

船の粘性抵抗に及ぼす形状の影響について

別 所 正 利*

(昭和 39 年 9 月 30 日受付)

1. 緒 言

田中は粘性抵抗の形状影響に関する笹島などとの広汎な考察と研究¹⁾²⁾を基として、さらにその問題を数学的に簡単化して、解決を求めている⁴⁾⁵⁾。

現在の段階ではすぐこの結果を 3 次元の船体に応用する訳には行かないようであるが、少なくとも 2 次元では境界層の内側と外側のポテンシャル流れとの間の関係について従来概念的に考えられていた関係を積極的に肯定して、そこからできるだけ概念的に簡単な数学的模型を考えて、船型要素およびおおよびポテンシャル流れから粘性抵抗の形状影響に関する知識を引き出してそれが実験結果とよく適合することを見出した。

従来の境界層理論では先ず面倒な境界層の計算から始めなければならないことおよびそのはく離後の流れに関する決定的な知識の欠除によつて、船型要素と粘性抵抗に関連づけることは絶望的に見えるのに反し、氏の理論では極めて易さしい問題に還元されて来る。

勿論この抽象化によって問題の本質は、幾分変つて来るであろうが、それは元来実験的に、検証されなければならないことである。しかしながら現在の段階ではわれわれは実験的にもほとんどこの問題を解決すべき手段を持ち合せないであるから、先ずこのような考えからどのような結論が引きだされるかを、検討して見ることは現在許される只一つの方法であるとも言える。

このような意味で著者は田中の試みに全面的に共感を覚えるものである。ここでは粘性抵抗そのものに関しては全く触れないで彼の得た結果からさらに数式の上で一、二考察を進めて見た次第である。

2. 田中の理論の要点⁴⁾⁵⁾

著者の読み得た限りでは氏の理論的考察の要点は、

- a. 摩擦抵抗の形状影響係数はレイノルズ数に関係しない（横方向の曲率の影響については、普通の船では略々考えなくともよいという結論も含めて）と考えることができ、これは略々船体周囲の速度増加率の自乗平均値で表わされるので境界層理論が発達する前からの古い考えに一致する。
- b. 船体上の圧力は境界層の外側の圧力に等しいので第 1 近似として完全流体のポテンシャル流れを考えてその丁度境界層の外側の点の圧力を船体表面上の圧力に等しいと

* 機械工学教室 助教授

置いてやれば境界層の存在による圧力抵抗が略々推定でき、したがってそれは略々境界層の厚さに比例する。ということであって、この2点を総合して、粘性に起因する抵抗は、結局相当平板の抵抗に略々比例的な関係を持ち、レイノルズ数には無関係となる。

この関係は最近では田宮¹¹⁾、ヒューズらの提唱することと一致する訳でこれをさらに、一歩進めるものと、見る事ができよう。

3. 摩擦抵抗の形状影響

前節 a) 項の問題は氏によれば

$$K_f = \int_0^1 \left(\frac{U^2}{U_\infty^2} - 1 \right) d\left(\frac{x}{l}\right) \dots\dots\dots (3. 1)^{11)}$$

此处で K_f は相当平板の摩擦抵抗に対する形状影響係数、 U_∞ は船速、 U は船体表面のポテンシャル流れ速度、 l は船長である。これを3次元に拡張するのは容易であろう。今 S を表面積、 dS を面積要素、 q を U_∞ を単位として測つた流速とすると、細長い物体では、

$$K_f = \frac{1}{S} \iint_S (q^2 - 1) dS \dots\dots\dots (3. 2)$$

さてパーグマン、シフター¹⁰⁾によれば、物体が S の上に立てた法線上に $\Delta\nu$ だけふくらんだ時の見掛質量の増加分 Δw は

$$\Delta w = \iint_S (q^2 - 1) \Delta\nu dS \dots\dots\dots (3. 3)$$

である。

今一様に $\Delta\nu$ だけふくらんだとしよう。

この物体の体積を V 、見掛質量係数を k とすると、密度を 1 として $w = kV$ であるから、

$$\frac{\Delta w}{\Delta\nu} = V \frac{\Delta k}{\Delta\nu} + kS,$$

となって (3. 2), (3. 3) から

$$K_f = \frac{1}{S} \frac{\Delta w}{\Delta\nu} = k + \frac{V}{S} \frac{\Delta k}{\Delta\nu} \dots\dots\dots (3. 4)$$

