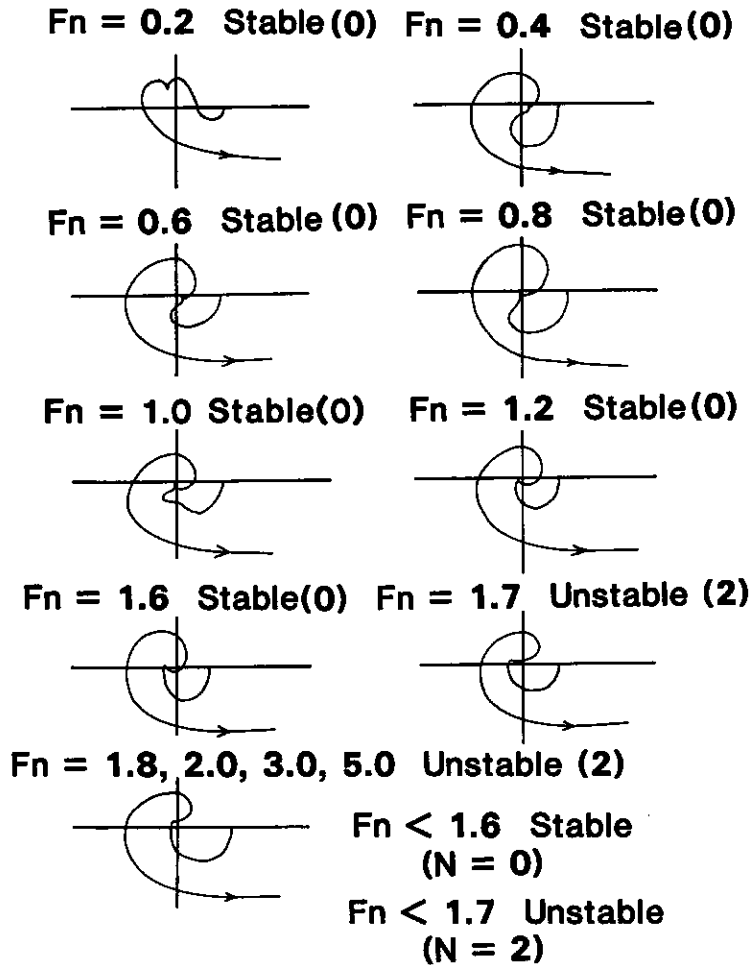


Fig. 14 Summation of Nyquist's diagrams (without Kutta condition)

4. 結 論

2次元滑走板の周波数応答特性を動揺滑走板理論を用いて解析し、Nyquistの方法によって安定性の問題を解析した結果、以下の結論を得た。

1. 滑走板は低速では安定で、浸水長をベースとするフルード数が0.6~0.8の間より高速では縦揺れのポーポイジングが発生する。
2. フルード数が1.0と1.2の間より高速では、上下揺れとの連成したポーポイジングが生ずる。
3. 定常滑走板理論による準静的な安定判別では、ポーポイジング発生フルード数はNyquistの判別法による値と良く対応しており、簡易に計算できる利点を有する。
4. 滑走しない艇についてはフルード数1.6以下では姿勢安定である。

以上であるが、詳細な実験との比較、浸水長を変化させる方法との比較検討、重心位置

或はトリム変化により安定性がどう変化するか、3次元問題との関連等の課題が残されている。

謝 辞

本論の計算に用いたプログラムの動揺解析に関する部分は石川島播磨重工の山下誠也博士開発のプログラムを一部手直しして使用させて頂いた。数値計算は研究科山形和明君、本科石原浩二君、松下正美君に負う所が大きい。記して謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Perring, W. G. A.: The porpoising of high speed motor-boats, Spring Meeting of I. N. A., 1953.
- 2) Murray, A. B.: The hydrodynamics of planning hulls, Meeting of SNAME, 1950.
- 3) Martin, M.: Theoretical determination of porpoising instability of high-speed planning boats, Report 76-0068, D.W.T. NSRDC, 1976.
- 4) Day, Haarg: Planning boat porpoising, Thesis of Webb Inst. of N. A., N. Y., May, 1952.
- 5) Mottard, E. J.: Investigation of self-excited planning vibration of large wetted aspect ratio, DTMB Report 2017, 1965.
- 6) Ogilvie, T. F. and Shen, Y. T.: Flutter oscillation of planning plate, Univ. of Michigan Report No. 146, 1973.
- 7) Bessho, M., Komatsu, M.: Two-dimensional unsteady planning surface, J. S. R., Vol. 28, 1984.
- 8) 別所正利: 定常滑走板の理論に関する一考察, 西部造船会会報第54号, 1977.
- 9) 別所正利: 動揺する2次元滑走板に働く流体力について, 関西造船協会誌第16号, 1977.
- 10) 鈴木勝雄, 大迫義谷: 2次元滑走板の姿勢変化について(その1), 防大理工報 24-3, 1986.
- 11) 同上(その2), 防大理工報 24-4, 1986.

