

概要説明

丸山清志

防衛大学校地球海洋学科

2024 年 11 月 1 日

ブシネスク近似の下での流体のエネルギー論: JPpaper24c.pdf

ブシネスク近似の下で流体の密度 ρ は温度のみの関数として与えられるものと一般には信じられている。だとすれば、ブシネスク近似下で流体は連続の式 $\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0$ を満足しないことになる。この事実は物理的に見て受け入れがたい。流体力学において連続の式は、質量の保存則を表すと同時に、流体の速度 $\mathbf{u}$ が単位質量あたりの運動量であることを保証する役割を担っているからである。

本論文では、ブシネスク近似下での流体の密度は、一定値 ρ_0 で与えられるものと仮定される。このとき連続の式はもとより満足される。そのうえで、ブシネスク近似下での流体のエネルギー収支を検討する。その結果、ブシネスク近似下で浮力と呼ばれる力のなす仕事が、内部エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応することが明らかになる。この結果は、当該仕事が位置エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応する、という従来の理解が誤りであることを示すものである。

ブシネスク近似の合理的導出: JPpaper24d.pdf

ブシネスク近似は非一様な温度分布を持つ流体の運動を記述するために広く用いられる近似である。この近似は伝統的に、流体の密度が温度のみの関数であるという仮定の下に導かれてきた。しかしながら容易に分かるように、この仮定は質量の保存則に違背している。

本論文では、密度が一定という意味での流体の非圧縮性を仮定し、質量の保存則と整合的なこの仮定の下でブシネスク近似を導出する方法が示される。これが可能なのは、ブシネスク近似下で浮力と呼ばれる力の必要性がエネルギーの保存則に基づいて演繹され得るためである。この浮力と呼ばれる力は圧力傾度力に由来し、そのなす仕事は内部エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応する。加えて、提示された導出法に照らして、ブシネスク近似が適用可能となるための条件も明確化される。

ブシネスク近似の多成分系への拡張: JPpaper24e.pdf

本来は非一様な温度分布を持つ単一成分流体に関する近似であるブシネスク近似は、成分濃度の非一様性に起因する密度 ρ の変化を考慮することで多成分流体へと拡張されている。この拡張された近似においても、本来のブシネスク近似と同様に、流体の速度 $\mathbf{u}$ に対して非発散条件 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ が課されている。そのため、当該近似の下で連続の式 $\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0$ は一般に満たされていない。

本論文では、流体力学における連続の式の不可侵性がまず強調される。連続の式が不可侵なのは、それが質量の保存則を表すと同時に、流体の速度が単位質量あたりの運動量であることを保証する役割を担っているからである。この不可侵性を踏まえて、ブシネスク近似が多成分流体へと拡張される。その結果、多成分流体に拡張されたブシネスク近似の下で非発散条件 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ に代わって課すべき条件が明らかになる。加えて、流体の温度変化に起因する浮力のなす仕事が、内部エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に、成分濃度変化に起因するそれが、位置エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応することが示される。

非弾性近似: JPpaper24f.pdf

非弾性近似は Ogura & Phillips (1962) により熱的に成層した理想気体の運動を記述するために考案された近似である。この近似においては、密度の高度変化を許すことで気体の圧縮性が部分的に考慮されているが、支配方程式系の解からは音波が排除されている。一方、この近似の定式化に際しては、熱力学変数として温度とともにエクスナー関数と呼ばれる量が用いられている。このエクスナー関数は、しかしながら、理想気体に対してのみ定義可能な量である。このため非弾性近似は、そのままでは理想気体にしか適用できない。

実は非弾性近似は、熱力学変数としてエントロピーとエンタルピーを採用することで再現できる。この事実に基づいて本論文では、非弾性近似を任意の流体に適用可能な形に再構築する。その結果、この近似の下で浮力と称される力のなす仕事が、流体の内部エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応することが明らかになる。併せて当該近似が適用可能となる条件が明確化され、さらに、一般的な理解に反して、ブシネスク近似は非弾性近似の一極限ではないことが示される。

等温非弾性近似: JPpaper24g.pdf

ブシネスク近似は、Ogura & Phillips (1962) により考案された非弾性近似の一極限であると一般には理解されてきた。しかるに、非弾性近似を任意の流体に適用可能な形に再構築してみると、この近似はブシネスク近似と直接的な関係を持たないことが示される。その原因の一つは、ブシネスク近似における基本場が等温状態であるのに対して、非弾性近似におけるそれが等エントロピー状態であるためである。

本論文では、基本場を等温状態とした非弾性近似の一亜種が導入される。この等温非弾性近似において浮力と称される力のなす仕事は、非弾性近似におけるそれと同様に、流体の内部エネルギーと運動エネルギー間のエネルギー変換に対応する。ブシネスク近似は、この近似の一極限として再現可能である。一方で、等温非弾性近似は理想気体には適用できないことが明らかになる。よってブシネスク近似は、それが理想気体にも適用可能であることを踏まえると、等温非弾性近似にごく部分的に含まれているに過ぎないということになる。