が得られる。

例 1) 2次元の楕円柱では $k = \frac{B}{L}, \frac{V}{S} \doteq \frac{\pi}{4} \frac{B}{\alpha}$

(但し $S = \alpha L$ とする) であるから L も、 B も $\Delta\nu$ だけ大きくなるとすると、

$$\frac{\Delta k}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} d\left(\frac{B}{L}\right) = \left(\frac{1}{L} - \frac{B}{L^2}\right)$$

よって

$$K_f = \frac{B}{L} \left(1 + \frac{\pi}{4\alpha}\right) \left(1 - \frac{B}{L}\right) \doteq 1.6 \sim 1.7 \left(\frac{B}{L}\right)$$

$$\text{for } 0.2 > \frac{B}{L} > 0.1$$

例 2) 3次元回転楕円法では $\frac{B}{L} = \beta$ とすると,

$$k = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}, \alpha_0 = \frac{2(1 - e^2) \left(\frac{1}{2} \log \frac{1+e}{1-e} - e \right)}{e^3},$$

$$e = \sqrt{1 - \beta^2},$$

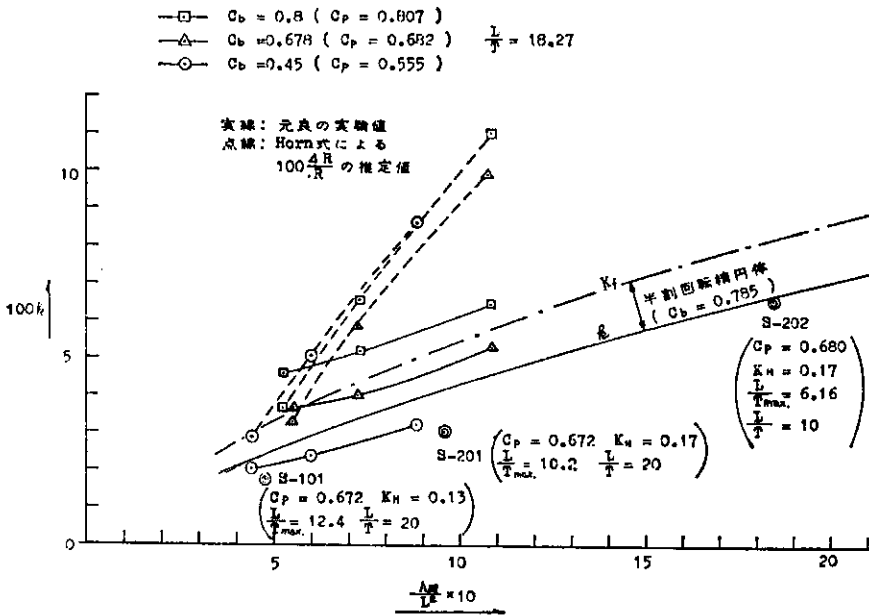
で $V = \frac{\pi}{6} LB^2$, $S = \frac{\pi^2}{4} LB$, (但しこの S は胴周の積分である)

であるから, 同様にして,

$$K_f = k + \frac{2}{3\pi} \beta(1 - \beta) \frac{dk}{d\beta}, \dots\dots\dots (3.5)$$

計算すると, K_f は k の値の $1.25 \left(\frac{L}{B} = 5 \right)$ から $1.30 \left(\frac{L}{B} = 10 \right)$ 倍となる。第 1 図

に $\frac{A_{\odot}}{L^2}$ ($A_{\odot}$ は中央積切面積) に対してそれを図示してある。



第 1 図

例 3) 一般には $k = \text{func} \left(C_b, \frac{L}{B}, \frac{L}{T} \right)$ と考えられるから

$$L \frac{dk}{d\nu} = \frac{\partial k}{\partial C_b} C_b \left(\frac{SL}{V} - 1 - \frac{L}{B} - \frac{L}{T} \right)$$

$$+ \frac{\partial k}{\partial \left(\frac{L}{B} \right)} \left(\frac{L}{B} \right) \left(1 - \frac{L}{B} \right) + \frac{\partial k}{\partial \left(\frac{L}{T} \right)} \left(\frac{L}{T} \right) \left(1 - \frac{L}{T} \right), \dots\dots\dots (3.6)$$