付録A. 波核関数(複素ポテンシャル)の表示と関係

齊次な線形自由表面条件を満たし、その基本特異性が吹き出しと渦である波核関数の表示式を示す。各々を

$$W_Q(z, \zeta; t) = W_Q^*(z, \zeta)e^{-j\omega_e t}, \quad (\text{A. 1})$$

$$W_I(z, \zeta; t) = W_I^*(z, \zeta)e^{-j\omega_e t}, \quad (\text{A. 2})$$

としておくと($z = x + iy, \zeta = \xi + i\eta$)

$$W_Q^*(z, \zeta) = \log(z - \zeta)/(z - \bar{\zeta}) + \gamma \int_0^\infty \left\{ \frac{1 - ij}{A(k)} + \frac{1 + ij}{B(k)} \right\} e^{-ik(z - \bar{\zeta})} dk, \quad (\text{A. 3})$$

$$W_I^*(z, \zeta) = -i \log(z - \zeta)(z - \bar{\zeta}) + i\gamma \int_0^\infty \left\{ \frac{1 - ij}{A(k)} + \frac{1 + ij}{B(k)} \right\} e^{-ik(z - \bar{\zeta})} dk, \quad (\text{A. 4})$$

と表示できる。ここで

$$\left. \begin{aligned} A(k) &= k^2 - (\gamma + 2\alpha + i\mu)k + \alpha^2 + i\mu\alpha, \\ B(k) &= k^2 - (\gamma - 2\alpha + i\mu)k + \alpha^2 - i\mu\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 5})$$

μ は仮想摩擦係数($\mu \rightarrow +0$)である。(A. 3, 4)を(A. 1, 2)に代入し j に関する実部を取ると以下を得る。

$$W_Q(z, \zeta; t) = \log(z - \zeta) / (z - \bar{\zeta}) \cos \omega_e t + \gamma \int_0^\infty \left\{ \frac{e^{-i\omega_e t}}{A(k)} + \frac{e^{i\omega_e t}}{B(k)} \right\} e^{-ik(z - \bar{\zeta})} dk, \quad (\text{A. 6})$$

$$W_I(z, \zeta; t) = -i \log(z - \zeta) (z - \bar{\zeta}) \cos \omega_e t + i\gamma \int_0^\infty \left\{ \frac{e^{-i\omega_e t}}{A(k)} + \frac{e^{i\omega_e t}}{B(k)} \right\} e^{-ik(z - \bar{\zeta})} dk, \quad (\text{A. 7})$$

次に $A(k) = (k - \alpha_1)(k - \alpha_2)$, $B(k) = (k - \beta_1)(k - \beta_2)$ としておく。

$$\alpha_{1,2} = \gamma + 2\alpha \pm \sqrt{\gamma(\gamma + 4\alpha)}$$

$$\beta_{1,2} = \gamma - 2\alpha \pm \sqrt{\gamma(\gamma - 4\alpha)}$$

ここで根号は複素平面で考える。指数積分

$$E_1(z) = \int_0^\infty e^{-t} / t dt,$$

と特異点からの上下流を示す階段状関数

$$S_x = \text{sgn}(x - \xi) = \begin{cases} 1, & \text{for } x > \xi, \\ -1, & \text{for } x < \xi, \end{cases}$$

を用いて次の関数を定義しておく。

$$E^\mp(z, \sigma) = [E_1(-i\sigma z) - \pi i (S_x \mp 1)] e^{-i\sigma z}. \quad (\text{A. 8})$$