であたえられる。

元良の図表³⁾を用いればこれらの値はすぐ求められる。今 $C_p = 0.81$, $\frac{L}{B} = 7$, $\frac{L}{T} = 20$, $S = 2.7\sqrt{VL}$ として k その他を推定すると $k = 0.050$, $\frac{V}{S} \frac{dk}{d\nu} = 0.050$ となるから $K_f = 0.100$ となる。第1図に元良の実験値を示しておいた。

というような訳で K_f なる量は見掛質量係数が判れば簡単に推定できることになるが、ポテンシャルが判っていてもまた簡単に推定できる。

既に細長い物体に対して $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ が胴周りで変化しないとして2次の項を省略すれば、胴周を $l(x)$ とすると (3. 2) から

$$K_f = \frac{2}{S} \int_{-1}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} l(x) dx. \quad \dots\dots\dots (3. 7)$$

胴周りの長さ方向の変化は僅かなものであるから l として、平均の胴周りをとると

$$K_f = \int_{-1}^1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = [\varphi]_{-1}^1, \quad \dots\dots\dots (3. 8)$$

が得られ田中氏の与えた2次元の式⁴⁾に一致する。

さて氏は翼型について近似式を導いているが、もう少し理論的に簡単化することによって、面白い結果をうることができる。

さて2次元で

$$\varphi(x, 0) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\eta(\xi)}{x - \xi} d\xi, \quad \dots\dots\dots (3. 9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{今} \quad \eta(x) &= \frac{B}{2} C_w \frac{f(\theta)}{\sin \theta}, \quad f(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\theta \\ a_0 &= \frac{2}{\pi}, \quad x = -\cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3. 10)$$

とおくと (3. 9) は

$$\frac{\varphi(x, 0)}{\frac{B}{2} C_w} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \frac{\sin 2n\theta}{\sin \theta}, \quad \dots\dots\dots (3. 11)$$

であるから (3. 8) によって、

$$K_f = \frac{2B}{L} \cdot C_w \left(- \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_{2n} \right) \quad \dots\dots\dots (3. 12)$$

尚ここで K_f には前後反対称な項は関係しないから前後対称な船型についてのみ考えている。

$\eta(x)$ は近似的に半幅曲線を表わすから、

面積係数 C_w は

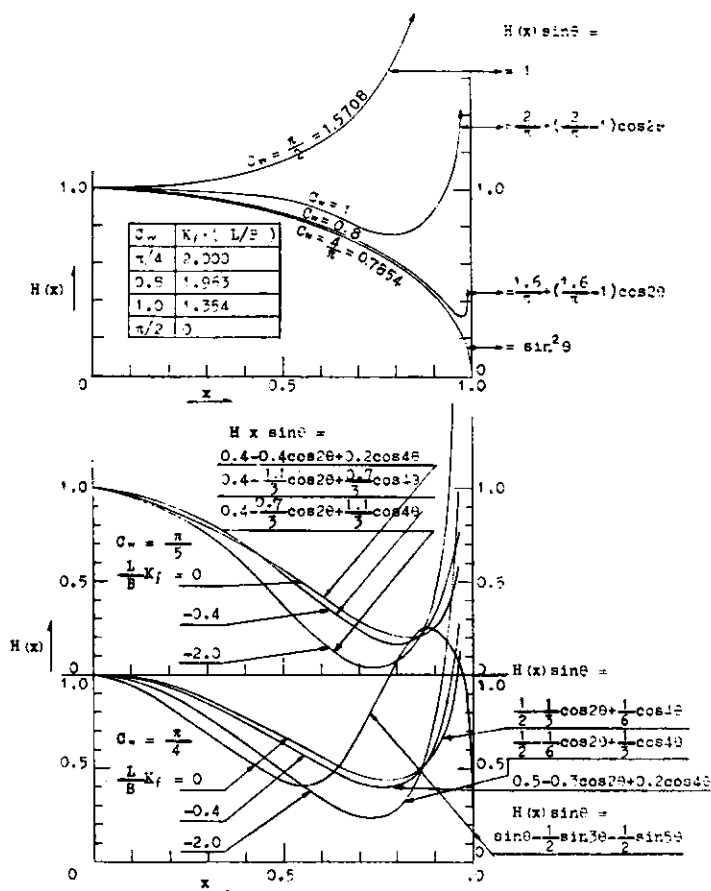
$$\frac{1}{C_w} = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} \cos n\pi, \quad \dots\dots\dots (3. 13)$$