この関数を用いて (A. 6, 7) 式を書き直すと以下の表示を得、結局、複素数を変数とする指数積分により、各波核関数が計算できることになる。

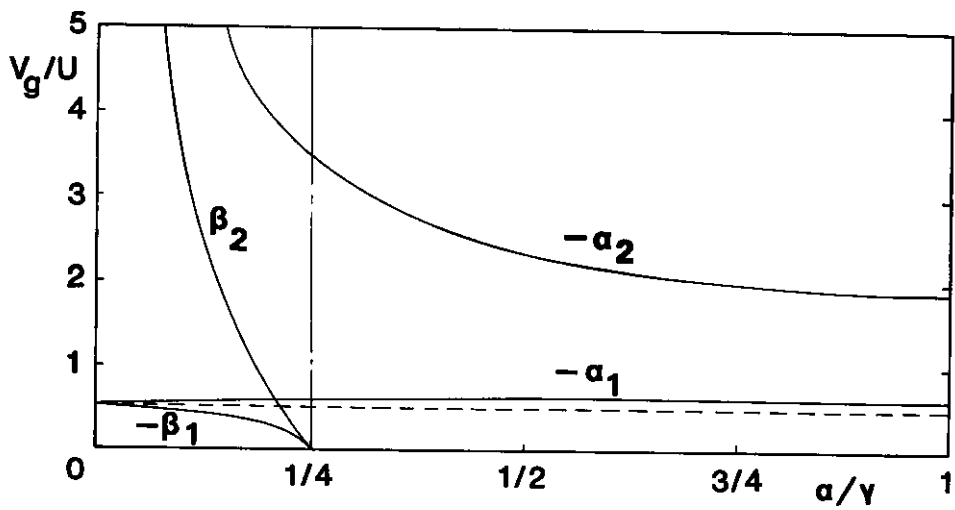
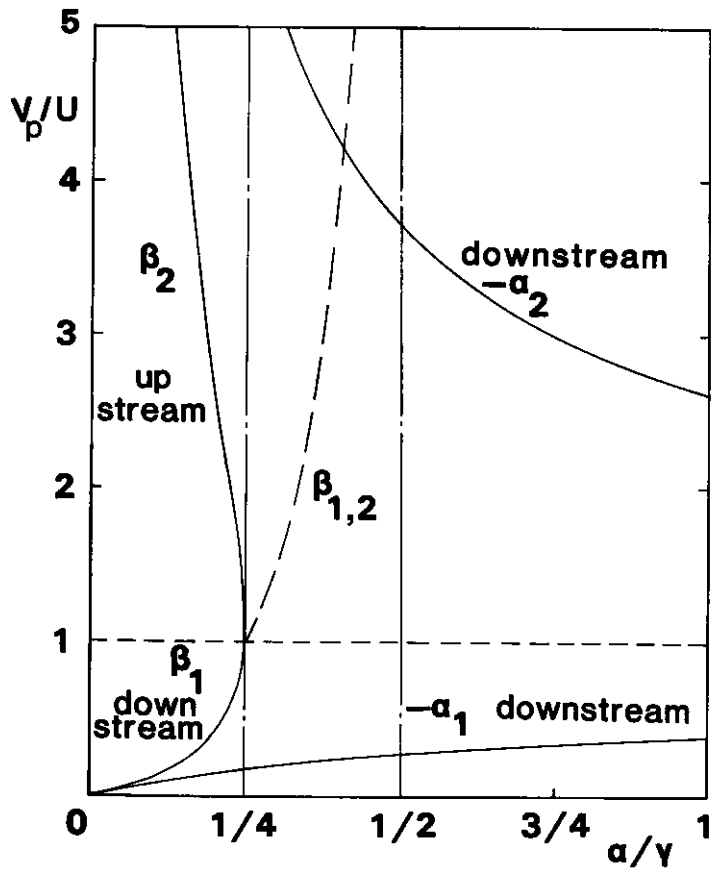
$$W_Q(z, \zeta; t) = \log(z - \zeta) / (z - \bar{\zeta}) \cos \omega_e t + \frac{\gamma}{\alpha_1 - \alpha_2} \{E^-(z - \bar{\zeta}, \alpha_1) - E^-(z - \bar{\zeta}, \alpha_2) e^{-i\omega_e t}\} + \frac{\gamma}{\beta_1 - \beta_2} \{E^-(z - \bar{\zeta}, \beta_1) - E^+(z - \bar{\zeta}, \beta_2) e^{-i\omega_e t}\}, \quad (\text{A. 9})$$

$$W_I(z, \zeta; t) = -i \log(z - \zeta) (z - \bar{\zeta}) \cos \omega_e t + \frac{i\gamma}{\alpha_1 - \alpha_2} \{E^-(z - \bar{\zeta}, \alpha_1) - E^-(z - \bar{\zeta}, \alpha_2)\} e^{-j\omega_e t} + \frac{i\gamma}{\beta_1 - \beta_2} \{E^-(z - \bar{\zeta}, \beta_1) - E^+(z - \bar{\zeta}, \beta_2)\} e^{-i\omega_e t}. \quad (\text{A. 10})$$