で与えられる。

実際に数値例を考えよう。

例 1) a_4 以上が零であるとするとき第2図上図のごときものが得られ

船の粘性抵抗に及ぼす形状の影響について



第 2 図

$$K_f = \frac{4B}{L} \left(1 - \frac{2}{\pi} C_w \right), \quad \dots\dots\dots (3. 14)$$

となる。

例 2) a_0 以上が零としさらに両端の点で零になるようにすると、

$$K_f = \frac{2B}{L} \left(\frac{8}{\pi} C_w - 1 \right), \quad \dots\dots\dots (3. 15)$$

が得られこれは田中氏の式に一致する⁴⁾。

(3. 14) あるいは (3. 15) で $C_w = \frac{\pi}{4}$ とすると (楕円) $K_f = \frac{2B}{L}$ となるが、これは (3. 5) に略々等しい。

あるいはこの方法ではこの程度の誤差はまぬがれないものと考えられる。

例 3) 今は K_f は (3. 12) のように与えられるので極小値のようなものはありえないで正負の任意の値をとりうる。

第 2 図下方にその例を示した。

このことは (3. 8) 式を導くに当つて 2 次の項を省略したためであって、2 次の項迄と

ってやると K_f を最小にするような、船型が存在することが判るが面倒であるした元々 (3. 1) 式が近似式であるので意味があるかどうかとも判らぬので省略した。

(尚第2図の両端で無限大になるものはこの2次の項が無限大である。すなわち2次の項迄とる時は両端で零になるもののみ考えねばならない。)

然し2次の項迄とってもやはり B/L が極端に小さい時には K_f が負になりうるようである。

元々 (3. 1) 式あいはいは (3. 2) 式が負になり得ないという確証はないから理論的には一応あり得ると考えてもよからう。

然し普通の船型ではあまりあり得そうにもないが、少くとも船型によって、 K_f がかなり異なるものであって排水量が両端に集中しているほど K_f が小さいということは言えそうである。

このことは球状あるいは円柱状船首が摩擦抵抗をも幾分減少させる効果があり得ることを示唆している。

さて3次元では (3. 7) 式の積分においてそれを底面上に積分したものを水線面積で割ったものは、近似的に平均沈下を与えることは容易に判る。したがって $\partial\phi/\partial x$ が胴周上で略々変らないとすると (3. 7) 式の右辺もやはり略々平均沈下を与えることは明らかである。

Horn は、平均沈下が速度増加によってひきおこされることから全く同じ考察によってこれと抵抗増加とを結びつけている^{9) 10) 11)}。

すなわち平均沈下量を h とすると

$$K_f \doteq \frac{2gh}{U^2} \dots\dots\dots (3. 16)$$

$$\frac{2gh}{U^2} = \frac{1}{100} (0.35 + C_p) \left(1.3 - \frac{B}{10T} \right) \left\{ \frac{1}{5} \left(11.25 - \frac{L}{B} \right)^2 + 2.5 \right\} \dots\dots\dots (3. 17)$$

但し C_p はプリズマ係数、 T は吃水とする。

第1図に元良の実験値に対応するこの推定値をプロットした。

前の例3)の所の推定値と比較すると、少し小さめであるが、この点は元良の図表そのものの、精度もあるし、元々 (3. 17) 式は平均沈下の計測から出ているものでもあるし、むしろこれらの量が互に驚くほど密接に結びついているというように見るべきであろう。

尚第1図で見ると (3. 17) は A_{85}/L^2 で整理すると略々一直線で表わされる点がよく理解できないが、元々 (3. 2) 式で q は B/L および T/L に略々比例するであろうから、

$$K_f \propto \frac{BT}{L^2} \propto \frac{A_{85}}{L^2} \dots\dots\dots (3. 18)$$

となるのは当然とも言えよう。

これに関連して、表面積として、現在の慣習の胴周の積分でなく実際の表面積をとると摩擦抵抗の形状影響が略々現わされるという議論があるのは興味がある⁹⁾。

すなわちこの差もやはり表面の進行方向への傾斜の自乗に比例するから (3. 18) と同じく A_{85}/L^2 に比例すると考えられるからである。

この (3. 16) における $K_f \doteq 2gh/U^2$ なる関係は導く過程から明らかなように波があっても成立つから、平均沈下が測定されておれば K_f の大約値は推定できることになる。

一般に h なる量は高速で正から負に逆転することを考えると 2 次元でも見たようにやはり K_f が負になりうる事が推定される⁷⁾。

h が負になれば明らかに船の周りにおける流速は船速よりも小さくなっている証拠であるから、これは当然といえよう。

4. 圧力抵抗⁵⁾

2 節 6 項所述のように田中によれば圧力抵抗 R_P は、係数の形で

$$C_p = \frac{R_P}{\frac{\rho}{2} U^2 S} = \frac{-1}{S} \iint_S [q^2]_s \frac{\partial x}{\partial \nu} dS, \dots\dots\dots (4. 1)$$

のように境界層の外側の圧力（下添字 δ はこの意味とする）を物体面上で積分すればよい。

所で S 上で流線に沿って α , それに直交して β なる座標をとり、この物体が完全流体中にある時の速度ポテンシャル φ を導入すれば、

$$[q]_s = -\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} - \frac{\partial x}{\partial \alpha}, \quad \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \right]_s = -\frac{\partial x}{\partial \nu}, \dots\dots\dots (4. 2)$$

この第 1 式で $\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$ が $\frac{\partial x}{\partial \alpha}$ に対し無視できるとすると、

$$\left[\frac{\partial}{\partial \nu} q^2 \right]_s = 2q \frac{\partial q}{\partial \nu} \doteq -2 \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \nu \partial \alpha} = 2 \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 x}{\partial \alpha \partial \nu}$$

であるから

$$[q^2]_\delta \doteq [q^2]_s + \delta(\alpha, \beta) \left[\frac{\partial}{\partial \nu} q^2 \right]_s \doteq [q^2]_s + 2\delta(\alpha, \beta) \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 x}{\partial \alpha \partial \nu}, \dots\dots\dots (4. 3)$$

また一方 φ は完全流体の渦なしポテンシャルであるから

$$\iint_S [q^2]_s \frac{\partial x}{\partial \nu} dS = 0, \dots\dots\dots (4. 4)$$

であるから、(4. 3), (4. 4) を (4. 1) に代入すると

$$C_p \doteq \frac{-1}{S} \iint_S \delta(\alpha, \beta) \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)^2 \right] \frac{\partial x}{\partial \alpha} dS, \dots\dots\dots (4. 5)$$

が得られる。

ここでさらに、この積分は物体後端附近のみ考えればよい事に注目して、 $\bar{\delta}$ を適当な δ の平均値と考え、またその附近で物体表面および流線の x 軸に対する傾斜は、小さいとすれば大約

$$C_p \doteq -\frac{\bar{\delta}}{S} \int_{\text{AFT.BODY}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] l(x) dx, \dots\dots\dots (4. 6)$$

となる。

但し $l(x)$ は胴周長さ、 y は半幅曲線。

$\bar{\delta}$ は明らかに全抵抗係数の関数であるからこの関係が判りさえすれば圧力抵抗は全抵抗に関連づけられることになるが、3 次元問題ではそのような関係に関する記述が見当らないので、ここでは田中にしたがって、2 次元の関係を考える⁵⁾。

すなわち、全抵抗を R_t とすると、

$$\frac{\bar{\delta}}{3L} = \frac{R_t}{\frac{\rho}{2} U^2 S}, \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

このような関係は、船尾が2次元的すなわち U 型肋骨を持つ船では大雑把ではあるけれども定性的に成立つと考えられる。

そうすると田中によって形状影響係数 K_P は

$$\left. \begin{aligned} K_P &= (1+K_f) \frac{K_P}{1-K'_P} \\ K'_P &= \frac{R_P}{R_t} = C_P \times \frac{3L}{\bar{\delta}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