W_Q^* , W_I^* の間には次の共役の関係があり、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W_Q^*}{\partial \xi}(z, \zeta; t) &= \frac{\partial W_I^*}{\partial \eta}(z, \zeta; t), \\ \frac{\partial W_Q^*}{\partial \xi}(z, \zeta; t) &= -\frac{\partial W_I^*}{\partial \xi}(z, \zeta; t), \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 11})$$

2次元動揺滑走板の安定性について



又次の関係がある。

$$\left[\left(j\alpha - \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 + \gamma \frac{\partial}{\partial \eta} \right] W_Q^*(z, \zeta; t) = 0, \quad \text{on } \eta = 0. \quad (\text{A. 12})$$

一様流中の強さが周期的に振動する特異点は $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ に対応して4種の進行波を作るが、このあたりの理解の便のために、それらの波の位相速度、群速度を図A. 1, 2に示しておいた。

本文(55)式の右辺を数値計算に便利な形で表示しておく。式(A. 8)の i の代りに $\pm j$ で置き換えた式を $E_{\pm j}^{\pm}$ としておくと右辺第2項は

$$\begin{aligned} & \text{Rei} \left[- \left(j\alpha - \frac{\partial}{\partial \xi} \right) W_Q^*(x, \xi) \right] \\ &= j \frac{\gamma}{\alpha_1 - \alpha_2} \left\{ (\alpha_1 - \alpha) E_{+j}^-(x - \xi, \alpha_1) - (\alpha_2 - \alpha) E_{+j}^-(x - \xi, \alpha_2) \right\} \\ & - j \frac{\gamma}{\beta_1 - \beta_2} \left\{ (\beta_1 - \alpha) E_{-j}^-(\xi - x, \beta_2) - (\beta_2 - \alpha) E_{-j}^+(\xi - x, \beta_2) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A. 13})$$

右辺第1項は細分された区間で圧力を一定とすると

$$\begin{aligned} \int_{x_T}^{x_L} p(\xi) W_{Q_\eta}^*(x, \xi) d\xi &= \sum_k p_k \int_{d\xi_k} -W_{I_\xi}^*(x, \xi) d\xi, \\ &= \sum_k p_k \left[-W_{I_\xi}^*(x, \xi) \right]_{d\xi_k} \end{aligned} \quad (\text{A. 14})$$

ここで

$$\begin{aligned} \text{Rei} W_{I_\xi}^*(x, \xi) &= j \frac{\gamma}{\alpha_1 - \beta_2} \left[E_{+j}^-(x - \xi, \alpha_1) - E_{+j}^-(x - \xi, \alpha_2) \right] \\ & - j \frac{\gamma}{\beta_1 - \beta_2} \left[E_{-j}^-(x - \xi, \beta_1) - E_{-j}^+(x - \xi, \beta_2) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A. 15})$$

Porpoising Instability of Two-Dimensional Oscillating Planning Plate

Masatoshi BESSHO* and Katsuo SUZUKI**

(Received September 8, 1986)

Abstract

Motion of two-dimensional oscillating planing plate is analysed by the linearized theory modified so as to satisfy Kutta condition at the trailing edge by means of adding a wave-source singularity at the leading edge, which implies the phenomena of periodic rise and fall of bow water. Analysis of stability of such a frequency-dependent motion is performed by means of Nyquist's diagram instead of Routh-Hurwitz's. It is found that two-dimensional plate is unstable to oscillating when planning at high speed of the Froude number based on the wetted length greater than the value between 0.6 to 0.8. This value coincides with the critical Froude number predicted from the quasi-static analysis and it agrees with the experimental results.

* Professor, Department of Mechanical Engineering, The National Defense Academy.

** Lecturer, Department of Mechanical Engineering, The National Defense Academy.