で定義されるから、(4.6) を代入して

$$K'_P = \frac{-3L}{S} \int_{\text{AFT. BODY}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] l(x) dx, \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

が得られ、特に2次元では、積分できて、

$$K'_P = 3 \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right]_{AP} \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

これが田中の結論である⁹⁾。

普通型船尾の船では胴周の長さ方向の変化は $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ に較べれば一般に小さいから上式は定性的には常に適合すると考えられる。

然し乍ら回転体とか楕円体のような場合、あるいはまた、極端な V 型肋骨船尾や船のような場合は種々の仮定からして、もっと定性的にも少し異った関係が成立するように思われる。

(4.5), (4.6) の形からも判るように3次元的な例えば回転体のようなものでは圧力抵抗は2次元的物体に比して、かなり小さくなるように思われる¹¹⁾。

いずれにしても普通型船尾船では定性的に (4.10) が適合しそうであるから極端な場合として $A.P.$ の run angle を0 とすると、 K'_P は今考えている近似度においては高次の微小量として無視し得ることになる。

換言すれば $A.P.$ 附近の run angle を小さくすることによって、圧力抵抗を小さくし得る可能性がありこのことは2次元翼型で実験的にも、確められている¹²⁾。

勿論圧力抵抗が大きい役割を演ずるのは、(4.10) から判るように幅の広い、肥瘠係数の大きい船であるが、現在のこのような船では後半部水線は大体において凸であって、run angle も 30° にも達するので (4.10) によっても明らかに K'_P は非常に大きい値をとることになる。

したがってこのような考察が正しければ、後半部流線に変曲点を持たせて run angle をできるだけ小さくすれば圧力抵抗は小さくなる筈である。

5. 結 論

以上のように粘性抵抗の形状影響係数について、田中の得た式を彼とは少し別の面から検討すると、

- 1) 摩擦抵抗の形状影響係数は進行方向の見掛質量係数あるいは平均沈下量と密接な関

連をもつ。

- 2) 粘性に起因する圧力抵抗によるそれは、船体後半部特に後端附近の形状に大きく依存するし、またこの附近の流れの様子も未知の面が多いので彼の結論以上に推論するのは危険であるが、現在の特に幅の広い肥った船型については船尾形状そのものにさらに検討の余地が残されているように見える。

これらの結論は既に文献などに指摘されている事柄であるが、田中の考察によって、さらにこれらの事実の確らしさが保証されるものと考えてよからう。

最後に、この小論に最初から目を通して種々御教示下さった東京大学生産技術研究所田宮真教授に心から謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 笹島秀雄外：造船協会論文集 103 号，昭和 33 年 7 月
- 2) “ ” ” 104 号， ” 34 年 1 月
- 3) 元良誠三： ” 106 号， ” 35 年 1 月
- 4) 田中一郎： ” 113 号， ” 38 年 6 月
- 5) “ ” ” 114 号， ” 38 年 12 月
- 6) 別所正利： ” 110 号， ” 36 年 12 月
- 7) 横尾幸一： ” 106 号， ” 35 年 1 月
- 8) “ ” ” 108 号， ” 35 年 12 月
- 9) H.E. Saunders: “Hydrodynamics in Ship Design” Vol. 1 § 22.5 S.N.A.M.E., 1957.
- 10) S. Bergman and M. Schiffer: “Kernel functions and Elliptic Differential Equations in Mathematical Physics” p. 62, Academic Press, New York, 1953.
- 11) 田宮 真：東大生研報告 第 7 巻 第 2 号，昭和 33 年 2 月
- 12) 造船研究協会：調査資料 No. 25 昭和 39 年 3 月

The Effect of the Ship Form on its Viscous Resistance

By Masatoshi BESSHO*

Abstract

I. Tanaka proposed simple formulas to estimate the form effect of the viscous resistance of ships.

Shince they are independent of the details of the boundary layer of the ship, it may be possible to estimate its form effect without knowledge of its boundary layer and to obtain the ship form with smaller viscous resistance.

The author tries to extend some of Tanaka's results in these senses and also points out the relation between his result and the relating past research.

* Assistant professor, Department of Mechanical Engineering.